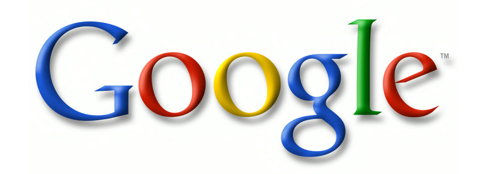
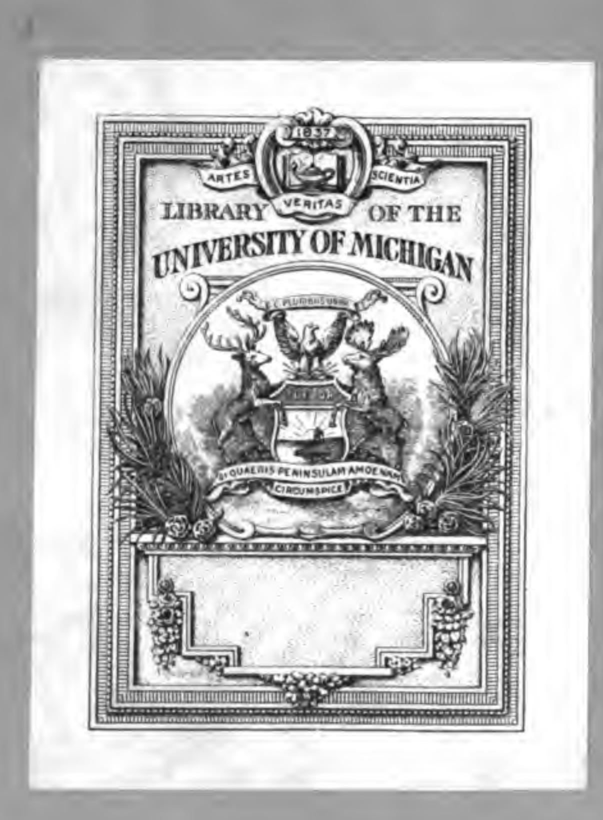





1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

ALE

1/1058/

E S.

1757

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNÉE MDCCLVII.

1757



À BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLIX.

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Préſident.

MEMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* * *



CONSIDÉRATIONS
SUR LE GLOBE.
SECONDE PARTIE.

PAR M. LE COMTE DE REDERN. (*)

Quand j'ai eu l'honneur de vous lire mes Considérations sur le Globe, que vous avez jugé mériter d'entrer dans les Mémoires de l'Académie, je me suis engagé de soumettre de même à votre jugement le détail de ces recherches; & je sens, que je dois remplir mes engagemens, quand la raison, dois-je avouër ma foiblesse, une jalousie de Patriotisme, qui m'a arrêté, ne subsiste plus. Le sujet duquel je m'occupois, & que je rap-

(*) Lû le 24. Janvier 1758. Jour de naissance du Roi.

rapportois au bien de ma Patrie, devient l'objet des recherches des premiers Génies de l'Europe & des plus habiles Géographes.

Pourrois-je choisir un tems plus convenable, que celuy dans lequel la Prusse doit s'attendre à la Paix la plus glorieuse, méritée par les plus belles & les plus grandes actions?

Pourrois-je rencontrer un jour plus heureux que celui d'aujourd'huy? Jour qui a donné la naissance .... Un murmure m'annonce que vous faites des efforts pour me le nommer. Vous devinez mon embarras. Dans l'abondance & la confusion de nos sentimens, que le grand Homme, qui couvroit d'un voile le visage du Héros, dont son pinceau ne savoit rendre les sentimens sans nombre, nous serve d'exemple; des sons mal articulés, notre voix tremblante, rendroit-elle nôtre embarras, l'effusion de notre cœur?

Mais ce jour, quelle foule d'événemens ne doit il pas nous rappeller? Evénemens qui nous étonnent, & que la postérité sera tentée de prendre pour des exagérations, ou peut-être pour des fables.

L'Europe commençoit à peine à goûter, après la guerre la plus sanglante, les douceurs de la Paix concluë à Aix-la-Chapelle, qu'une étincelle, qu'elle avoit négligé d'éteindre en Amérique, l'embrasa de nouveau; son Système politique changea, & mit le Roi dans une position, qui lui fit regarder la guerre comme inévitable.

Il sembla, que la Discorde avoit soufflé son fatal poison, la jalousie, les soupçons, la haine, & la fureur de s'entr'égorger & de se détruire, dans les cœurs des Peuples. Quatre des plus grandes Puissances de l'Europe arment contre nous. L'Histoire fournit-elle l'exemple d'une Ligue plus puissante, plus redoutable? Le bouleversement de l'Europe paroissoit en devoir être la suite nécessaire.

La Politique, les secrets des Cabinets, ne sont pas de notre ressort. Assemblés ici dans le Sanctuaire consacré par nos Pères & par Fréderic à la Sagesse; au dessus de ces intérêts vains, & inju-

ju-

justes au tribunal de l'humanité, qui divisent ou unissent les Peuples pour se détruire ; nous devons nous élever plus haut. L'homme qui pense, le Philosophe, ne voit qu'une vaste Famille sur la Terre, dont le bonheur l'occupe, & dont il voit avec regret la tranquillité toujours troublée, & souvent par ceux qui devroient en être les Protecteurs. Transmettre à la Postérité les grands événemens dont nous sommes témoins, est un devoir, qui entre dans le plan des travaux, que l'Académie s'est imposée. Qu'une main capable de manier le pinceau de Tacite, un homme capable d'apprécier les droits de l'humanité avant les dissensions ou l'intérêt particulier des Etats, entreprenne le Tableau de cette Époque mémorable : je dois me borner icy à vous en crayonner quelques foibles traits.

Une bataille gagnée contre une Armée deux fois plus forte, & commandée par un Général, qui passa pour un des plus grands hommes de guerre de l'Europe ; la conquête de tout un Païs, & une Armée forcée dans un Camp imprenable de se rendre prisonnière de guerre, furent l'ouvrage de trois mois, ou les commencemens de la Campagne : quand la saison suspendit les opérations militaires des grandes Armées, celle des petits corps ne discontinuerent pas, malgré la rigueur d'un hyver extrèmement rude.

Mais quelle Scène s'ouvre par l'ouverture de la Campagne de cette année ! Un secret impénétrable avoit couvert des préparatifs immenses, & les véritables desseins du Roy. Grand Homme, qui fites douter pendant vôtre vie, si Carthage ou Rome seroit la Maitresse du Monde, la Fable vous fait amollir les Alpes pour rendre votre entrée en Italie plus probable, ou plus merveilleuse. Vous seriez étonné de l'entrée des Prussiens en Bohème.

Le grand Capitaine qui commandoit l'Armée Autrichienne, s'étoit laissé surprendre ; il répara cette faute, peut-être indépendante de luy, par la retraite la plus habile, qu'il fit faire à ses Corps dispersés ; mais il eut besoin de tous ses talens supérieurs, pour rassembler

bler ſes forces devant Prague vers le tems que FRÉDERIC y réuniſſoit les ſiennes.

Révolutions dont le ſimple ſouvenir remplit l'eſprit de trouble & de frayeur ; quand les flots de la Mer ſortent en fureur de leurs bornes, & menacent d'engloutir le Globe, ſeroit-il permis de vous rappeller, pour repréſenter la rapidité avec laquelle les Legions Pruſſiennes franchiſſent des précipices horribles, des Montagnes & des Rochers impraticables, diſſipent & battent les Armées qui s'oppoſent à leur paſſage, & pénétrent jusques dans le cœur d'un vaſte Royaume ! Les deux plus grands hommes de guerre, dont l'un reſta ſur le champ de bataille, & l'autre mourut peu de tems après de ſes bleſſures, ſcellerent de leur ſang la journée la plus ſanglante, la plus meurtrière, & la plus triſte, j'oſe le dire, pour l'humanité. Grand Homme, généreux Guerrier, qui commendâtes ſous FRÉDERIC, vos vœux furent exaucés, trop-tôt pour le Roy, trop-tôt pour la Patrie ; vous ſaiſites le Drapeau glorieux, qui raſſura le Soldat étonné, dans le moment qu'un plomb fatal vous frappa. Etoit-ce pour offrir aux reſtes précieux que vous nous laiſſâtes, le Drap mortuaire digne de les enveloper ?

Faut-il nous rappeller le revers qu'eſſuyèrent un Heros & des Troupes jusqu'alors invincibles ? Etoit-ce, Peuple trop fier peut-être de ta gloire, pour te préſerver de l'yvreſſe inſéparable des grands ſuccés, & pour te rappeller l'incertitude & le néant de tout ce que nous faiſons dans ce Monde ?

Dans l'humiliation profonde où nous étions par la perte irréparable, que nous ne ceſſerons jamais de pleurer ; Grand Dieu ! pouvoit-il manquer quelque choſe à l'entière conviction de nôtre néant & de la vanité des vanités ?

Vous nous enlevâtes la Mère de FRÉDERIC, la Mère de tous les Pruſſiens, & la Mère d'un chacun en particulier ; oſerois-je ajouter

ter la mienne. Elle-même m'avoit ordonné de la regarder comme telle. (*) Mérite, Lettres, Arts, Industrie, Pauvres, vous perdites votre Protectrice. Il parut, Peuple désolé, que le Palladium t'étoit enlevé. Son Ame éclairée & héroïque nous élevoit au dessus des événemens. Peuples de toute l'Europe, vos seuls regrets justifient notre douleur, notre deüil, notre désolation. Vous admirâtes la Piété éclairée, la vraye Grandeur, la dignité, la bienséance, la bonté & la charité, en un mot toutes les Vertus, fixées auprès d'Elle comme dans leur Sanctuaire. Tous ceux d'entre vous, qui passerent à Berlin, & eurent le bonheur de l'approcher & de la connoitre, revinrent enchantés d'Elle, vous vanter son accueil, la variété de ses connoissances, la douceur, les charmes, & l'aménité de ses discours.

Vous la regardâtes comme la Reine, qui devoit être la vôtre aussi bien que celle des Prussiens; vous nous l'enviâtes: il vous sembla que l'humanité devoit la reclamer. Dans l'excès de notre douleur, il nous parut, ô Ciel, que vous nous l'enleviées pour dérober son ame sainte & pure aux afflictions qui paroissoient nous être réservées, & pour que rien ne dût suspendre les arrêts de votre colère.

L'Ennemi commençoit à pénétrer de tous côtés avec des Armées nombreuses dans presque toutes les Provinces. Le Roi abandonna une partie de ses Conquêtes, & revint au secours de la Patrie; sa grande ame, & un Peuple de Héros, dont l'attachement pour son Roi, & l'amour de la Patrie, n'ont point de bornes, opposerent une intrépidité inébranlable, & le calme d'un courage au dessus des événemens,

(*) J'avois eu le bonheur de la sauver de deux chûtes. *Je vous dois la vie me* dit-Elle, *je veux que vous me regardiez comme votre Mère à qui vous devez la votre.* Le nom de *mes chers enfans* étoit le mot ordinaire qu'Elle adressoit à ses Dames d'honneur.

tiens, des dangers, & de toutes les fatigues, au grand nombre; semblables à ces Rochers immenses que la Nature paroit avoir formés pour assurer les fondemens de la Terre, dont la tête s'éléve dans les régions tranquilles, au dessus des tempêtes & des orages, & dont le pied brave la fureur des flots. Cent mille François avoient occupé toutes les Provinces de la Westphalie, Halberstadt, la Vieille Marche, & menaçoient Magdebourg; l'Armée combinée Impériale & Françoise de 40 mille hommes penétroit par Erforth en Saxe; cent mille Russes étoient entrés en Prusse; vint mille Suedois s'étoient emparés d'une partie de la Poméranie & de la Marche Uckraine; cent mille Autrichiens avoient pénétré en Silésie, & un autre Corps de vint mille hommes se tenoit en Lusace pour porter un coup mortel dans le cœur du Païs à la Capitale.

Jours de fraieur de tristesse & de trouble, quand le Ciel couvert de ténébres & rempli de feux, lance le tonnerre & la foudre de tous côtés, & fait craindre aux pauvres mortels de périr par la destruction & le bouleversement du Globe, vous parûtes présager le sort de la Prusse!

Mais l'Ennemi est arrêté partout; il avoit paru jusques dans les Murs de Berlin, comme un éclair qui paroit & disparoit dans le même moment; une de nos plus belles Provinces sembloit perduë, sa Capitale étoit prise, après qu'une de nos Armées avoit cédé au nombre, sans être vaincuë. L'Ennemi cruel qui avoit désolé & dévasté la Prusse, malgré les ordres séveres, qui caractérisent la magnanimité & l'humanité de son Auguste Souveraine, ne tira d'autre avantage de sa grande supériorité, que de disputer, dans le poste le plus avantageux, la victoire à notre Armée, qu'il n'avoit osé attaquer; il se retira ensuite avec la plus grande précipitation. Etoit-ce pour sauver les lauriers ensanglantés qu'il prétendoit avoir cueillis?

Enfin deux Victoires remportées sur les Troupes les plus braves & les plus aguerries, qui rappellent celles des Grecs & des Romains con-

contre les barbares; ou plutôt celles dont parle l'Hiſtoire Sainte, quand les Legions celeſtes combattoient pour le Peuple élû, en repandant la terreur ſur ſes ennemis; couronnent une des plus grandes Campagnes, qui ayent jamais été faites.

Le nombre des Pruſſiens, & la ſupériorité de l'Ennemi, n'avoient jamais décidé de la Victoire; mais aucune n'avoit ſi peu coûté, n'avoit été ſi complette, & n'avoit eu des ſuites ſi heureuſes. Le Roi, après avoir fait reculer dans les Montagnes au delà d'Eiſenach, avec dix mille hommes, l'Armée combinée Impériale & Françoiſe forte de quarante mille, l'arrêta pendant deux mois, chaſſa leurs Chefs, les Princes de Hildburghauſen & de Soubize, de Gotha, qui coururent risque d'être faits priſonniers, & battit enſuite, & diſperſa abſolument avec vint-deux mille hommes cette Armée, qui s'étoit renforcée jusqu'à ſoixante-trois; la déroute fut ſi grande, qu'il n'en reſta pas un homme dans toute la Saxe, & qu'elle ne put jamais ſe reſſembler en Corps. De l'extrèmité de la Saxe il vola pour ſecourir de la Sileſie, battit & diſſipa avec trente-ſix mille hommes toutes les forces Autrichiennes, reprit *Breslau*, fit au delà de 40000 Priſonniers, & reconquit cette Province, qui paroiſſoit être perduë. Tel que nous raconte la Mythologie du Pére des Dieux, qui renverſa & accabla de ſes foudres les Cohortes audacieuſes des Titans, qui ſur des Rochers entaſſés comptoient d'eſcalader les cieux; FRÉDERIC porta ſes coups partout. Vous êtes encore, Peuple généreux; vous ne ſerez pas la proye de nos ennemis, ma chère Patrie; la plus belle Monarchie que le Génie de ſes Maitres, & les vertus de ſes Peuples, ont élevée avec rapidité, ſubſiſtera toujours ſur des fondemens inébranlables.

Vous vivez, Pére de la Patrie, & vous qui marchez à côté de lui d'un pas ferme, Héros magnanimes, genereux défenſeurs du Trône, dont vous faites l'appui & l'ornement, vous ne nous êtes pas ravis. Nous avons tremblé pour vos jours, quand les fatigues exceſſives pa-

rurent vous accabler, & que les traits ennemis vous blesserent, pour nous rappeller la grandeur des pertes que nous avions à craindre.

Après tant d'allarmes, quelle situation que la nôtre! Le Roi orné de lauriers immortels se trouve dans le position heureuse d'offrir la paix à l'Europe avec la plus grande gloire.

Puisse-t-elle être reçuë! Puissent toutes les Nations reconnoitre les erreurs des passions qui les animent les unes contre les autres!

La Paix, ce bien inestimable, que la Société se propose pour but, n'est-elle qu'un Fantôme, une Chimère, dont la ferocité naturelle de l'homme ne lui permet pas de jouir? Il desire d'être heureux; la raison lui dit qu'il ne peut l'être qu'avec les autres: jouët éternel de ses passions, il ne veut l'être qu'aux dépens des autres.

Siècles dans lesquels nous vivons, que nous vantons, comme des siècles philosophiques de lumieres & de clarté; laisserez-vous toujours le cœur de l'homme dans les mêmes ténébres? Ton empire, Verité, ne s'étendra jamais sur la Morale, la conduite de l'homme, ni sur la Politique, la conduite des Peuples. Machiavel restera toujours le Docteur des Cabinets; & Hobbes sera le seul Philosophe, qui a connu l'homme: la guerre de tous contre tous est son état naturel, & les siècles les plus éclairés ne différent en rien des plus barbares. Vous que Dieu ne paroit avoir fait monter sur le Trône, que pour montrer la perfection & la sublimité, dont la nature humaine est capable; Titus & Trajan, noms sacrés dont l'humanité s'honore; vous ne fites pas le bonheur de Rome, sans verser du sang de ses ennemis; & vous qui paroissez plutôt appartenir aux êtres celestes qu'à l'humanité, Divin Aurele, vons ne dictâtes vos leçons sublimes, que dans les horreurs des combats. Les tems des Pericles, des Epaminondas, des Socrates, des Alexandres, des Cesars, des Louïs, & des Frederics, & de vous, Semiramis de notre tems, qui, quoique notre Ennemie, faites l'objet de notre admiration, sont ceux où le Genre humain paroit avoir

avoir juré sa destruction; & le *Huron*, le *Topinambou*, & l'*Africain* sauvage, à peine sortis de l'état de brute, & formés en Peuplade, ne respirent que le massacre de la Peuplade voisine; surprendre son voisin pour en faire un festin horrible, après l'avoir fait expirer par les tourmens les plus affreux, est l'occupation la plus grave, la plus importante de sa vie.

Quel tableau, que celui des Guerres, & des massacres du Genre humain! La terre ne paroit qu'un séjour de désolation, où l'homme en proye à sa fureur, à ses injustices, à ses trahisons, & au mensonge, n'entrevoit la paix, la vérité, la justice, le bien, que comme ces éclairs effrayants, qui éclatent dans une nuit de ténébres, pour en faire sentir toute l'horreur. L'Histoire n'est qu'un détail funeste de l'imposture, de la tirannie, & de l'oppression, sous laquelle gémissent les pauvres humains; la retraite & le silence restent le parti du Sage: & dans la foule de ceux qui ont ravagé & désolé la Terre, c'est une consolation, d'apprendre par cœur le petit nombre de ceux qui, par leurs seules lumieres, ou élévés au Gouvernement & sur le Thrône, ont éclairé, consolé, & protégé le Genre humain; qui malgré les bienfaits, dont il est redevable à ces hommes magnanimes & généreux, ne paroit souvent qu'un assemblage de bêtes féroces, prêtes toujours à se dévorer & à se plonger dans la plus profonde barbarie.

La Religion, qui devroit adoucir la férocité naturelle de l'homme, en le détachant entièrement de tous les objets qui irritent ses passions, ne paroit que leur prêter de nouvelles forces. Couvrons les horreurs que le prétexte ou la fureur du Prosélitisme a fait commettre aux Chrêtiens. Malthe fait vœu d'une guerre éternelle contre le Musulman, à qui sa loi défend de faire la paix avec tout Peuple qui n'est pas de sa créance.

Les grandes Monarchies ne se forment par le sang & le carnage, que pour se dissoudre par les révolutions les plus sanglantes. La Gré-

ce n'établit un Corps politique, & ses Amphictions, que pour se plonger dans les guerres intestines les plus cruelles. Rome n'assujettit le Monde que pour périr par elle-même, & les *Cesars*, les *Augustes*, les *Caligulas*, les *Nerons*, les *Cicerons*, les *Virgiles*, les *Catons*, & les *Catilinas*, sont tous du même siécle, qui nous dispute la supériorité des lumieres, des vertus, & des crimes.

Ombre du Grand Roy qu'un Monstre ravit à la France, ou plutôt au genre humain, quand il vouloit faire la dernière guerre pour établir une paix générale & éternelle, de quel œil regardez-vous les flots de sang que l'Europe verse continuellemênt? De tous ceux que leur destinée a mis sur le Trône, Vous seul aurez été capable de concevoir & d'exécuter le plus beau, le plus grand, de tous les Projets que l'esprit humain ait imaginés. Entendez sa voix du haut de l'Empirée, Peuples qui croyez que votre bonheur, votre gloire, dépend d'un pouce de terre, que vous ajoutez à votre domaine; reconnoissez votre erreur: le trouble des passions les plus basses & les plus honteuses vous égare. Vous dévastez à grands fraix votre Patrimoine, & vous n'aggravez que votre misère en aggrandissant vos Deserts. Que des Législateurs dont la sagesse & les lumières égalent celles de ces Sages si vantés de l'Antiquité, vous éclairent & vous guident. Ouvrez les yeux, parcourez ce Globe, que vous habitez. Des Païs immenses, de vastes Deserts moins peuplés d'hommes que d'animaux sauvages, situés dans les Climats les plus heureux, s'offrent à votre sagesse. Defrichez vos terres incultes dont la guerre cruelle a enlevé le laboureur; rappellez l'artisan que la misere a forcé de s'enfuïr; & que vos Colonies, telles que l'Abeille, qui rapporte à la ruche les plus doux sucs des fleurs, vous enrichissent des connoissances les plus utiles, & de toutes les productions du Globe.

Que les recherches, que j'ai l'honneur de vous présenter, puissent mettre dans tout leur jour ces grandes vérités!

J'ai

J'ai établi dans mes Considérations sur le Globe, que l'Hémisphère Méridional renferme, outre des Iles considérables, deux Continents, qui ne cedent en grandeur à aucun des Continents connus, & s'étendent dans tous les Climats.

Leur connoissance intéresse les hommes en général, mais particulierement les Peuples de l'Europe auxquels les Puissances maritimes ont donné l'exclusion des deux Indes; & sur un sujet aussi important, le Philosophe & le Geographe ne sauroient faire des recherches assés exactes & précises, pour éclairer la Politique, & assurer les succès des entreprises qu'elle doit former pour le bonheur des Peuples.

Je m'apperçois que les bornes de la Séance, & d'autres Mémoires, dont vous attendez la lecture, ne me permettent pas de faire celle de tout ce détail de recherches, & de l'analyse d'un grand nombre de navigations; je les réserve pour un Mémoire séparé, & me bornant ici à un des morceaux les plus intéressans, qui est la Rélation de *Quiros*, un des plus fameux Navigateurs, & beaucoup moins connu, qu'il ne mérite de l'être. La Navigation de *Savedra* avoit déterminé le Vice-Roi du Perou, le Marquis *de Mendoce*, à envoyer en 1567. les Marquis *de Mendoce*, & *de Mendagna*, à la découverte de terres qui devoient être riches en or, vers les Molucques, ayant *Gallego* pour premier Pilote. Ils decouvrirent un vaste Archipel qu'ils nommerent *Isles de Salomon*, à cause de leurs richesses. La crainte du fameux *Drack*, qui le premier troubla la profonde tranquillité dont les Espagnols jouissoient dans la Mer du Sud, fit remettre des établissements qu'on projetta d'abord; mais l'année 1595. *Mendagna* y retourna avec des femmes, & tout ce qui étoit nécessaire pour y établir une Colonie. Il y mourut, & l'entreprise échoua. *Quiros* qui servoit en qualité de premier Pilote sur la flotte, ramena, après avoir relâché à *Manille*, le seul vaisseau qui restoit des quatre qui avoient composé l'Escadre, avec la Marquise de *Mendagna* au Mexique, & revint de là au Pérou. Sur le rapport qu'il fit, il obtint deux vaisseaux, pour achever cet-

cette découverte. Il joignit des vuës plus étenduës à l'objet de son entreprise ; une connoissance plus parfaite des Mers immenses qu'il avoit traversées, en se proposant de reconnoitre l'Océan Pacifique Méridional, qu'il avoit parcouru sous des Paralleles peu éloignés de la Ligne par une route différente.

Il partit avec les deux Vaisseaux qu'il avoit obtenus de *Callao* en 1605. dirigea sa route Sud-Ouest, & fit après 36 jours de Navigation entre les 25 & 18 degrés latit. Merid. de très belles découvertes, qui regardent le premier Continent ; il continua de là sa route en remontant vers le Nord entre 10 & 11 degrés latit. Merid. & arriva après 90 jours de Navigation à la côte Orientale du second Continent, qu'il parcourut par une étenduë de côtes de 80 lieuës ; il retourna de cette côte au Méxique, en faisant route par le Nord-Est, & là dirigeant autant qu'il pouvoit, & que les vents alisés le permettoient, à l'Est, pour toucher aux Isles de Salomon ; il les manqua, soit qu'il ne les crut pas si fort à l'Est à l'égard des Terres dont il partit, ou que les vents alisés ne lui permissent pas diriger assez à l'Est sa route. Il alla du Méxique en Espagne, & demanda avec les plus grandes instances à Philippe II. de lui donner du secours, & des Vaisseaux, pour y faire des établissemens.

Voici sa Rélation, que j'ai tirée & traduite des Mémoires qui se trouvent dans le Recueil des Frères *de Bry*.

„ Votre Majesté me permettra de l'informer que c'est la huitième „ supplique, que moi, *Ferdinand de Quiros*, ai l'honneur de lui adres- „ ser, dans lesquelles je l'ai prié avec autant d'instance que l'im- „ portance de la chose le mérite, de faire des établissemens dans „ les Païs Méridionaux, inconnus jusqu'ici, mais découverts par moi. „ Au lieu de la résolution la plus favorable, à laquelle je devois m'at- „ tendre, je n'ai point eu de réponse, pendant un séjour de 14 „ Mois, que j'ai fait à la Cour de V. M. J'ai employé mon bien

„ &

„ & mes peines pendant 14 ans pour des Découvertes ; j'ai par-
„ couru des Mers immenſes, & n'aiant eſſuyé jusqu'ici que des dan-
„ gers & des travaux infinis, je crois pouvoir demander à V. M.
„ d'être employé dans l'entrepriſe que je propoſe, avec les Vaiſſeaux
„ & les ſecours néceſſaires pour la faire réüſſir. Récompenſe uni-
„ que que je demande pour les peines que je me ſuis données.
„ Il eſt ſûr, que l'étendue de ce Païs, ſuivant ce que j'ai vû moi-
„ même, (j'en appelle au témoignage du Capitaine *Louis Perez de*
„ *Torres* & de tout mon équipage,) ſurpaſſe l'Europe, l'Aſie Mi-
„ neure, & les Isles qui qui y appartiennent, en grandeur. V. M.
„ peut en faire facilement la conquête, ſans avoir à craindre, com-
„ me aux Indes Orientales, le voiſinage des Turcs, Maures, & au-
„ tres. Il s'étend de la Ligne dans la Zone tempérée, & il faut
„ remarquer, que comme la plûpart des Païs découverts jusqu'ici
„ ſous les 15 degrés de latit. ſurpaſſent l'Eſpagne en fertilité, ce-
„ lui-ci à cette hauteur eſt un vrai Paradis terreſtre. Nous ſerons
„ les Antipodes d'une partie de l'Europe, de l'Aſie, & de l'Afrique,
„ ſi nous y faiſons des établiſſemens. Le Païs eſt élevé, & entre-
„ mêlé de montagnes & de plaines. Il eſt peuplé d'habitans blancs,
„ noirs, & jaunes. Les uns ont des cheveux longs & noirs; d'au-
„ tres jaunes, luiſans, friſés, ou en touffes. *La couleur des cheveux*
„ *marque la différence des Nations.* Ils ignorent l'art de bâtir des
„ Villes, vivent ſans Loix ni Magiſtrats, ſous l'autorité des Pères de
„ famille, & obſervent des coûtumes très ſimples. Ils ont des
„ endroits particuliers pour enterrer les morts, & pour faire la priè-
„ re. Leurs Armes ſont des piques de bois, & des arcs avec des
„ flêches, qu'ils n'empoiſonnent pas comme pluſieurs Indiens de
„ l'Amérique. Ils ſe ſervent de Canots pour la Pêche, & ceux
„ des Isles ſont bien bâtis. Ils ſont habillés depuis le nombril jus-
„ qu'à la moitié de la jambe; ils vivent longtems, ſont bien-faits,
„ vifs, agiles, gais, doux, traitables, de bon caractère & extrè-
„ mement reconnoiſſants: ce qui me fait eſpérer, qu'on en vien-
„ dra facilement à bout en les traitant avec douceur. Leurs Mai-

„ ſons

„ sons sont couvertes de feuilles & de branches d'arbres. Ils font
„ toutes sortes de poterie, des couteaux, scies, & autres instru-
„ mens tranchans de nacre, avec lesquels ils travaillent, & font
„ des cueilleres & d'autres outils de bois. Ils ont des flûtes, tam-
„ bours, & autres sortes d'Instrumens de Musique. Leurs Jardins
„ & Terres labourables sont bien distribuées, & entourées de Coco-
„ tiers, & de hayes vives. Nous leur avons appris à châtrer des
„ Cochons & des Coqs. Ils font du pain qui est admirable de
„ trois sortes de racines. La Terre est noire, grasse, & extrême-
„ ment fertile. Elle produit en général tout ce que nous avons en
„ Europe en grande abondance, toutes sortes de légumes, des fruits,
„ des raisins admirables, Citrons, Oranges, Cannes de Sucre, Co-
„ cos, & d'autres fruits que nous ne connoissons pas. Il y a trois sor-
„ tes de plantes dont on fait l'usage de notre lin. La Campagne
„ est entremêlée de forêts de haute futaie, d'Ebeniers, de Cedres
„ &c. propres pour la Marine, & toutes sortes de bâtimens; le gou-
„ dron dont on se sert pour les bateaux est fait d'huile de Cocos,
„ mais il y en a encore une autre espece. Tout le Païs fourmille de
„ Bestiaux, de Moutons, de Cochons, & de toutes sortes de volail-
„ les. Les Rivières abondant autant en poissons d'eau douce, que
„ la Mer des côtes en Poissons qui lui sont propres, & en huitres,
„ moules & coquilles. Nous n'avons vû sur toute la côte aucun
„ animal dangereux, ni terrestre, ni aquatique, même peu ou point
„ de mouches & de cousins. Le vent d'Est continuel qui vient
„ de la Mer, nettoye & rafraichit la côte, comme le même vent
„ fait le même effet sur celle du Brésil; avec la différence que la Mer
„ du Sud étant trois fois plus étenduë que l'Océan entre l'Afrique
„ & l'Amérique, cette côte doit être beaucoup plus fraiche & agréa-
„ ble que celle du Brésil. Mais ce qui, par dessus la beauté & la
„ fertilité du Païs, fait le point le plus important, nous y avons
„ trouvé toutes les choses précieuses. Mon Capitaine est entré
„ dans le Païs, & a trouvé beaucoup d'or; j'ai vû du Minerai d'ar-
„ gent, des Diamants, & d'autres Pierres précieuses. Il y a des hui-

„ tres

„ tres perlieres en abondance dans la Mer qui baigne les Côtes.
„ Nous avons trouvé de la soie, de l'yvoire, des fleurs, & des
„ noix de muscade, du poivre, du gingembre, & selon toutes les
„ apparences, il doit s'y trouver de la canelle & des cloux de gi-
„ rofle. Toute la côte est saine & sure. Le Port que nous avons
„ nommé *Vera Crux*, peut contenir plus de 1000 Vaisseaux à l'a-
„ bri de tous les Vents. Il est formé par l'embouchure de deux
„ rivières, dont l'une ressemble au Guadalquivir; d'un côté il est
„ bordé par une belle forêt, & de l'autre côté par une vaste plai-
„ ne. A quelque distance de la côte, il y a sept grandes Isles de
„ plus de 200 lieues d'étenduë, dont une qui n'est qu'à 10 lieues
„ du Port, peut avoir 50 lieues de tour. Quand V. M. sera le maî-
„ tre de ce Païs, il sera l'entrepôt de tout le Commerce du Chili, du
„ Pérou, du Mexique, de toutes les Terres de la Mer Pacifique,
„ des Isles Philippines, du Japon, de la Chine, des Isles Moluques,
„ de leurs aromates, & de toutes les Indes Orientales. J'ai érigé
„ une Croix, bâti une Eglise à la S. Vierge de Lorette, & fait
„ dire vingt Messes, auxquelles tout mon Equipage a assisté pour
„ avoir des Indulgences pour la Pentecôte. J'ai fait une Procession
„ le jour du Corps de nôtre Seigneur, & j'ai attaché en trois dif-
„ férents endroits les Armes & les Titres de V. M. Cette décou-
„ verte ne peut qu'augmenter & étendre sa gloire en faisant connoi-
„ tre son nom glorieux dans des Païs immenses: & vous pouvez
„ ajouter, Sire, dès ce moment à vos Titres celui de la Terre Aus-
„ trale du S. Esprit.

La Politique vague, superstitieuse, cruelle, & intrigante de Philippe étoit trop occupée en Europe; il ne comprit jamais que la Politique des Rois ne peut ni ne doit avoir d'autre objet, d'autre but, que le bonheur des Peuples qu'ils gouvernent; il crût que c'étoit l'art de faire du mal aux autres. Il perdit la Hollande, les Indes Orientales, le Bresil, & épuisa l'Espagne, qu'il dépeupla par la persécution des Maures, & qui déchût entièrement avec lui de sa grandeur.

 Mais

Mais il est surprenant, que depuis plus d'un siècle & demi aucune autre Nation de l'Europe n'ait poursuivi ces découvertes, qui promettent les avantages les plus considérables. Ceux qui réglent la destinée des Peuples, & forment les Calculs politiques, ne sont ordinairement pas fort instruits.

Perdus dans les détails de leurs emplois, plongés dans les intrigues par lesquelles ils se sont élévés & se soutiennent, occupés de misères, & des choses les plus frivoles qui tiennent à leur intérêt personnel, ou satisfont leurs petites passions ; semblables à l'araignée, ils n'ont point de tact hors de leur toile : les grandes choses les passent, ou leur paroissent des chimères.

S'ils connoissent les hommes, c'est dans le petit cercle de ceux avec lesquels ils vivent, par la lecture de quelque Roman, ou tout au plus pour avoir passé à Paris, ou à Londres ; & s'ils ajoûtent à cela quelque étude pédantesque, celle du Globe se fait dans la Carte de leur Païs. Peu ou point de projet grand & utile n'a été formé par ceux qui, élevés à de grandes places, paroissoient devoir s'en occuper.

Le grand nombre des Naturalistes, & des Géographes, fait une machine montée à peu près de même. Ils se promenent méthodiquement sur la surface du Globe & dans les Cieux, sans vuës & sans but. Les Calculs dans lesquels entrent le bien des hommes, ou plutôt leur moindre mal, le sort des Peuples, leur génie, leur caractère, leur Gouvernement, le physique, le moral, le politique, le passé, le présent, l'avenir qui doit s'ensuivre, les probabilités des événemens, enfin des donnés sans nombre, sont au dessus de leur portée.

Puissent tous les Peuples de l'Europe ouvrir les yeux, sur leurs véritables intérêts, & reconnoitre que, loin qu'il y ait de la gloire dans l'exercice de la puissance & des forces, il n'y en a que dans celui de la Sagesse, qui les employe pour le bonheur des hommes. Trajan,

jan, & Marc Aurele, font malgré eux la guerre aux Barbares jaloux de la felicité de Rome : le cruel Attila la fait pour ravager la Terre ; Caligula pour ramasser des Coquilles ; destitués de raison, de lumières, & de sens, l'orgueil, la folie, & la ferocité, les tourmentent.

Habitans de l'Europe, que la sagesse, les lumières, les connoissances, la générosité & l'humanité, dont vous êtes doués préférablement au reste des hommes, vous fassent connoitre sur toute la surface du Globe, comme des Philosophes éclairés, tels que les Orphées, & les Amphions, occupés à entretenir l'accord & le bonheur de cette grande famille du Genre humain.

Et vous Prussiens, Peuple de Héros, couverts des lauriers de Sparte & de Rome, comblés de l'admiration & de l'estime des autres Nations de l'Europe ; portez votre gloire, la générosité, la magnimité de votre caractère, qui, guidé par la sagesse & la justice, ne se propose dans l'emploi des plus grands talens, que son propre bonheur, celui de l'Europe, & celui des hommes, jusqu'aux Peuples inconnus encore de notre Globe. Que leur connoissance, leur bonheur, soit votre ouvrage!



 EXPE-

EXPÉRIENCES
SUR LA CONSERVATION DU SANG ET D'AUTRES CORPS LIQUIDES, SANS CORRUPTION, DANS LE VUIDE, PENDANT PLUSIEURS ANNÉES.
PAR M. ELLER.

Cette vaste étenduë transparente, imperceptible à notre vûe, qui environne notre globe, & qui est le premier mobile de la vie de l'enfant qui vient au monde, & la derniere ressource du malade qui en sort, le corps enfin, que le vulgaire prend pour un rien, & qui ne se manifeste aux ignorans sous le nom d'air, que lorsqu'il est agité & mis en mouvement ; ce corps dis-je, présente tant de phénomenes extraordinaires & merveilleux, qu'on ne sçauroit l'étudier assez, ni assez travailler à developer ses ressorts ; aussi a-t-il été l'objet des recherches & des expériences innombrables des plus grands Philosophes du Siecle passé comme de celui où nous vivons.

Ces grands hommes découvrirent par des expériences incontestables, que l'air étoit un fluide ; puisqu'ils trouverent, qu'il pressoit également, dans toutes sortes des directions, & avec la même force, les corps qu'il environne : propriété essentielle à tous les autres corps fluides & visibles que nous connoissons dans l'Univers. Mais ils comprirent en même tems, que cette fluidité de l'air étoit des plus fortes à cause de la rareté & de la mobilité de ses molecules sphériques, infiniment petites, & qui ne s'attirent que foiblement : par conséquent elles devoient être fort aisément séparables les unes des autres. Mais, nonobstant cette rareté & cette petitesse de ses élémens, elles restoient immuables dans la plus forte compression, aussi bien que dans l'extrème dilatation, dans le plus grand froid, comme dans

dans le degré le plus excessif de la chaleur, où tous les autres corps fluides souffrent des changemens notables, & plusieurs d'entr'eux une entiere destruction.

Ils remarquerent aussi dans l'air une propriété commune, & même essentielle à tous les autres corps, savoir la pesanteur; laquelle fut reconnue & établie par des expériences infaillibles. Le premier qui en fit la découverte, prit un long tube de verre, ouvert d'un côté & scellé de l'autre, lequel il remplit de Mercure, & l'ayant plongé dans un petit vase rempli aussi de cette eau métallique, il vit aussi-tôt le mercure tomber en quelque sorte hors du tube, mais une partie y restant suspendue à la hauteur de 28 pouces, ou environ, il reconnut par là, que la pesanteur de l'air, ou de notre atmosphère, étoit en équilibre avec la pesanteur du mercure dans le tube: & comme le mercure est à peu près 14 fois plus pesant que l'eau commune, les Philosophes trouverent ensuite que l'eau s'arrêtoit également dans un tube à une hauteur 14 fois plus grande que celle à laquelle le Mercure reste suspendu; & par conséquent l'eau se montroit en équilibre avec le poids de l'air, ou de l'atmosphère, à la hauteur de 34 pieds, à peu de chose près, de sorte que le poids de l'air sur le corps d'une personne est le même, que celui d'une colomne de Mercure dont la base est égale à la surface de ce même corps, & la hauteur de 28 pouces, ou d'une colomne d'eau commune de la hauteur de 34 pieds.

Une autre des propriétés principales encore, que l'air possede, n'echapa point à la recherche infatigable de nos Philosophes modernes; c'est son elasticité, laquelle fut nommée ainsi, à cause de quelques conformités que ce corps fluide & invisible montre avec plusieurs autres corps solides & visibles que nous rencontrons partout, & qui permettent une compression, les uns plus, les autres moins grande, mais qui se remettent dans l'état où ils etoient auparavant aussitôt que l'effort a cessé. Cette élasticité de l'air a été prouvée

 déjà

déjà par certain jeu que font les enfans, lorsqu'ils compriment l'air dans un petit tuyau de bois, par le moyen d'un piſton entre deux petites boules, pour faire ſortir avec éclat celle qui bouchoit l'ouverture antérieure du tuyau. Ce jeu a ſans doute amuſé les enfans bien longtems avant que les Phyſiciens ayent ſongé à examiner ce phénomene; & la conſtruction du fuſil, ou arquebuſe à vent, a tiré vraiſemblablement ſon origine de là. Il ſeroit trop long à préſent de parler de tant d'autres Machines, inventées depuis pour meſurer les differens degrés de cette condenſation de l'air; je dois remarquer ſeulement en général, que l'air inférieur de notre atmoſphère, proche de notre globe, eſt comprimé par le poids de l'air ſupérieur, de la même maniere que nous comprimons celui qui ſe trouve renfermé dans un tuyau, ou pompe; & les Phyſiciens ont trouvé par des démonſtrations inconteſtables, que l'élaſticité de l'air eſt comme ſa denſité; & par conſéquent, l'air, par une proportion conſtante, occupe toujours un eſpace lequel eſt en raiſon inverſe des poids qui le compriment. Ce poids, ou cette compreſſion ôtée, la dilatation de ſes molecules devient tellement grande, qu'il occupe alors un eſpace 4000 fois plus grand que celui qu'il occupoit auparavant, ſelon l'expérience d'un célébre Philoſophe moderne; & par les obſervations d'un autre grand homme, il eſt démontré que l'air ſupérieur de notre atmoſphère ſe dilate encore plus qu'en raiſon inverſe des quarrés des poids qui le compriment; ce qu'on ne peut pas déterminer exactement, puisqu'il eſt impoſſible de découvrir géométriquement la vraye hauteur de notre atmoſphère.

D'ailleurs, quelques Philoſophes modernes ont pouſſé la recherche de cette élaſticité ſi loin, que quelqu'un d'eux a trouvé le moyen, (par la compreſſion dans certaines machines,) de rendre l'air treize, un autre trente huit, & un autre encore, ſoixante fois plus denſe qu'il n'étoit dans ſon état naturel. Mais ce qui eſt encore plus ſurprenant, c'eſt que notre air, dont les molecules ſont infiniment petites, & d'une cohéſion auſſi bien que d'une attraction très foibles, ne perd

perd absolument rien de son élasticité, même dans la compression la plus forte, & lorsqu'il a été enfermé pendant plusieurs années dans de bons fusils à vent, ou dans quelques autres machines convenables; au contraire on a trouvé, que, quand on l'a relâché de sa prison, il montre la même force que s'il avoit été seulement condensé quelques minutes auparavant.

Outre ces propriétés essentielles de l'air, que nos habiles Philosophes ont exposées par des expériences incontestables, ils ont rencontré encore, en redoublant leurs recherches, une infinité de corps étrangers extrèmement deliés, nageant dans ce vaste fluide aërien; &, quoique ces corps n'ayent, ni rapport, ni affinité, avec les élémens de l'air pur élastique, ils ont été convaincus, que ces corps étrangers étoient absolument nécessaires dans la plûpart des opérations, où la Nature se sert de l'air, surtout pour la végétation; ce qui justifie la nécessité de leur présence, nonobstant l'embarras que ces corps étrangers causent aux Philosophes, lorsqu'ils s'efforcent de donner une décision exacte à leur expériences. On reconnoit généralement par là que l'air est un vaste Océan, rempli de matieres corporelles de toute espece, qui permettent à une cause physique quelconque de se séparer & de se désunir en molecules aussi petites & aussi minces, (sous l'augmentation pour tant de leurs surfaces à l'égard de leur petitesse,) que l'élasticité du fluide aërien le permet, en sorte qu'elles peuvent nager là dedans. C'est pour cette raison sans doute, que les Philosophes du tems passé ont déjà compris sous le nom d'atmosphère cet assemblage excessif de toutes sortes de matieres dont l'air se charge.

Et pour mieux prouver ceci, nous sentons, & le Thermometre nous apprend, que les rayons du Soleil, la matiere électrique, aussi bien que le feu allumé partout dans nos foyers, & même la chaleur sonterraine, fournissent la matiere du feu répanduë dans toute l'atmosphère. De plus, l'eau dissoute & élevée par cette chaleur s'exhale dans l'air en très grande quantité. L'analogie qui se trouve entre l'eau & l'air, sem-

semble favoriser non seulement une combinaison aisée de ces deux corps, mais même une transformation réciproque, du moins de quelques parties de l'eau, dans un véritable air élastique; ce qui est prouvé, entre plusieurs autres expériences, par celles de l'Eolipile, & par l'éclat violent de la poudre à canon, qui, dans l'embrasement subit de ses ingrédiens combustibles, est causé uniquement par quelques petites gouttes d'eau contenuës dans le salpetre. D'ailleurs, la présence d'une eau abondante dans l'air est prouvée par les Hygrometres, par les Barometres, & par le sel alcali fixe qui se liquéfie en peu de tems par l'attraction de l'eau hors de l'atmosphère. Aussi voyons-nous que cette exhalaison copieuse de l'eau, ayant formé les nuées & les brouïllards, lorsque l'air s'en trouve surchargé, elle se condense, se rassemble en gouttes, & retombe sur notre globe sous la forme de pluye, de neige, ou de grêle, selon la constitution chaude ou froide de l'air & de la saison.

Pareille évaporation humide s'éléve dans l'air par la transpiration continuelle des hommes & des animaux, laquelle est si considérable, que les expériences faites pour la déterminer, nous prouvent, que la moitié à peu près de toute nouriture prise s'échape dans l'air par la peau. Ajoutons à cela que les exhalaisons surprenantes de tous les végétaux que la terre porte, surpassent encore de beaucoup, selon les expériences d'un illustre Philosophe Anglois, celles des animaux. Mais ce n'est pas l'eau toute pure qui exhale en si grande quantité des corps des animaux & des plantes; toutes les parties qui entrent dans la composition de la masse du sang, comme la graisse, la bile, les sels volatils, la matiere subtile terrestre, &c. peuvent également se dissiper par la peau, & s'élancer dans l'atmosphère. L'eau dissoute en vapeurs, qui sort de ces corps sans cesse, leur sert de vehicule. Les plantes de même évaporent des surfaces de toutes leurs parties une quantité très considérable, non seulement d'une eau pure, mais une infinité d'autres molecules que nous appercevons par l'odorat, surtout dans la saison où elles poussent, & prennent de l'accroissement.

Et

Et quel Physicien seroit assez habile pour déterminer la quantité & la différence infinie d'atomes que les plantes, & surtout leurs fleurs, répandent dans l'air ? Leur poussiere fécondante même voltige dans cet élément, lorsque les étamines sont secouées par le vent. D'ailleurs qui est-ce qui ignore l'effet de la corruption de la plûpart des plantes, & surtout des animaux, dont les atomes dissoutes par la pourriture s'évaporent dans l'air à chaque instant du jour ? N'oublions pas la fermentation, qui, par un combat intrinseque des fluides propres à cette action, éléve un nombre de molecules spiritueuses, tres déliées, & en remplit toute l'atmosphère. Il en est de même des parties excrémentales des animaux ; & je n'aurois jamais fait si je voulois entrer ici dans tous ces détails. Mais je ne dois pas passer sous silence les exhalaisons copieuses, qui du sein de la terre s'élevent sans cesse dans notre atmosphère. Les entrailles de notre globe sont remplies d'un amas énorme de toutes sortes de matieres salines, sulphureuses, arsenicales, mercurielles, qui par la chaleur souterraine sont poussées en haut sans interruption, & qui en s'entrechoquant se subtilisent tellement, qu'elles peuvent passer à travers de la terre poreuse. Quel Physicien pourra découvrir la source véritable de cet acide universel qui réside dans toute l'étendue de l'air, & qui se prête à l'attraction du sel alcali fixe, lequel il change en sel moyen par l'union la plus étroite. Enfin nous voyons que l'air est un vray chaos, qui rassemble également dans son sein toutes les productions aussi bien que toutes les destructions de la Nature.

Mais, nonobstant cette hétérogéneité frappante des molecules innombrables dont ce vaste volume de l'air est susceptible, il ne laisse pas d'être aussi nécessaire à la vie qu'il est utile à la conservation & à la santé de tous les animaux qui respirent ; car ils cessent de vivre aussi-tôt qu'on leur ôte ce fluide sous la cloche d'une pompe pneumatique. Les poissons même expirent quand la communication avec l'air extérieur est arrêtée par la glace qui couvre les lacs & les reservoirs dans un grand froid. Les plantes en général périssent dans le

le vuide, & perdent toute végétation & tout accroissement dans un endroit clos où le passage d'un air frais est bouché. En un mot, nous rencontrons dans l'air une nouriture occulte, qui soutient la vie des animaux & des plantes, & dont ils ne peuvent se passer sans risquer leur ruine totale. Il est même très vraisemblable qu'il existe dans l'air une source intarissable de la matiere spermatique universelle, où tous les êtres vivans, des deux principaux régnes de la Nature, puisent leurs molecules organiques, convertissables ensuite, & propres à être identifiées dans la nature de chaque espece & de chaque individu.

Tel est enfin ce corps fluide élémentaire, duquel tout être créé tire son origine & sa conservation. Mais n'est-il pas bien étrange, que la même chose qui nous prête la vie, opère à son tour notre destruction? Nous voyons cette destruction s'avancer par une dissolution des parties solides d'un corps dont les interstices, ou pores, permettent une entrée libre & aisée à l'air, qui est, comme nous l'avons vû, chargé d'une quantité extraordinaire de dissolvans les plus déliés de toute sorte. La seule chose qui paroit empêcher une dissolution des corps trop subite, est sans doute la matiere grasse, phlogistique ou inflammable, qui sert de colle ou de lien aux molecules terrestres qui constituent la base de tous les corps, dans les trois régnes de la Nature. C'est cette matiere qui refuse le mêlange avec l'eau dissoute en vapeurs dont l'air se charge, & dans laquelle nagent les parties dissolvantes, acides, salinés, volatiles, spiritueuses, &c. qui rencontrent sans doute une entrée très difficile dans les corps qu'ils touchent, d'autant plus que l'accès est refusé à leur véhicule. Dans les animaux, c'est la graisse principalement, qui au dessous de la peau extérieure renferme toute la surface du corps, après qu'un mucilage, ou cole grasse, a joint les parties solides terrestres ensemble. Dans les plantes, nous rencontrons pareillement une matiere grasse inflammable, qui sous le nom de résine, ou gomme, affermit la solidité de leurs fibres. Aussi voyons-nous que les plantes, qui participent le plus de cer-

cette matiere résineuse, résistent plus longtems à la destruction que l'humidité de l'air auroit pû leur causer. C'est à ces matieres résineuses que nous devons la conservation des Momies, ou cadavres humains enduits de toutes sortes de résines, & préservés par là de la corruption pendant plusieurs siècles. Dans la plûpart des fossiles, & surtout dans les corps métalliques, nous trouvons cette matiere phlogistique, ou inflammable, trop étroitement liée aux terres minérales vitrifiantes & mercurielles, pour que les dissolvans aëriens y puissent pénétrer si tôt, & dissoudre leur cohésion solide. Entre ceux-ci, l'or & l'argent bien purs, avec certaines pierres précieuses, sont les seuls corps, connus dans la Nature, qui peuvent résister constamment à cette action destructive de l'air.

Pour garantir donc les autres corps de cette corruption, il faut tâcher de leur ôter absolument toute communication avec l'air extérieur. Dans cette vuë, j'ai fait l'expérience avec quelques corps fluides, lesquels sont les plus sujets aux dissolutions destructives; & je les ai néanmoins conservés pendant plusieurs années sans la moindre marque de corruption. Pour faire réussir ces expériences, on n'a qu'à s'y prendre de la maniere qui suit. Je fis faire une plaque ronde bien forte de cuivre jaune, d'un pied de diamètre, avec un tuyau au centre de trois pouces de longueur, garni dans son milieu d'un robinet bien ajusté pour empêcher l'entrée de l'air, le tout du même métal. J'attachai la plaque à ma pompe pneumatique par le moyen d'une vis qui étoit au bout du tuyau; j'y plaçai ensuite quatre petits verres bien rincés qui pouvoient tenir environ trois onces chacun; je remplis le premier de lait de vache, dans un autre je versai du Vin de Bourgogne; dans le troisième du Vin de Champagne: & comme il se trouvoit par hazard un ami auprès de moi, qui voulut bien permettre qu'on lui tirât un peu de sang du bras, j'en remplis le quatrième verre; ce sang étoit beau & d'une belle consistance. Je couvris aussi-tôt mes verres avec une cloche de crystal proportionnée & bien forte, laquelle j'attachai à la plaque par le moyen d'un mélange de matieres

 glu-

gluantes d'une viscosité éprouvée, composé de poix, de résine, de cire, de térébentine, &c. Ensuite je tirai successivement tout l'air qui étoit sous la cloche & dans les fluides de mes quatre verres, jusqu'à ce que le Mercure dans le barometre de la pompe fût monté au même degré que celui d'un autre barometre que j'avois à la muraille de ma chambre. Pour empêcher que l'air ne rentrât dessous la cloche, je tournai le robinet du tuyau de la plaque, laquelle j'ôtai de dessus la pompe ; & de peur qu'il ne se glissât dans la suite quelque portion de l'air, comme cela arrive à l'ordinaire, malgré le soin qu'on prend de bien ajuster le robinet à toute la circonférence de son creux, & de l'enfoncer si étroitement que faire se peut en le frottant par le moyen de la graisse ; pour éviter donc cet inconvénient, j'avois préparé un bloc de bois rond, selon le diamètre de la plaque de cuivre qui soutenoit la cloche : il étoit d'un pied de hauteur, ou environ, & dans le milieu j'avois fait un trou de trois pouces de diametre sur quatre à cinq de profondeur : je versai dans ce creux de la graisse de mouton fonduë & bien pure ; j'y enfonçai aussitôt le tuyau de la plaque avec son robinet bien fermé, de sorte que la plaque couvroit la surface superieure du bloc, & y étoit collée par la graisse réfroidie qui s'étoit épanchée lorsque le tuyau fut enfoncé dans son creux.

Mes liqueurs ainsi arrangées dans ce vuide furent gardées dans un endroit clos, où le grand froid ne pouvoit gâter l'expérience, non plus que la trop grande chaleur. J'y regardai de tems en tems, & ne remarquant aucun changement, ni dans la couleur, ni dans la consistance de ces fluides, ce que je pouvois bien examiner au travers de la cloche transparente ; je laissai le tout renfermé tranquillement d'une année à l'autre, depuis le mois d'Avril 1741 jusques vers la fin de l'année précédente 1756. Il s'étoit donc écoulé quinze ans & huit mois environ, lorsque m'ennuyant de garder plus longtems l'appareil de cette expérience, & l'ayant fait voir à plusieurs de mes amis, je détachai la cloche, qui par le moyen de la matiere gluante tenoit encore aussi ferme à la plaque que le premier jour que

je

je l'avois attachée, & je ne remarquai pas non plus beaucoup de changement dans mes liqueurs, excepté que dans le verre ou j'avois mis du lait, la crême s'étoit séparée un peu, & confusément mêlée avec son petit lait, ce mélange gardant au reste sa blancheur & sa fluidité naturelle. Dans les deux verres où étoit le vin, pour ce qui regarde la couleur ou la consistance, il n'y avoit aucun changement, si ce n'est que le vin de Bourgogne avoit déposé au fond un peu de poussiere rougeâtre, & celui de Champagne une poussiere semblable, mais blanchâtre, & en moindre quantité. En examinant ces atomes par une loupe & au goût, je trouvai que ce n'étoit qu'un peu de tartre que le vin dépose à l'ordinaire dans les tonneaux. On ne remarqua pas le moindre changement dans le quatrième verre qui contenoit le sang humain; sa quantité n'étoit point diminuée, ni sa qualité altérée, soit pour la couleur, soit pour la consistance; il ressembloit parfaitement au sang nouvellement tiré d'une veine: & ce qu'il y avoit de plus surprenant, c'étoit que les petites boules rouges montroient encore parfaitement leur figure sphérique, lorsque je les examinai par le microscope, les ayant fait entrer auparavant dans de petits tuyaux capillaires.

Ces expériences nous menent, à ce que je crois, à une décision incontestable, sçavoir que c'est l'attouchement de l'air qui cause la désunion, aussi bien que la destruction entiere, de tous les corps que la Nature produit, & qu'on pourroit sauver éternellement, surtout les corps durs & solides, de cette corruption, si on pouvoit les garantir absolument de toute communication avec l'atmosphère. On peut fort aisément aussi comprendre la nécessité inévitable de cette destruction, par les propriétés de l'air que je viens d'indiquer en passant. Sa fluidité inconcevable jointe à sa pesanteur, lui donne la capacité de s'insinuer dans les interstices, ou pores, de tous les corps. Son élasticité expansive, aidée du feu & de la chaleur qu'il contient, dissout & enleve toute l'humidité, laquelle emporte en même tems les molecules gommeuses, s'il y en a dans un corps. Les parties ré-

résineuses sont dissoutes par les atomes spiritueux, par les sels volatils, & par les acides répandus dans l'atmosphère. L'eau que la chaleur de l'air dissout en vapeurs, se charge encore de parties grasses, huileuses, & salines, qu'elle emporte des corps qui en sont doués; & en les subtilisant par un mouvement intestin réciproque, leur rend cette volatilité incommode & dégoûtante qu'on appelle pourriture, qui est le dernier degré de la destruction corporelle, surtout dans les animaux. Et qui est-ce qui pourra déterminer la nature & la petitesse inconcevable de ces atomes, qui viennent la plûpart de la pourriture, & qu'on nomme *miasmes morbifiques*, *contagieuses*, *petechiales*, *dysenteriques*, *veroliques*, *vénériennes*, &c. dont l'air étant chargé quelquefois, les communique par la respiration, ou par les pores de la peau, à la masse du sang? Et quelque petite que puisse être cette portion tout à fait imperceptible à nos organes, elle est capable d'introduire une corruption totale dans toutes les humeurs du corps humain; ce que nous apprenons tous les jours par les maladies funestes, épidémiques, & contagieuses qui enlevent tant de monde.



ESSAIS

ESSAIS
CONCERNANT LA NOUVELLE ESPECE DE CORPS MINÉRAL CONNU SOUS LE NOM DE *PLATINA DEL PINTO*.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Il y a déjà quelques années que l'on eſt parvenu en Angleterre à la connoiſſance de corps minéral métallique, auquel on a donné le *Platina del Pinto*. Les Auteurs Anglois qui en parlent, diſent qu'on le trouve dans les Mines d'Or des Indes Occidentales Eſpagnoles. (Voyez les *Tranſactions*, Vol. 48. p. 638.) Suivant d'autres rélations, ce minéral doit ſe trouver en forme de ſable dans les rivieres de la Province de *Quito*, & cela en très grande quantité. On ne ſauroit donc dire avec aucune certitude, ſi c'eſt une matiere réellement minérale, ou une ſimple raclure que l'eau entraîne de quelque veine entiere, & porte avec elle dans ſon cours; ou même ſi ce ne pourroit point être un pur récrément métallique, d'où les Eſpagnols, à qui appartiennent les mines de ces contrées, auroient tiré de maniere ou d'autre ce métal parfait. Un de nos dignes Confreres (*) aſſure M. le Profeſſeur *Euler*, dans une Lettre qu'il lui a écrite, qu'il tient de la bouche d'un Eſpagnol qui a été dans cette Province, & qui en a apporté de la *Platina*, qu'on la trouve répanduë ſur la campagne, près du fleuve qui traverſe les montagnes du Perou auprès de *Quito*. Dans les commencemens il étoit fort difficile de ſe procurer quelque échantillon de cette matiere; les Eſpagnols n'en vouloient point communiquer, à cauſe que pouvant être aiſément mêlée avec

(*) *Mr. Bertrand* de Geneve

avec l'or & l'argent, elle est propre à falsifier ces métaux. A la fin en 1753. les Anglois en obtinrent une quantité, dont on donna quelques livres à M. le Docteur *Lewis* à *Kingston;* ce qui a mis ce Savant en état de faire les premieres Expériences là dessus. Elles sont rapportés dans le Volume des *Transactions* que nous avons cité. Depuis j'ai eu le bonheur d'en avoir aussi une quantité dont je suis redevable aux bons offices de M. *Euler;* & cela m'a animé à en faire l'objet de quelques Expériences, que je vais exposer dans ce Mémoire.

II. Pour commencer par décrire les apparences de ce corps, elles sont assez irrégulieres. Il est blanc, tirant un peu à la couleur de plomb; les grains en sont pour la plûpart applatis, & on les sent polis au toucher. Il y a de ces grains qui se laissent assez bien battre au marteau sur l'enclume; d'autres, après avoir reçu quelque coups, éclatent; d'autres prennent la forme de lames toutes minces; & cela arrive ordinairement aux grains qui étoient convexes. Je pris d'abord les grains qui s'étoient laissé applatir en lames, & je versai dessus de l'eau forte. Mais, quoique je les eusse d'abord mis à digérer, il ne voulut s'en détacher rien de considérable. Je jettai là dessus un peu de Salmiac, & le mis en digestion; mais il ne se fit non plus aucune solution dans ce menstrue; & à peine en résulta-t-il une teinture jaunâtre. L'aiman attire aussi une partie de ce corps à soi. Au reste, après l'or, c'est le plus pesant de tous les corps; car il est à ce métal comme 18½ à 19.

III. Le premier essai que je fis sur la *Platina*, fut la calcination. J'en pris deux onces que je mis sur un têt à rôtir sous une mouffle bien ardente, & j'entretins le feu pendant deux heures avec beaucoup de force, sans appercevoir pendant ce tems-là aucune fumée, même quoique je remuasse de tems en tems avec un petit crochet de fer. Après le réfroidissement, cette Platine avoit l'air d'un plomb rouillé; seulement elle étoit plus noire, & sans aucun éclat métallique. L'aiman n'en attiroit presque plus rien. Cependant elle n'a-

avoit rien perdu de son poids ; au contraire il étoit augmenté, puisqu'elle pesoit alors deux onces & dix grains, quoiqu'elle eut été exactement pesée ; ce qui est assurément très remarquable.

IV. Je pris ensuite une once de Platine crue, je la mis dans un creuset à fondre ordinaire, sur lequel je posai un couvercle, & que je plaçai dans un fourneau de fusion, auquel je donnai le feu le plus violent de mon Laboratoire, par une longue traînée, qui donne non seulement sous le trou des cendres au gril du fourneau, mais qui est aussi introduite par la cheminée fort longue & étroite, placée au dessus du fourneau même ; ce qui produit l'ardeur la plus vehèmente qu'on puisse donner aux fourneaux de fusion d'un Laboratoire, placés sur un piédestal convenable. Je continuai ce degré de feu pendant trois ou quatre heures. Après le réfroidissement je trouvai la Platine un peu réunie, mais nullement fondue ; & alors elle pesoit cinq, ou même près de six grains de plus, qu'auparavant. Les coups de marteau en séparoient assez aisément les parties les unes des autres. L'intérieur étoit à la vérité un peu plus blanchâtre : mais on retrouvoit les mêmes grains qui avoient existé auparavant ; & quelques uns d'entr'eux se laissoient pareillement applatir sur l'enclume. Je distillai aussi par une retorte de verre une once de Platine crue avec un feu violent dans un récipient adapté ; & j'obtins par ce moyen quelque quantité d'un mercure réel coulant. Après cela j'examinai attentivement la Platine, & je trouvai dans celle qui étoit cruë un semblable mercure ; ce qui, joint à la figure applatie de la plûpart des grains de Platine, me confirma fortement dans la pensée que ce minéral étoit le produit de quelque ouvrage d'amalgamation, qui se fait pour tirer l'or par le moyen du mercure d'une miniere mêlangée. Ce qui étoit resté après ce travail dans la retorte ressembloit à la Platine ; seulement j'y trouvai plusieurs grains jaunes, que le marteau pouvoit applatir fort minces sur l'enclume, & qui avoient l'apparence du plus bel or. J'y jettai de l'eau régale dans une petite cucurbite, & le mis en digestion ; mais, bien que j'eusse fait

 bouïl-

bouillir l'eau régale, le métal en fut fort peu attaqué, le dissolvent en ayant à peine pris une teinture jaune. Il ne s'en précipita non plus rien avec une solution d'étain, qui autrement est équivalente à une pure solution de sel, & a coûtume de produire dans ce cas une couleur rouge.

V. Après cela, je cherchai à faire avant toutes choses une solution claire de la Platine cruë, & qui n'avoit encore été soumise à aucune épreuve, en y versant des liqueurs acides. Je commençai par mêler une once d'un esprit de sel assez fort avec une dragme de Platine cruë, dans une retorte de verre; j'y appliquai un récipient qui joignoit exactement, & je distillai par degrés, en donnant à la fin un feu d'incandescence; ensuite dequoi je trouvai dans le cou de la retorte un sublimé délié, blanc, crystallin, qui, en le regardant par une loupe, me parut avoir la figure d'un arsenic crystallisé. Derrière s'étoit attaché un sublimé rougeâtre, mais qui, à cause de sa petite quantité, ne put être soumis, non plus que les petits crystaux, à aucune épreuve ultérieure. Ce qui resta dans la retorte parut considérablement changé: il étoit brunâtre, brillant par-ci par-là comme la Platine, & tirant un peu d'humidité en plein air. Cet acide parut ensuite avoir eu quelque prise sur le fer dans la Platine. Je procédai avec l'acide de nitre de la maniere qui vient d'être rapportée au sujet de l'acide de sel, & cela en employant une eau forte d'une très grande force, dans la même proportion, & avec le même feu; après quoi je trouvai aussi dans le cou de la retorte des crystaux dont la figure étoit pareillement semblable à ceux de l'Arsenic; mais le sublimé rougeâtre qui s'étoit attaché derrière dans l'Expérience précédente, manquoit ici. Le résidu ne différoit point non plus de celui de la Platine traité avec l'acide de sel; & l'acide du nitre sembla aussi n'avoir attaqué que le fer dans la Platine. Tout se passa précisément de même quand je versai sur une dragme de Platine la quantité précédente d'huile de Vitriol, en faisant la distillation sus-mentionnée, & donnant à la fin un feu d'incandescence. Le résidu fut encore le même que celui de la Plati-

ne

ne travaillée avec l'acide du ſel & du nitre, ſavoir d'un brun rougeâtre, brillant çà & là, & l'acide parut avoir également attaqué le fer dans la Platine. Je n'apperçus point de ſublimé dans ce travail. Au reſte, ce que ces Expériences font voir, c'eſt que tous les acides ſusdits ont quelque priſe ſur la Platine, bien que ce ſoit l'acide du ſel qui l'attaque le plus fortement.

VI. La Platine n'éprouve point d'effet plus conſidérable que celui qu'y cauſe l'eau régale, comme l'ont déjà obſervé Meſſieurs les Anglois, dans le Mémoire cité, §. I. En effet ayant mis une once de Platine dans une cucurbite, & ayant verſé deſſus ſix onces de bonne eau régale, qui avoit été faite par le mêlange d'une livre d'eau forte avec une once de ſel ammoniac pur, la Platine entra dans une pleine ébullition, & fut attaquée par l'eau régale avec beaucoup de violence. Cette eau ſe teignit d'abord en jaune, & la teinture devint toujours plus foncée pendant la digeſtion, jusqu'à ce ſqu'à la fin la ſolution fut d'un rouge de grenade tout à fait obſcur. Je fis enſuite écouler cette ſolution, & je verſai ſur le réſidu de l'eau régale fraîche, continuant toujours ainſi, jusqu'à ce que l'eau régale ne ſe teignit plus du tout; à quoi je fus obligé d'employer une livre & demie, & au delà, d'eau régale, quoique la mienne fut extrèmement forte. Il faut remarquer ici que la ſolution filtrée & expoſée au froid dépoſe toujours de petits cryſtaux rougeâtres. Je verſai après celà dans une retorte tout ce qui étoit entré en ſolution claire, après l'avoir auparavant filtré; je diſtillai ce liquide jusqu'à la moitié, & ce qui étoit reſté dans la retorte fut conſervé dans un verre bien fermé pour en faire uſage. Quant à la matiere noirâtre brillante qui étoit demeurée de la ſolution de la Platine dans l'alembic, je l'édulcorai au mieux avec de l'eau chaude, je la fis ſécher; & ayant enſuite trouvé que l'aiman l'attiroit presque toute entiere, (ce qui eſt fort remarquable,) je la mis ſous le microſcope, où elle paroiſſoit mêlée de quelques particules blanches, & transparentes, qui étoient probablement du ſpath, ou du quartz. Leur petite quantité ne m'a pas permis d'en faire le ſujet de recherches plus étendues.

VII. Là dessus je mêlai la solution de Platine faite de la maniere qui vient d'être rapportée, avec toutes sortes de solutions métalliques & demi-métalliques, pour voir si, & avec lesquelles, elle se précipiteroit, sur quoi j'ai fait les observations suivantes.

1. Que la solution de Platine étant mêlée avec une solution d'or faite dans l'eau régale, se précipite d'une couleur rougeâtre orangée.

2. Qu'étant mêlée avec une solution d'argent fin dans l'eau forte, elle en est précipitée de couleur jaune.

3. Ce qui arrive aussi avec une solution d'argent faite dans l'acide vitriolique.

4. La solution de Vitriol de Venus n'en a point été précipitée, non plus

5. que celle de Venus faite dans l'acide du Nitre, excepté qu'avec le tems il se dépose dans celle-ci une poussiere rougeâtre tirant à l'orange, ce qui vient peut-être de la solution de Platine même, qui se précipite ainsi d'elle-même avec le temps.

6. La solution de cuivre dans l'acide du sel ne se précipite point du tout en y versant la solution de Platine, non plus que

7. la solution de cuivre faite avec le vinaigre de vin distillé.

8. Aussi-tôt après le mélange de la solution d'étain faite dans l'eau régale avec la solution de Platine, il tomba au fonds une poussiere rougeâtre qui tiroit à l'orange foncé.

9. La solution de Saturne dans l'acide du nitre, mêlée avec la solution de Platine, ne se précipita point du tout; ce qui est remarquable, puisque l'acide commun du sel existe ici dans l'eau régale avec laquelle la solution de Platine a été faite, & qu'autrement il a coûtume de précipiter sur le champ le plomb en forme de Saturne cornu; comme

aussi

aussi une simple solution de sel commun précipite toujours sans délai cette solution de Saturne, étant aussi efficace dans ce cas que l'esprit ou l'acide du sel, ou l'eau régale. La solution de Saturne avec le vinaigre de vin distillé se comporte précisément de même dans son mélange avec la solution de Platine.

10. La solution de Vitriol de Mars, la solution de Mars dans l'esprit de nitre, & la solution de Mars dans l'esprit de sel, ne produisent absolument aucune précipitation, étant mêlées avec la solution de Platine.

11. La solution de Zinc faite dans l'acide du nitre se précipite de celle de Platine, de couleur rouge orangée, & presque comme de la brique.

12. La solution de Bismuth dans l'acide du nitre ne se précipite point dans la solution de Platine; & il en est de même

13. de la solution de craye dans l'acide du nitre, de la solution d'alun, de la solution du sel admirable de Glauber, & de celle du sel fusible d'urine de la seconde crystallisation; qui, toutes en général, ne laissent appercevoir aucun signe de changement, ni de précipitation, après avoir été mêlées avec la solution de Platine.

VIII. Je continuai à mêler la Platine crue avec toutes sortes de solutions métalliques, pour voir si le métal de ces solutions se précipiteroit. Je mis ces mélanges un peu en digestion, mais je ne remarquai point qu'aucune des solutions métalliques souffrit de précipitation en y jettant la Platine. Les solutions que j'employai pour cet effet furent les suivantes.

La solution d'Or dans l'Eau régale.
— — d'Argent dans l'acide du nitre.
— — de Mercure dans l'acide du nitre.
— — de Cuivre dans l'acide du nitre.

La solution de Cuivre dans l'acide du vitriol.
— — de Cuivre dans le vinaigre de vin distillé.
— — de Mars dans l'acide du nitre.
— — — — dans l'acide du sel.
— — — — dans l'acide du vitriol.
— — de Saturne dans l'acide du nitre.
— — — — dans le vinaigre distillé.
— — — — dans l'eau régale.
— — de Bismuth } dans l'acide du nitre.
— — de Zinc }

IX. Il étoit encore néceſſaire aprés cela de mêler la ſolution de Platine avec des métaux cruds, & de faire attention aux phénomenes qui en réſulteroient.

Pour cet effet je verſai,

1. dans la ſolution de Platine, dans un verre net, une petite lame très propre de fin or, & le mis en digeſtion. Mais, au bout de quelques jours, je trouvai que l'or n'en avoit pas été le moins du monde attaqué, ni rongé ; ſeulement il ſe précipita de la ſolution de Platine, comme cela arrive ordinairement, un peu de pouſſiere rougeâtre, d'une couleur d'orange foncé, qui étoit déliée & cryſtalline.

2. J'ai jetté un petit morceau de l'argent le plus fin, réduit en lame, dans la ſolution de Platine, & l'ai fait médiocrement digérer. Ici l'argent étoit duement attaqué ; & il s'étoit poſé ſur l'argent une chaux blanche, qui l'avoit comme incruſté de toutes parts. La ſolution qui repoſoit là deſſus étoit encore d'un jaune couleur d'or. Mais la lame d'argent étoit entierement rongée, amollie, & ſe laiſſoit aiſément briſer entre les doits.

3. Ayant jetté un petit morceau de cuivre fin dans la ſolution de Platine, & l'ayant mis en digeſtion, la ſolution devint d'un beau verd ; la plaque de cuivre étoit pour la plûpart rongée ; & une matiere d'un

brun



brun noirâtre la recouvroit. Elle étoit aussi en grande partie fort friable, & cédoit aisément à l'action des doits.

4. Un petit morceau de fer poli pareillement mis dans la solution de la Platine, & exposé à la digestion, fit voir la la Platine qui devenue d'un noir brun s'étoit attachée au fer; & il s'étoit en même précipité du mêlange beaucoup de poussiere d'un jaune d'ocre médiocrement foncé. J'emportai la fange qui environnoit le fer en le lavant avec de l'eau, & je trouvai que la Platine l'avoit incrusté de tous côtés, & même qu'il en avoit été pénétré. Au reste il étoit devenu fort tendre, & friable entre les doits.

5. Tout pareillement la Platine, après avoir mis dans sa solution un petit morceau d'étain bien net & poli, réduit en lame, en fut précipitée par le secours de la digestion, sous la forme d'une poussiere d'un rouge noirâtre qui s'étoit attachée à l'étain. Au bout de quelques jours l'étain se trouva entierement rongé; la liqueur qui reposoit au dessus ressembloit à du Caffé d'un brun foncé, tirant au noirâtre. Je la seconai sur un filtre; & elle se sépara de la matiere plus pesante qui avoit été déposée au fonds. Je précipitai la liqueur noirâtre qui avoit traversé le filtre, avec une solution de sel de tartre bien nette, & la remis sur le filtre, afin qu'elle passât bien claire à travers. J'édulcorai le précipité qui se trouva dans le filtre avec de l'eau chaude au mieux, & je le fis sécher; après quoi j'obtins un mixte noir, qui, en le rompant, ressembloit presque à de la poix brisée, on à un charbon de terre pur. J'en pris deux scrupules, auxquels j'ajoûtai une dragme de Borax calciné, deux dragmes de nitre dépuré, une demi-once de sel de tartre très pur, & une once de cailloux pulverisés. Tout cela étant bien mêlé ensemble, je le fis fondre dans un creuset au feu le plus violent; & cela me donna une masse de verre grisâtre, dont un petit morceau délié, mis sur l'ongle, & exposé à la lumiere du Soleil, tiroit à la couleur d'améthiste; mais je n'y découvris aucuns grains métalliques.

6. J'ai

6. J'ai jetté dans la ſolution de Platine un morceau de plomb taillé en lame très fine, & en ai procuré la digeſtion comme des précédens. Le plomb fut attaqué tout de même; la lame étoit rongée, & la ſolution demeura jaune. Au fonds repoſoient des cryſtaux qui n'étoient autre choſe que du Saturne cornuifié. Parmi eux ſe trouvoit une pouſſiere d'un noir brun. Je verſai ſur le tout de l'eau diſtillée chaude; alors les cryſtaux ſe fondirent, & il reſta quelque choſe d'une pouſſiere noirâtre, laquelle ayant été encore ultérieurement édulcorée, & ſéchée, donna à la Platine toutes les apparences d'un corps fort tendre.

7. J'ai mêlé la ſolution de Platine avec le mercure, en joignant à une demi-once de mercure une once de ſolution de Platine. En ſecouant ſeulement ces matieres, le mercure coula d'abord d'une maniere gluante, & en ſe traînant. Après cela il ſe précipita une quantité de pouſſiere d'nn blanc jaunâtre. Quand je fis enſuite digérer cette ſolution, elle devint le lendemain verdâtre. Je continuai la digeſtion encore pendant un jour, je verſai de l'eau deſſus, j'en fis une décantation claire, j'édulcorai le tout au mieux, je lavai la pouſſiere blanche; & ayant fait ſuccéder encore quelques édulcorations avec de l'eau chaude, je le fis ſécher. Je ſéparai auſſi le mercure qui étoit reſté ſans être rongé; il ne reſſembloit point à un amalgame, mais étoit aſſez coulant. Je le diſtillai d'une très petite retorte, & il en demeura un ſeul grain, ſi délié que je fus obligé de le ſoumettre au microſcope qui me le montra jaune. Quand j'eus ſublimé la pouſſiere jaune dans une petite retorte de verre, cela produiſit encore après un ſublimé d'un jaune rougeâtre par derrière, mais plus blanc par devant. Il étoit demeuré pour réſidu un peu de matière griſe, qui en la preſſant repréſentoit encore une ſorte d'amalgame, & pouvoit donner lieu à de nouvelles recherches. Il eſt remarquable que le mercure s'eſt ſoutenu ici, jusqu'à ce que tout le ventre de la retorte ait été entièrement fondu, ſans qu'il s'y ſoit fait pourtant de trou.

8. Un

8. Un petit morceau de Zinc réduit en lame, & jetté dans la ſolution de Platine, avoit de toutes parts une incruſtation de couleur brune. La lame de Zinc étoit demeurée dans ſon entier ; & ſelon toutes les apparences la Platine s'étoit précipitée ſur le Zinc.

9. Un petit morceau de Régule d'Antimoine ſimple bien net, mis dans la même ſolution, & digéré comme ci-deſſus, en en a été pareillement attaqué. La liqueur qui repoſoit deſſus étoit jaune, & il s'eſt précipité beaucoup de pouſſiere blanche, qui étoit ſans doute pour la plûpart un régule rouge. Le reſte du régule ſe trouva en petites parties brillantes, entièrement rouge, & paroiſſoit s'être mêlé avec la Platine précipitée en même tems.

10. Tout ſe paſſa à peu près de même, lorsque je mis un petit morceau de Bismuth fondu net dans la ſolution de Platine, & que je l'eus expoſé à une ſemblable digeſtion : il ſe précipita une pouſſiere blanche, & le Bismuth parut rongé.

11. Je pris enſuite un petit morceau de Régule net de Cobalt, (en Allemand *Cobald-Speiſe*,) tiré de la mine de couleur bleue de *Schneeberg* ; je le fis fondre à diverſes repriſes avec du verre pour en tirer tout le bleu ; & l'ayant mis dans la ſolution de Platine, il en fut pareillement attaqué. Il ſe dépoſa au fonds une pouſſiere jaunâtre. La liqueur qui ſurnageoit, étoit verdâtre. Le régule perdit dès le commencement ſon éclat, & devint noir.

X. La ſolution de Platine dans l'eau régale, qui eſt ſon disſolvent propre, ſe précipite avec les ſels alcalis ; & cela avec les alcalis fixes auſſi bien qu'avec les volatils, ou les urineux. Cela donne un jaune orangé, & un peu brillant. Cependant il y a ceci de particulier, c'eſt qu'en ſaoulant la ſolution de Platine au mieux avec le ſel alcali natif, c'eſt à dire avec la partie alcaline du ſel commun, il n'en réſulte aucune précipitation, mais elle demeure claire. Quand on y ajoute une leſſive alcaline, l'alcali ayant été auparavant calciné

 avec

avec du ſang, & qu'on l'en ſaoule, on en obtient un beau précipité, & qui dans certaines circonſtances n'eſt point inférieur au plus beau Bleu de Berlin, quoiqu'il ſe précipite en même tems quelque choſe de couleur d'orange. Le premier précipité, c'eſt à dire, le Bleu, manifeſte viſiblement ce qu'il tient du fer renfermé dans la Platine. Je précipitai auſſi une quantité de ſolution de Platine avec une ſolution de ſel de tartre nette, faite dans l'eau diſtillée; & il ſe dépoſa une pouſſiere couleur d'orange: mais, quoique j'euſſe ſaoulé au mieux la ſolution de Platine, la liqueur qui repoſoit au deſſus, ne laiſſa pas de demeurer fort jaune. Je la filtrai, & la fis évaporer presque jusqu'au deſſéchement. Je verſai deſſus de l'eau diſtillée, & elle ſe teignit en jaune, malgré la couleur de la pouſſiere qni s'étoit précipitée. Je fis au mieux l'édulcoration du précipité couleur d'orange dont il a été fait mention, avec de l'eau chaude diſtillée; je le fis ſécher, & je le conduiſis à l'incandeſcence ſous une mouffle. Le produit en fut brunâtre. J'en pris neuf grains, je les joignis à une once de plomb net réduit en grains, j'en fis pouſſer les ſcories ſur un têt ardent, & ayant ſéparé ces ſcories, j'expoſai le plomb à l'action d'une coupelle de cendres. J'obtins par là un grain raboteux à la ſurface, gris blanc, & fort caſſant, du poids d'un grain, & qui étoit parfaitement ſemblable à celui qu'on obtient, quand la Platine a été coupellée avec le plomb à la maniere accoûtumée. Je répétai auſſi l'expérience avec le même précipité, qui avoit été produit par un ſel alcali volatil, & je trouvai le même réſultat.

XI. Après cela je verſai ſix onces de notre ſolution de Platine faite avec l'eau régale dans une retorte de verre nette, j'y adaptai un récipient, je mis la retorte au feu de ſable, & en diſtillant j'en fis ſortir par degrés toute l'eau régale; mais à la fin je donnai le feu d'incandeſcence le plus véhément, jusqu'à ce que le verre commençât à ſe fondre: & alors je trouvai pour réſidu une pouſſiere d'un brun rougeâtre; qui, ayant été calcinée ultérieurement ſous la mouffle, ſe changea en une pouſſiere noirâtre brillante. Il y avoit dans le cou de

la

la retorte du sublimé d'un brun rouge, qui, après que le cou de la retorte eut éclaté, & qu'il fut resté à l'air pendant quelques jours, s'écoula en une liqueur rouge, qui ressembloit à la solution de Platine. J'en versai un peu sur une lame de cuivre poli, & je trouvai au bout de quelque tems que la Platine s'étoit précipitée sur le cuivre, & l'avoit revêtu d'une poussiere noirâtre brillante. Je pris une demi-dragme de la poussiere qui étoit restée dans la retorte, & avoit été calcinée sous la mouffle; j'y joignis vint parties, c'est à dire, une once & deux dragmes de plomb en grains, je fis pousser les scories à ce mixte, je séparai ces scories qui étoient d'un noir brun, & je laissai le plomb s'écouler sur une coupelle de cendres; par où j'obtins un grain fixe, dont le poids s'étoit accru de douze grains, & par conséquent jusqu'à 42. il étoit gris blanc & cassant. Je le mêlai encore une fois avec une once de plomb en grains, & j'obtins de nouveau un grain fixe, qui ne différoit en rien du précédent, & pesoit encore exactement 42 grains. Les scories ressembloient tout à fait aussi aux autres. On peut donc voir ici la confirmation de ce que Messieurs les Anglois ont avancé dans le Tome 48 des Transactions; savoir, que quand la Platine est travaillée avec le plomb, il y demeure toujours quelque chose du plomb.

XII. Je cherchai ensuite à attaquer la Platine par le moyen des corps qui renferment un acide concentré, & qui sont en même tems liés avec quelque autre corps. Je fis choix premièrement pour cet effet du Salmiac, comme d'un sel moyen volatil, qui est composé du sel alcali volatil, ou urineux, & de l'acide du sel commun. Je le mêlai avec la Platine, & cela dans la proportion suivante. Je pris deux dragmes de sel ammoniac dépuré, & une dragme de Platine crue; je les mêlai ensemble le mieux qu'il me fut possible, je les mis ensuite dans une retorte de verre proportionnée, j'y appliquai un récipient, & le fis distiller au feu de sable le plus violent, jusqu'à ce que tout fut en pleine incandescence, & que le vaisseau se trouvât sur le point de se fondre. J'obtins par ce moyen, sans que rien de liquide fût passé

 dans

dans le récipient, un fort beau ſublimé bleu, qui avoit juſtement l'apparence des fleurs martiales de ſel ammoniac. La Platine même n'avoit ſouffert aucun changement; ſeulement elle paroiſſoit un peu plus blanche, & au bout de quelque tems elle prit quelque humidité. Je fis diſſoudre un peu du ſublimé ammoniacal jaune dans de l'eau diſtillée, & je verſai deſſus de la ſolution de ſel alcali fixe; alors il ſe précipita quelque choſe de jaune, que je crois être du fer ſublimé avec le ſel ammoniac.

XIII. Comme il arrive ſouvent que le Mercure ſublimé corroſif rend de bons ſervices pour la réſolution des corps métalliques fort compactes, à cauſe de l'acide concentré du ſel qui s'y trouve, j'en mêlai deux dragmes avec une dragme de Platine, & je ſublimai ce mixte, comme le précédent, d'une retorte de verre, en donnant à la fin le plus grand feu d'incandeſcence. Alors le Mercure ſublimé s'eleva d'un beau blanc, ſans être ſuivi d'autre ſublimé qui fut coloré. Ce qui reſta dans la retorte, étoit d'un gris fort foncé, rougeâtre parci par-là comme de la rouïlle de fer. Il ſe trouvoit de place en place des grains jaunes & brillans, qui, en les conſidérant au Microſcope, paroiſſoient couverts d'or : ils étoient auſſi fort malléables, & ſe laiſſoient applatir ſans peine très minces ſur l'enclume; en un mot ils avoient toute l'apparence d'un or paſſablement bon.

XIV. Le ſel qu'on nomme *Alembrot* paſſe auſſi pour un puiſſant diſſolvent des corps métalliques. Par cette raiſon je mêlai une dragme de Platine avec deux dragmes de ſel ammoniac dépuré, & une dragme de Mercure-ſublimé corroſif. Je procédai avec ce mixte de la même maniere que dans le §. précédent avec le mêlange de la Platine & du Mercure ſublimé. Alors, en donnant le feu le plus véhément, le ſel alembrot monta entierement, & tout blanc en haut, mais derrière il y avoit un peu de ſublimé jaune. Le réſidu dans la retorte étoit d'un beau blanc, & avoit presque l'éclat de l'argent. D'ailleurs il n'étoit point arrivé de changement à ces matieres, & elles ne s'étoient pas cuites enſemble. Les mêmes parties jaunes ſe trouvent ici, qui avoient

avoient été produites par le travail sus-mentionné avec le Mercure sublimé ; & il étoit tout aussi aisé de les applatir en plaques jaunes. Nous rapporterons plus bas les recherches ultérieures qui concernent ces grains jaunes.

XV. Je mêlai de plus une demi-once de cinnabre artificiel net avec une dragme de Platine, & j'en fis la sublimation comme ci-dessus. Le cinnabre ne souffrit aucune altération, & s'éleva d'un beau rouge. Le résidu paroissoit d'un gris obscur, & le poids d'une dragme s'y retrouvoit exactement. Mais je n'y apperçus aucuns grains jaunes, pareils à ceux que la Platine travaillée avec le Mercure sublimé & avec le sel alembrot avoit fournis. Cependant ce qui demeura de Platine, se laissoit applatir au marteau. Il résulta des effets tout différens, en procédant sur le mélange de la Platine avec l'arsenic & le souffre. Car ayant exactement mêlé une dragme de Platine avec deux dragmes d'arsenic, & une dragme de souffre, dans une retorte de verre, & réitéré le travail précédent, j'obtins par la sublimation un vrai Arsenic rouge, qui suivant les apparences s'étoit élevé tout entier. Pour résidu je trouvai la Platine avec sa figure accoûtumée, mais plus noire. Il y eut aussi les grains jaunes dont on a parlé dans les §§. XIII. & XIV. qui avoient la même apparence, & qui étoient également malléables. La Platine pesoit en tout une dragme & deux grains ; ainsi elle sembloit s'être appropriée quelque chose de ce minéral.

XVI. Il s'agissoit à présent d'essayer le pouvoir de l'Arsenic blanc net sur la Platine. J'observai ici que deux dragmes de ce minéral vénimeux, que j'avois mêlées avec une dragme de Platine, & mis en sublimation, s'en étoient élevées d'une maniere entierement nette & claire, sans aucune couleur. Dans le résidu, qui se montroit d'un beau blanc, & qui n'avoit rien perdu de son poids, se laissant encore fort bien applatir au marteau, il se trouva de nouveau des grains jaunes susdits, qui avoient la même apparence, & dont les propriétés étoient précisément les mêmes que dans les travaux précédens. Je mêlai encore une fois cette Platine avec de l'arsenic frais dans la quan-

tiré susdite, & je procédai de nouveau sur ce mixte de la même maniere, en le travaillant dans une retorte de verre garnie, au degré de le feu plus fort que le verre pouvoit soutenir. Alors l'arsenic s'eleva derechef blanc; mais la Platine parut avoir été plus fortement attaquée, car elle se montroit présentement noire. Cependant elle n'avoit rien perdu de son poids, & elle pesoit encore autant qu'après son premier travail avec le corps. Elle étoit aussi encore malléable.

XVII. La curiosité me prit après cela de faire des recherches sur les parties jaunes, ou sur ces grains semblables à de l'or, dont nous avons parlé dans les §§. XIV. XV. & XVI. en y joignant un grain net, tiré des résidus que j'avois recueillis séparément. Comme il y en avoit peu, je les mêlai avec une demi-dragme de plomb, & j'exposai à la coupelle ces corpuscules jaunes unis au plomb. Le produit qui en fut poussé, étoit beau. Mais, quand le travail fut achevé, j'obtins, tout comme dans mes travaux précédens avec la Platine crue, un grain d'un gris noirâtre, qui n'étoit point arrondi, & avoit avec cela des crévasses, pesant à peu près un demi grain. Je mis ce petit grain sur une coupelle fraîche, avec un grain de fin or, & un scrupule de plomb en grains; je les poussai encore une fois, & cela me donna un beau grain d'or, qui n'étoit pourtant pas bien rond, mais hérissé, & comme entouré de grillages. Il ressembloit à l'or par la couleur, quoiqu'il fut un peu plus pâle. Le poids étoit justement de deux grains. Il étoit à la vérité dur; mais il se laissoit encore assez bien réduire en lames. J'y ajoûtai quatre grains d'argent le plus fin en lames, & un scrupule de plomb en grains. Je poussai le tout à la coupelle, & j'obtins un grain, qui n'étoit pourtant pas encore bien rond, & pesoit cinq grains. Comme il étoit passablement malléable, je le mis en lames. Je le fis rougir jusqu'à l'incandescence, & voulus en procurer la séparation par l'eau forte très pure; mais, quoique je le fisse bouïllir dans cette eau, elle ne voulut pas bien l'attaquer. Je fis là dessus écouler l'eau forte, & je trouvai que le plomb avoit été fort peu attaqué. Je le lavai à di-

ver-

verses reprises avec de l'eau distillée, & le mis en incandescence: alors il pesoit quatre grains. Il étoit cassant, & avec cela d'un jaune presque imperceptible. J'y ajoûtai de nouveau six grains d'argent fin, & un scrupule de plomb en grains, & le poussai encore une fois. Le produit pesoit treize grains, & en avoit par conséquent pris trois d'accroissement. Je le réduisis en lames, l'ayant trouvé fort malléable. L'ayant ensuite fait rougir, je le jettai dans de l'eau forte pure, & le mis en digestion, sur quoi l'eau forte l'attaqua de nouveau, & il s'en sépara quelques belles lames noires, lesquelles ayant été édulcorées, & mises en incandescence dans une petite tasse sous la mouffle, prirent une belle couleur d'or, & peserent un grain.

XVIII. J'ai pris de plus une demi-dragme de Platine que j'ai mêlée au mieux avec une dragme & demie de Lune cornue, & les ayant mis dans une retorte de verre au feu de sable, je les ai forcées en y donnant le degré de feu le plus vehement qu'on puisse employer dans ce travail; d'où résulterent les phénomenes suivans. Il n'étoit rien passé de liquide dans le récipient; & par derriére il s'étoit attaché quelque chose de blanc. Le verre étoit coloré d'un jaune foncé. Le mixte s'étoit exactement réuni; sa couleur étoit d'un jaune de hyacinthe foncé, & l'union des parties sembloit s'être bien faite. Je brisai ce mixte dans un mortier de fer avec le verre auquel il tenoit, parce qu'il auroit été trop difficile de l'en séparer; je mêlai cette matiere brisée avec deux onces & demie de plomb en graine, & je fondis le tout dans un creuset devant un feu de forge véhément. Cela donna une scorie qui paroissoit verdâtre, & au fonds un régule du poids de deux onces & demie. Je le poussai sur une coupelle de cendres; & cela réussit si bien qu'on auroit dit une épreuve ordinaire d'argent. Mais, dès que le travail fut achevé, les matieres se séparerent, il se fit une masse platte à la surface, raboteuse, & qui ressembloit à de l'argent, lorsqu'il s'est crévassé, en le faisant réfroidir trop vîte sur la coupelle; de sorte qu'il n'y avoit pas le moindre

dre lustre de métal à la surface. On pouvoit limer cette masse, & l'impression de la lime faisoit une trace blanche. Elle étoit avec cela fort cassante, & pesoit une dragme & demie & un scrupule. Après avoir brisé ce produit, j'y joignis encore une fois une once de plomb, pour le pousser de nouveau à la coupelle, jusqu'à ce qu'il s'en formât un nouveau produit, qui fut précisément de même que le précédent. Le grain étoit grisâtre, crévassé, sans lustre, & paroissoit blanc en le limant. Il pesoit alors une dragme, deux scrupules, & trois grains. Je le brisai, le mêlai avec six dragmes de nitre bien dépuré, le fis fondre dans un creuset à un feu véhément de fusion, & en séparai à la fin le régule, qui paroissoit d'un blanc d'argent. Les scories qui je séparai du régule, étoient couleur de foye, elles s'écouloient à l'air devenant verdâtres, & s'y fondant entièrement; elles étoient fort caustiques. Le régule pesa une dragme & dix grains. Je le fondis encore une fois dans un creuset avec une dragme de borax calciné, & une demi-once de nitre très pur. Les scories étoient troubles, couleur de lait, tirant au jaune par embas, & verdâtres par en-haut. Le régule étoit d'un beau blanc, pesant de nouveau une dragme & dix grains. Outre cela il avoit quelque chose de particulier, tant à la surface qu'aux côtés, où il se présentoit sous les apparences de Cobalt rayé. Le marteau l'applatissoit encore assez sur l'enclume, & en faisoit une lame mince. Il étoit pourtant encore plus dur que de l'argent fin. Je jettai un morceau de ce plomb dans de l'eau forte pure. L'ayant mis en digestion, il parut d'abord d'un verd d'herbe fort; à la fin, au degré du bouillonnement, la lame devint noire, & la solution brunâtre. La lame d'argent vint finalement à se dissoudre, & il tomba une chaux noire, pesante, semblable à une chaux d'or. Je l'édulcorai au mieux avec de l'eau chaude distillée, je le fis sécher, & lui donnai l'incandescence sur un têt. Mais cela ne produisit aucune couleur d'or. J'ajoûtai à cette chaux deux dragmes de plomb en grains, & ayant exposé ce mixte dont j'avois enlevé les scories, à la coupelle, il demeura un grain fixe, convexe, mais sans éclat métallique, sur la coupelle; il se brisa d'abord sous le

le marteau, & en le poussant avec le plomb, il se montra semblable aux autres grains produits par la Platine poussée de même avec le plomb.

XIX. Je continuai en mettant une once de sel commun desséché avec une dragme de Platine dans un creuset bien couvert; je le fis fondre pendant une heure & demie, & ils entrerent dans un fort beau flux, & bien uni. Le sel paroissoit jaunâtre; & quand je brisai la masse en la frappant, je trouvai au milieu des grains rouges crystallins, comme de la miniere rouge d'or transparente. La Platine s'étoit toute placée à la pointe du creuset, mais elle n'étoit entrée en aucune fusion, ayant conservé sa figure accoûtumée. Elle n'étoit aussi changée en rien, excepté que cela l'avoit rendu fort blanche. J'essayai de faire la même Expérience avec du sel commun régénéré, c'est à dire, avec un sel moyen composé du sel alcali fixe qu'on tire du régne végétal, & de l'acide du sel commun. Ayant procédé de la même maniere au mêlange & au travail, il en résulta précisément les mêmes phénomenes.

XX. Je passe présentement aux rapports de la Platine avec le Nitre, qui sont les suivans. Je mêlai une once de Platine crue avec quatre onces du nitre le plus pur; & je mis tout de suite ce mêlange dans un creuset à fondre ardent. Il ne se fit pas la moindre détonation, mais il s'eleva pendant la fusion une fumée assez considérable. Je continuai toujours le feu, en prenant soigneusement garde qu'il n'y tombât aucuns charbons; & au bout de quelque tems ce mixte comença à s'élever dans le creuset. Je tirai avec un fer quelque portion de cette masse ardente hors du creuset; & après le réfroidissement elle parut verdâtre. Quand je l'eus tenu longtems en incandescence, & que j'en pris une épreuve, ce mixte étoit d'un verd foncé, couleur d'olive, assez gluant, & s'étoit épaissi. Au bout de deux ou trois heures d'une semblable incandescence, en augmentant considérablement le feu, le mixte devint encore plus épais, & à la fin il étoit comme une bouillie. Je separai cette matiere réduite en bouil-

bouillie avec une ſpatule de fer, en la tirant encore chaude du creuſet. Elle paroiſſoit d'un verd foncé, couleur d'olive. J'y verſai, tandis qu'elle étoit encore chaude, dans un ſucrier de verre, une quantité ſuffiſante d'eau diſtillée, je raclai au mieux ce qui étoit reſté attaché après le creuſet, & je lavai le peu qui y tenoit encore avec de l'eau diſtillée, l'ajoûtant au précedent dans le ſucrier de verre. Je mis le tout une nuit en digeſtion; & le lendemain cela étoit devenu auſſi épais qu'une gelée. Je verſai deſſus encore davantage d'eau diſtillée, afin de le délayer ſuffiſamment, je remuai bien le tout, le laiſſai repoſer, & verſai de cette maniere le plus leger. Je continuai ainſi en verſant toujours de nouvelle eau, tant qu'il ſe laiſſa encore ſéparer des parties legères. Je broyai dans un mortier de verre la matiere peſante qui étoit reſtée, je la lavai, & ayant enlevé les parties qui ſe détachoient par ce moyen, pour les ſéparer des plus peſantes, & les mettre à part dans un autre ſucrier de verre, j'obtins encore par ce moyen une bonne quantité de matiere pulvérulente, laquelle, aprés avoir été édulcorée diverſes fois avec de l'eau, & ſéchée, peſoit encore une demi-dragme, & étoit d'un brun clair. La Platine qui reſtoit de tout ce travail reſſembloit encore aſſez bien à de la Platine cruë. Elle avoit conſervé ſon luſtre, & peſoit, après avoir été deſſéchée, cinq dragmes & dix grains.

XXI. La matiere legère dont il a été fait mention dans le §. précédent, qui avoit été verſée la premiere, & dans laquelle le ſel ſe trouvoit encore, ayant été verſée ſur un filtre, puis édulcorée au mieux & pluſieurs fois dans de l'eau chaude, je fis ſécher ce qui étoit demeuré dans le filtre, & j'obtins de cette maniere trois dragmes & 45 grains d'une matiere legère, d'un gris noir, dont je calcinai quelque choſe ſous la mouffle au feu le plus véhément, ce qui lui donna un noir de poix; j'en mêlai ſix grains avec trois dragmes d'un ſable blanc net lavé, & une dragme & demie de ſel de tartre, je fis fondre le tout à un feu violent de fuſion bien couvert, & cela me donna une maſſe de verre poreuſe, griſâtre, & non tranſparente. On peut encore remar-

marquer comme une circonſtance particuliere dans ce travail, que la partie extérieure du creuſet dans lequel le nitre avoit été calciné avec la Platine, auſſi bien que le piédeſtal, étoient presque tout à fait teints de couleur d'améthyſte, comme cela arrive ordinairement quand on travaille la magnéſie des verriers avec le nitre, à quoi appartient auſſi la couleur verte qui ſe montre pendant la calcination, & dont il a été fait mention dans le §. précédent. J'ai cherché à faire cryſtalliſer par le moyen de l'évaporation la matiere ſaline qui avoit paſſé par le filtre; mais elle ne m'a plus donné de nitre. Celui-ci s'étoit entierement détruit, & avoit acquis tous les caractères d'un alcali fixe.

XXII. Ce qui étoit demeuré de reſte de Platine de ce premier travail avec le nitre, peſoit cinq dragmes & vint grains; je le mêlai de nouveau avec trois onces du nitre le plus pur, & procédai de la même maniere qui a été rapportée dans les §§. précédens. Le creuſet auſſi bien que le piédeſtal prirent de nouveau durant la calcination une belle couleur d'améthyſte, & toutes les autres circonſtances ſe trouverent dans une exacte harmonie avec le travail précédent; excepté que la partie la plus legère, qui avoit été d'abord enlevée en lavant, après en avoir ſéparé les particules ſalines, & l'avoir convenablement filtrée & ſéchée, ne peſoit qu'une dragme; la calcination lui ayant donné d'ailleurs, comme dans l'Expérience précédente, un noir de poix. La matiere pulvérulente qui reſtoit après cette opération, peſoit encore, après l'avoir fait ſécher, 45 grains, & paroiſſoit d'un gris clair. La Platine peſante demeurée de reſte, & qui étant ſéchée reſſembloit à la précédente, peſoit trois dragmes & 35 grains. Le nitre de même s'étoit ici entierement alcaliſé.

XXIII. Je mêlai ces trois dragmes & 35 grains de Platine reſtante, encore une fois avec trois onces du nitre le plus pur, & ayant réitéré exactement les opérations mentionnées, j'obſervai auſſi à peu près les mêmes phénomenes, excepté que le creuſet & le piédeſtal n'étoient plus auſſi fortement colorés, que dans les travaux précédens

La premiere matiere legère qui avoit été enlevée en lavant, me donna encore, après la séparation de la partie saline, deux grains d'une poussiere legère, qui avoit beaucoup de ressemblance avec la terre bleue d'*Eckertsberg*. En la faisant un peu rougir, elle souffrit quelque changement leger; mais sa trop petite quantité ne me permit pas de la soumettre à des Expériences ultérieures. En pilant le reste de la Platine au mortier, & le lavant, j'en tirai encore une poussiere legère, d'un gris brun, qui pesoit deux scrupules. La Platine plus pesante & encore brillante qui demeuroit, pesoit présentement trois dragmes & trente grains. La lessive saline de ce travail étoit pour la plûpart alcalisée; & après l'évaporation il ne s'en sépara qu'une petite quantité de crystaux nitreux.

XXIV. Comme je pouvois abondamment conclurre de ces travaux précédens, qu'il n'y avoit plus rien à gagner en mêlant la Platine avec le nitre, puisqu'à la fin trois onces de ce sel n'avoient ôté à la Platine que cinq grains; j'essayai les forces d'un sel alcali fixe net, tiré des végétaux. Pour cet effet je mêlai une dragme de Platine avec une demi-once du sel de tartre fixe le plus pur; je mis ce mêlange dans un creuset à fondre de Hesse, que j'avois recouvert d'un autre, & bien luté. Je posai ce creuset à la maniere accoutumée sur un piédestal dans le fourneau de fusion, & lui donnai pendant deux heures le feu de fusion le plus véhément. Après le réfroidissement & l'ouverture du creuset, je trouvai un mixte dur, d'un verd jaunâtre, où la Platine étoit dispersée dans sa figure accoutumée. Là dessus je le séparai tout, autant qu'il étoit possible, des parties du creuset avec le secours de l'eau, & en raclant; je le mis dans un verre à large ouverture, & je versai encore dessus un peu d'eau distillée nette, afin que cela se délayât bien mince. Ce vase ayant reposé pendant une nuit, l'eau qui étoit au dessus de la matiere étoit devenue comme une gelée. Là dessus je délayai le tout avec une plus grande quantité d'eau, je le broyai dans un mortier de verre, je lavai & enlevai la partie la plus legère par le moyen de l'eau distillée que je versai & fis écouler à diver-

verses reprises, & j'obtins ainsi la Platine demeurée de reste de ce travail, & dont la figure ressembloit à celle de la Platine ; seulement elle étoit beaucoup plus blanche, & avoit presque le blanc de l'argent. Avec cela les grains de cette matiere se laissoient fort bien applatir sur l'enclume.

XXV. A' présent il étoit nécessaire d'éprouver l'efficace du sel alcali souffré sur la Platine; sel qui a coûtume de dissoudre l'or, & de le mettre en flux. Je mêlai donc deux onces du sel de tartre le plus pur avec une once de souffre net, & une demi-once de Platine crue; je mis ce mêlange dans un creuset à fondre de Hesse, que je couvris d'un autre, en lutant les jointures au mieux ; je mis ensuite ce creuset sur un piédestal bien affermi devant le feu de forge ; j'environnai l'enceinte de la forge avec des briques de deux pieds de hauteur, je recouvris le tout avec des charbons, sur lesquels je secouai d'autres charbons ardens; & après que le creuset eut rougi, je mis encore d'autres charbons noirs dessus, je fis aller le soufflet, & continuai en ajoûtant toujours de nouveaux charbons, & en soufflant sans interruption, pendant trois heures, ce qui occupoit deux hommes sans relâche. Après le réfroidissement je trouvai que le creuset, le piédestal, une partie de la forge, & l'intérieur des briques, s'étoient fondus ensemble. Sur quelques fragmens entiers du creuset & du piédestal, on voyoit encore la Platine en forme de petites lames d'argent, mais pas bien cohérentes. Il falut donc répéter cette Expérience en y apportant quelque changement.

XXVI. Pour cet effet je fis un mêlange d'une once de fleurs de souffre, & d'une demi-once de Platine ; je mis le tout dans un creuset à fondre fermé aussi soigneusement que le précédent ; je le placai sur un piédestal dans mon fourneau de fusion, & je donnai pendant deux heures le feu le le plus véhément. Après le réfroidissement & l'ouverture du creuset, je trouvai que ce mixte s'étoit fondu. En dehors il paroissoit jaunâtre. Mais l'ayant brisé, j'y trouvai çà & là des crystaux rougeâtres, qui avoient beaucoup de ressemblance avec l'anti-

timoine rouge de *Braunsdorff.* Au reste cette masse étoit foliée, comme ce qu'on appelle en Allemand *Eisenrahm.* Je versai sur ce mêlange de l'eau chaude ; je fis écouler cette eau, & en reversai de nouvelle ; & je continuai aussi longtems que l'eau voulut se colorer. Je filtrai ce liquide, qui ressembloit alors à toutes les solutions de souffre, c'est à dire, qui étoit d'un verd jaune ; & aussi n'étoit-ce en effet qu'une solution de souffre. Ensuite j'enlevai de la partie indissoluble ce qu'il y avoit de plus leger avec le secours d'une plus grande quantité d'eau ; mais j'édulcorai encore une couple de fois avec de l'eau chaude la matiere plus pesante qui étoit demeurée, & l'ayant fait sécher, elle se montra parfaitement semblable à ce qu'on nomme *Eisenrahm*, étant en forme de feuïlles larges, & molle au toucher. Elle étoit aussi plus legère que la Platine, & ne conservoit aucune ressemblance avec elle.

XXVII. Je pris de cette Platine que le foye de souffre sembloit avoir détruite, & j'en mêlai deux scrupules avec une once de salpêtre purifié ; puis je mis tout de suite ce mêlange dans un creuset à fondre ardent. Il se fit extèrieurement peu de détonation, & à peine pouvoit-on la remarquer. Je continuai en ajoûtant toujours des charbons, mais en prévenant avec tout le soin possible la chûte de quelques uns de ces charbons dans le creuset. Alors il commença à s'élever quelque chose, mais cela ne dura pas longtems. Je continuai le feu une bonne heure, & quand après le réfroidissement, je séparai le mixte du creuset, j'obtins une masse grise tirant au verdâtre. L'ayant mise dans un verre à grande ouverture, net, je versai dessus de l'eau distillée, & l'ayant exposée à la digestion, elle devint bientôt comme une gelée. Je la délayai avec de l'eau, je séparai ce qui s'étoit délayé d'avec la partie pesante qui s'étoit précipitée ; & après l'avoir bien lavé & édulcoré, je recouvrai sans aucune altération ma Platine que j'avois cru détruite par ce travail.

XXVIII. Comme le sel admirable de Glauber est composé des parties alcalines du sel commun, & de l'acide vitriolique, cela fait que

que, par le mêlange d'un corps combustible il devient pareillement un foye de souffre, avec cette différence seulement que la substance alcaline est ici d'une autre espece. Cela m'engagea à faire l'Expérience suivante. Je mêlai deux dragmes de Platine avec une once & demie du sel admirable de Glauber, à quoi j'ajoûtai une demi-dragme de suye de sapin brulée à couvert. Je travaillai ce mixte dans un creuset fermé au feu de fusion, de la maniere qui a été rapportée §. XXII. au sujet du foye de souffre; & tout s'étant passé précisément de même, il en résulta aussi les mêmes phénomenes, & à la fin la Platine se trouva avoir essuyé les mêmes changemens qui ont été indiqués.

XXIX. J'ai aussi mêlé une dragme de Platine avec une de sel admirable de *Glauber* pur, sans l'addition d'un phlogiston, & ayant couvert le tout de la maniere susdite, je le tins en fusion pendant deux heures. Toute la Platine étoit restée d'un gris foncé dans le creuset; mais le sel avoit entièrement pénétré à travers le creuset. Je séparai la Platine du creuset, & je lavai ce qui y restoit encore avec de l'eau, l'ajoûtant à la précédente dans un mortier de verre, où je broyai le tout avec de l'eau; alors il se sépara une matiere legère, noirâtre, gluante, & brillante. Le reste étoit de la Platine qui n'avoit souffert aucune altération.

XXX. J'ai encore mêlé une dragme de Platine avec une once de tartre vitriolé; & ayant couvert ce mêlange, je l'ai fondu dans un creuset, après le réfroidissement duquel je trouvai le tartre vitriolé fondu, & cela en forme d'un flux de spath rougeâtre: mais la Platine étoit demeurée au fonds dans sa figure naturelle, sans avoir souffert de fusion. Je séparai là dessus le sel de la Platine avec le secours de l'eau chaude; & après avoir séché celle-ci, je trouvai qu'elle n'avoit point été altérée: seulement elle étoit devenue plus grise.

XXXI. J'ai fait l'Expérience suivante sur le sel fusible d'urine, qui contient l'acide du Phosphore, & la Platine. J'ai mêlé une demi-

demi-dragme de Platine avec trois dragmes du sel susdit, qui avoit été trés exactement dépuré, & dégagé de son urineux par la distillation. Je fis fondre ce mêlange à couvert pendant deux heures, de la maniere tant de fois indiquée. Après avoir laissé réfroidir & brisé le creuset, je trouvai ma Platine non fondue, & sans altération, au fonds du creuset; elle étoit couverte du sel fondu, qui paroissoit aussi n'avoir été guères altéré. Je versai de l'eau chaude dessus; je raclai & lavai ce mixte au mieux: & ayant fait sécher la Platine qui étoit demeurée, je trouva que le travail avec le sel n'y avoit causé d'autre changement, sinon qu'elle étoit devenue plus blanche.

XXXII. Là dessus je mêlai pareillement l'acide pur séparé du Phosphore avec la Platine, une dragme de celle-ci, & deux dragmes d'acide, que je mis ensemble dans une retorte, en y adaptant un récipient, les jointures étant seulement bouchées avec du papier. Je fis distiller le liquide par degrés; je mis ensuite la retorte encore chaude sur des charbons ardens, jusqu'à ce qu'elle voulut commencer à fondre; après quoi je l'en tirai avec la main gauche. Mais, à peine avois-je fait cela, qu'il parut un éclair dans la retorte, qui remplit tout le vaisseau avec le récipient, & fut d'abord suivi d'un éclat véhément, par lequel la retorte toute chaude partit de ma main, & alla sauter au visage d'un ami qui se tenoit à ma droite. Il falut en ramasser les pieces qui étoient répanduës dans mon Laboratoire. Je trouvai que la partie inférieure de la retorte étoit couverte d'une matiere saline blanche; mais l'ayant séparée toute entiere, tant avec le secours de l'eau chaude qu'en raclant & lavant, je trouvai la Platine, qui, après avoir été séchée, se montra sans altération après ce travail. Les phénomenes de l'éclair & du fracas qui viennent d'être rapportés, tiroient sans toute leur origine d'un Phosphore régénéré d'une partie du phlogiston de la Platine, & de l'acide du Phosphore, qui fit son effet en tirant la retorte du feu, parce que l'air pénétra dans les jointures des vaisseaux à distiller, qui n'avoient été que legèrement fermées. Cela fait voir combien il est aisé de se trouver exposé à quel-

quelque accident fâcheux dans de semblables Expériences qui n'ont pas encore été tentées. On ne sauroit douter que l'acide du Phosphore n'ait tiré ici la partie combustible nécessaire pour la régénération du Phosphore, des particules de fer contenues dans la Platine.

XXXIII. De plus, j'ai mêlé une demi-dragme de Platine avec une dragme du sel fusible indiqué au §. XXXI. & dégagé de son urineux, & une dragme de Borax calciné, & j'ai fondu ce mixte pendant deux heures à un feu couvert ; après quoi s'est montré une scorie de verre un peu opaque, d'un verd jaunâtre, sous laquelle se trouvoit la Platine sans être fondue. Je brisai là dessus tout ce mixte, le broyai dans un mortier, & le lavai avec de l'eau distillée, jusqu'à ce qu'en lavant toutes les parties legères de la Platine se fussent séparées ; après quoi la Platine étant séchée reparut dans sa figure naturelle, mais plus blanche.

XXXIV. J'ai aussi mêlé une demi-dragme de Platine avec deux dragmes de Borax calciné, & l'ayant tenu de la maniere susdite pendant deux heures à un feu véhément de fusion, la Platine n'en souffrit d'autre changement, que de s'être un peu recuite ensemble ; pour le Borax il étoit passé tout entier à travers le creuset. Je broyai dans un mortier cette Platine recuite, je la lavai, & en séparai par ce moyen une matiere brune pulvérisée ; qui procédoit sans doute de la partie ferrugineuse de la Platine, laquelle étant mêlée avec un peu de Borax avoit formé une espece de verre. Le reste de la Platine qui étoit demeurée après ce travail, ressembloit à de la Platine crue, avec cette différence qu'elle étoit un peu plus blanche.

XXXV. Je voulus ensuite essayer quel seroit le succès du mélange de la Platine avec une autre espece de sel tiré de l'urine, & qui ne contient point l'acide du Phosphore, mais qui ne laisse pas de se fondre fort aisément. Ce sel se crystallise de l'urine, après la premiere crystallisation du sel fusible, qui contient l'acide du Phosphore. Je fis donc pour cet effet le mélange de trois dragmes de

ce ſel, que j'avois auparavant dépuré au mieux, & dégagé par la diſtillation de tout le reſte de ſon humidité, avec une demi-dragme de Platine; & je travaillai ce mêlange comme les précédens, au feu de fuſion, dans un creuſet couvert. Après le réfroidiſſement je trouvai le creuſet vuide de ſel; car il avoit paſſé tout entier au travers, laiſſant la Platine, qui, après avoir été broyée au mortier, & lavée avec de l'eau, parut dans ſa figure naturelle, mais plus blanche.

XXXVI. Je mêlai une dragme du ſel, dont il vient d'être queſtion dans le §. précédent, avec une dragme de Borax calciné & une dragme de Platine, & ayant procédé à la fuſion de la maniere indiquée, j'obtins par là un mêlange de verre, d'un verd jaunâtre, couleur de chryſolithe foncé, ſous lequel la Platine à part étoit répandue au fonds du creuſet. Je briſai ce mêlange, le broyai, & le lavai avec de l'eau; après quoi je retrouvai ma Platine, qui n'avoit été, ni fondue, ni altérée, mais qui paroiſſoit ſeulement un peu plus blanche. Bref, notre Platine s'eſt montrée juſqu'ici indeſtructible.

XXXVII. Je voulus encore eſſayer ſi un mêlange propre à faire le verre, & à l'abri de tout ſoupçon, ajoûté à la Platine, produiroit quelque effet particulier. Dans cette vuë je mêlai cinq dragmes du ſel de tartre le plus pûr avec une once & demie de ſable de *Freyenwald* très net, calciné & lavé, une dragme de Borax calciné, deux dragmes de nitre très pur, & deux dragmes de Platine. Je fondis ce mixte dans un creuſet couvert, au feu le plus véhément, pendant pluſieurs heures; & après que le creuſet réfroidi eut été briſé, j'obtins un mixte vitré, tenant de l'opale, & tirant au verd de mer, ſans que la Platine eut été fondue; mais elle étoit diſperſée en partie ſur la ſurface du verre, en partie de côté & d'autre, étant outre cela entourée à part d'une matiere vitrée de couleur de hyacinthe foncé. D'ailleurs, la Platine détachée de la matiere vitrée, aprés avoir été broyée & lavée, ne faiſoit pas voir la moindre altération; ſeulement elle étoit plus blanche.

XXXVIII.

XXXVIII. Je me tournai après cela du côté des verres métalliques, pour en mêler avec la Platine. Je mis un verre de plomb avec quatre parties de *minium* le plus net, & une partie de caillou très pur. Je pulvérisai ce verre, & le passai par un tamis très fin, pour en séparer tous les grains métalliques de plomb, qui pouvoient encore s'y trouver. Je mêlai ensuite huit onces de ce verre de plomb pulvérisé avec une once & demie de Platine crue; je travaillai ce mixte dans un creuset bien couvert & luté, à un feu véhément de fusion, pendant deux heures de temps; & cela me donna un régule d'un blanc grisâtre, cassant, & couvert d'une scorie jaunâtre. J'ajoûtai de nouveau à ce régule autant de verre de plomb, & je le fondis de même, mais dans un creuset à fondre bien fermé, que je mis devant le soufflet du foyer, & je fis durer la fusion pendant deux heures. J'obtins encore des scories jaunes avec un régule semblable au précédent, & pesant une once, deux dragmes & six grains. Je le remis encore sans addition au feu de la forge dans un tuyau fermé, & le tins en fusion pendant deux heures. Le régule que j'obtins par ce moyen, avoit peu de scories, & pesoit une once & deux dragmes. Je le brisai dans un mortier de verre, & le mêlai avec une once de verre verd commun, pilé, & ensuite lavé; je fondis ce mixte à couvert, pendant trois heures, dans un creuset bien luté, au feu le plus véhément. Ici tout étoit entré dans un beau flux, & j'obtins une scorie trouble tirant au verdâtre, & dans quelques endroits au bleuâtre, sous laquelle le régule fondu de la Platine, après la séparation des scories, se trouva peser une once & une dragme & demie; on pouvoit limer aisément ce régule, & les coups de lime laissoient des traces blanches; il étoit à la vérité un peu cassant, mais en même tems assez gluant, & n'éclatoit pas facilement sous le marteau. J'en fis encore une fois le mélange avec une demi-once de Borax calciné; je le fis fondre tout de nouveau dans un creuset fermé, pendant deux heures, au feu de fusion le plus violent. Cette fois-ci le mélange ne s'étoit pas entierement fondu; il s'étoit plutôt recuit ensemble, en se réunissant d'une manie-

niere inégale, & raboteuſe à la ſurface; en le caſſant on le trouvoit gris & blanc l'un parmi l'autre: avec cela il étoit poreux, & ſe laiſſoit aiſément briſer. Il n'avoit point de ſcories, parce que le Borax avoit pénétré le creuſet: & ſon poids étoit d'une onçe & une dragme. Je fis encore fondre ce dernier régule avec une demi-once de Borax calciné, une demi-once de cailloux les plus blancs réduits en poudre, & une once de ſel de tartre, dans un creuſet fermé, au feu le plus véhément, pendant deux heures. J'obtins alors un beau régule blanc, du poids de huit dragmes & demie, qui étoit ſpongieux, & raboteux à la ſurface; mais en le limant, il ſe montroit fort blanc. Les ſcories étoient couleur de topaze, tirant au chryſolithe.

XXXIX. La deſſus je fis un verre de plomb & d'arſenic avec huit onces de *minium*, deux onces de cailloux, & une once d'arſenic blanc, le tout fondu enſemble au mieux. Je mêlai ſix onces de ce verre exactement pilé avec une once de Platine. Je fis fondre ce mixte dans un creuſet fermé pendant deux heures, & j'obtins, après que le creuſet réfroidi eut été briſé, un régule, qui peſoit une once, un ſcrupule, & huit grains. Les ſcories étoient d'un brun obſcur; mais le régule avoit la ſurface unie, d'un beau blanc, & brillante: en le briſant on le trouvoit griſâtre; & quand on le limoit, il paroiſſoit aſſez blanc.



NOU-

NOUVELLES OBSERVATIONS SUR L'EPIDERME ET LE CERVEAU DES NÉGRES.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

Dans mon Mémoire précédent ſur le même ſujet, (*) m'étant propoſé de rapporter des choſes qui ne fuſſent pas encore parvenues à la connoiſſance de tout le monde, j'ai ardemment ſouhaité qu'il ſe préſentât quelque occaſion de faire de nouvelles Expériences, qui me conduiſiſſent, & mes Lecteurs, à une plus grande certitude. J'ai donc été charmé de pouvoir encore, l'année derniere, ſoumettre à un examen plus attentif le cadavre d'un Négre, mort ici par un accident tragique. La peau de ce Négre avoit une noirceur plus foncée que celle du cadavre que j'avois précédemment diſſéqué. Cependant la couleur de la plante des pieds & de la paume des mains étoit d'un blanc cendré. J'ai conſidéré de diverſes manieres la peau des différentes parties du corps, couverte de ſon épiderme, ſoit remplie de cire injectée dans les vaiſſeaux, ſoit ſans injection. Et ayant derechef diſſous par la macération la mucoſité noire de l'épiderme, j'ai obtenu partout une ſéparation ſpontanée, qui s'exécutoit très facilement là où il n'y avoit point de poils, comme aux paumes & aux plantes; mais, quand il y a des poils attachés à le chair, cela forme une liaiſon plus forte, parce que chaque poil qui ſort du tiſſu de la peau, en perçant l'épiderme, eſt envelopé de la mucoſité noire, à laquelle il de-

(*) Voyez Tome IX, p. 97 & ſuiv.

demeure attaché. De là vient que la ſéparation de l'épiderme d'avec la peau ne peut ſe faire qu'en emportant enſemble les racines des poils, qui dans le cas de l'injection s'étendent d'une maniere plus tenace, au lieu qu'elles ont une adhérence moins forte à la peau non injectée, dont la macération les détache plus aiſément. La mucoſité noire Malpighienne, auſſi bien que l'épiderme, s'étendent jusqu'aux ſillons les plus profonds du nombril; & quoique l'épiderme ſoit très facile à diſſoudre dans cette partie, il conſerve pourtant ſon intégrité: ce qui, comme je l'ai déjà indiqué, fournit un indice certain, que la concrétion de la mucoſité noirâtre produit l'épiderme d'une couleur cendrée moins obſcure; changement qui procéde du deſſéchement & de la condenſation des particules noirâtres. Pour m'en aſſurer, j'ai fait ſécher de la mucoſité noirâtre diſſoute, que j'avois raclée d'après la peau; & il s'en eſt formé une petite lame, presque ſemblable à l'épiderme, plus fragile cependant, à cauſe que la diſſolution putrédineuſe de cette mucoſité en détruit la viſcoſité naturelle. Ainſi les écailles des poiſſons ne reſſemblent point à celles qu'on enleve d'après l'épiderme; mais celles-ci ſont des particules de cette envelope cornée, qui eſt étendue ſur la peau du corps ſous le nom d'épiderme, ou de cuticule, pour la défendre; lesquelles particules ſe ſéparent par le frottement, & tombent. L'épiderme donc, que le frottement & la compreſſion ont rendu plus dur & friable, étant mis dans de l'eau tiede, ou dans un autre fluide, ſe change très facilement en une maſſe pareille à de la bouillie; comme, dans le corps vivant, le bain de pied change l'épiderme de la plante, de façon qu'il ſe détache du reſte ſous l'apparence d'une poulpe: & il en eſt de même de l'épiderme enlevé de deſſus un cadavre, quand on le met dans de l'eau, ou dans un autre fluide propre à le diſſoudre. On peut conclurre de là que l'épiderme eſt tout à fait diſſemblable à l'envelope écailleuſe du poiſſon. On n'eſt point en état de prouver non plus, que la propagation des nerfs puiſſe produire cette envelope cornée, dite épiderme, qui eſt inſenſible, & n'a nulle part de continuité avec les nerfs; & il n'y a point non plus de raiſonnemens, ni d'expériences, en faveur

veur de la continuation des vaiſſeaux dans ladite envelope. A' la vérité il régne dans les Auteurs au ſujet de l'épiderme une opinion communément reçue, qui vient de *Leuwenhoeck*; c'eſt qu'il eſt tout percé de vaiſſeaux exhalans, dont ce Phyſicien, célébre par ſes Expériences, prétend avoir découvert plus de cent cinquante dans l'eſpace d'un dixième de ligne. (*) Fondé ſur ſes Obſervations, il a auſſi prétendu que ces vaiſſeaux avoient des couvercles, qu'il a nommé petites écailles; & il a fait repréſenter cette ſtructure dans une Figure qui accompagne ſa deſcription. Et même, dans un autre de ſes Ouvrages, (**) il compte juſqu'à 25000 de ces vaiſſeaux dont les embouchures ſont compriſes dans un dixième de ligne de l'épiderme. Cherchant donc à confirmer ce ſentiment par des obſervations microſcopiques, j'ai conſidéré fort ſouvent au Microſcope tant ſimple que composé, & même au Microſcope ſolaire, des particules de la cuticule ou de l'épiderme, ſoit des Blancs, ſoit des Négres, ſans avoir jamais pû découvrir de véritables trous, ou embouchures ouvertes, qui transmettent la lumiere; mais j'ai ſimplement apperçu des points plus tranſparens les uns que les autres. Au Microſcope ſolaire, parmi des taches obſcures, j'en ai obſervé d'autres qui avoient une couleur plus vive. Ayant donc mis ces mêmes particules de l'épiderme ſoumiſes au Microſcope vis à vis de la lumiere du Soleil, ou auſſi d'une chandelle, j'ai vû pluſieurs taches tranſparentes, irrégulierement diſtribuées, mais qui ne donnoient nullement paſſage à la lumiere, de façon qu'un rayon du Soleil, ou de la chandelle, pût parvenir à l'oeil ſans aucun changement. J'ai enſuite conſidéré au Microſcope de petites lames d'autres corps, afin qu'en les comparant avec l'épiderme je puſſe connoitre avec plus de certitude la nature de celui-ci. J'ai taillé une petite lame très mince d'une corne tout à fait noire, & une autre d'une corne tirant ſur le blanc. La lame de la corne noire étoit d'une couleur cendrée, ſemblable à celle de l'épiderme des Négres, lorsque toute la mucoſité noirâtre en a été détachée. J'expoſai pareillement ces lames au Microſcope & à la chan-

(*) V. *Epiſt. Phyſiol.* 43. (**) *Anatom. Contempl.* p. 207.

chandelle, sans pouvoir remarquer aucune différence entre les taches transparentes. Les points pellucides étoient dispersés partout, & fort près les uns des autres ; mais ils ne transmettoient nullement une lumiere claire, & des rayons sans changement. Au Microscope solaire l'effet étoit le même que celui de l'épiderme : on voyoit l'image d'un corps, sur lequel des taches assez claires étoient répanduës partout. J'ajoûtai à ces lames de la mucosité Malpighienne, raclée de dessus la peau d'un Négre, tant humide que séche, reçue sur une petite plaque de verre, & je soumis le tout aux divers Microscopes. On appercevoit de la même maniere des taches transparentes, parmi lesquelles il y en avoit de plus obscures ; de sorte que, surtout dans la mucosité desséchée, il n'y avoit aucune différence sensible entre ces lames & l'épiderme, par rapport aux taches transparentes, sinon que ces parties pellucides existoient en quantité un peu moindre. Mais jamais le Microscope ne m'a montré l'épiderme, tel que *Leuwenhoeck* le représente dans la XLIII. de ses Epitres physiologiques. Il y a toujours une membrane qui paroit cohérente, sans s'offrir nulle part à la vuë comme divisée en tant de petites écailles séparées, dont les fentes sont inobservables. Les parties de l'épiderme ne sont distinguées les unes des autres que par des sillons, ou par de petites lignes élevées dans la surface opposée à la peau : & ce sont apparement ces séparations, & cette diversité des parties de l'épiderme, qui ont engagé cet habile Observateur à supposer des parties écailleuses, séparées, & posées les unes sur les autres.

Toutes ces Observations, si souvent réiterées, peuvent donc conduire à connoitre la vraye nature de l'épiderme. C'est une concrétion de la mucosité Malpighienne, qui passe continuellement par les petits vaisseaux de la peau, & dont la partie la plus déliée se dissipe par la transsudation ; de sorte que celle qui reste, se trouve par sa tenacité plus propre à former une croute assez dure par voye de concrétion. On ne doit pas s'étonner que l'épaississement d'un liquide muqueux & gelatineux engendre ici une lame incrustante dans le corps humain, puis-

puisque personne n'ignore que la corne même se produit de cette maniere par une liqueur qui en s'épaississant forme insensiblement de petites lames. L'épiderme est aussi parfaitement semblable à de petites lames cornées, posées les unes sur les autres, dans les endroits où une pression fréquemment répétée l'a rendu plus épais, comme à la plante des pieds & à la paume de la main. On y voit en effet des couches entassées les unes sur les autres d'une substance assez dure, que tous ceux qui voudront prendre la peine de comparer un morceau de l'épiderme grossier de la plante du pied avec une petite lame de corne, trouveront y ressembler parfaitement. On acheve de se convaincre de la nature que nous attribuons ici à l'épiderme, en faisant attention à son indestructibilité, en vertu de laquelle il soutient une macération de plusieurs mois, sans souffrir aucun changement, & peut même résister pendant plusieurs siècles à l'action de l'air dans des cadavres qui y sont exposés. Il paroit aussi assez par tout ce qui a été dit, que l'épiderme n'est point percé par de petits vaisseaux exhalans. Cette opinion combat l'idée commune, suivant laquelle on affirme d'un consentement unanime, que l'épiderme est accessible aux vaisseaux ; c'est pourquoi il faudra venir à bout de ce préjugé enraciné, dont toutes les observations faites sur le corps humain montrent l'incertitude, & même la fausseté.

Que toute la surface de la plante des pieds, couverte de l'épiderme le plus épais, aussi bien que le même épiderme dans la paume des mains d'un forgeron, ou de tout autre homme qui fait des ouvrages grossiers, suent, & même ayent une transpiration insensible, c'est que personne ne pourra nier, après avoir mis une semblable main vis à vis d'un marbre poli, ou d'un miroir froid, ou bien après avoir touché les mains & les pieds de ces personnes dans les chaleurs de l'été, ou dans la fièvre. En effet toute la plante du pied est humectée de sueur, & transpire copieusement, dans les endroits même où l'épiderme a souvent plus de trois lignes d'épaisseur. Quand on veut enlever cet épiderme en le coupant, on trouve une résistance causée par la du-

dureté, souvent aussi grande que pourroit la faire éprouver de la corne fraîche. Cette dureté tenace émousse bientôt le trenchant du coûteau, de sorte que, pour bien détacher cette croûte, on a besoin d'un scalpel très éguisé, à moins qu'on n'ait auparavant amolli cette croûte cornée avec de l'eau tiede.

Les observations mettant donc toutes ces choses dans un jour complet, il est aisé d'en conclure, si les petits vaisseaux peuvent traverser cette croute cornée, & y demeurant ouverts charrier & répandre la liqueur qu'ils contiennent. Quiconque a considéré au Microscope la partie vasculeuse de la peau injectée, ne sauroit ignorer l'insigne petitesse des vaisseaux, dont un nombre innombrable se dégorge dans un très petit espace de la peau. Ces petits vaisseaux sont très mous par rapport à leur petitesse, & ne se soutiennent nullement, pouvant être fléchis avec une extrème facilité. En prenant donc la proportion entre l'état susdit de ces vaisseaux, & la dureté roide de l'épiderme corné, on découvre manifestement qu'il est impossible que de petits vaisseaux de cette mollesse puissent traverser de la corne. Car la substance très dense de l'épiderme, traversée par tous ces vaisseaux, à mesure qu'elle s'endurciroit, détruiroit nécessairement toute leur cavité & leur perméabilité. Ensuite, quand on remplit les pieds & les mains d'une matiere injectée, la plus subtile qu'il est possible, de façon que les mammelons gonflés de la peau, & les poils, puissent être bien distingués au Microscope, & que la liqueur subtile coule elle-même sous l'épiderme par les petits vaisseaux, on n'observe pas la moindre apparence de cohésion entre les plus petits vaisseaux & l'épiderme; mais il est au contraire très aisé de remarquer sa séparation d'avec la peau, à cause qu'une chaleur tiede a dissous le liquide Malpighien; ce qui ne pourroit pas avoir lieu, si les petits vaisseaux continués à travers l'épiderme l'attachoient à la peau. En effet les plus petits filamens vasculeux, s'ils sont en trés grande quantité, forment dans le corps le tissu le plus solide, comme on peut s'en convaincre en jettant les yeux sur la maniere dont la dure-mère tient au crane. A' moins

moins donc que nous ne voulions admettre la contraction de vaisseaux inaccessibles, & en même tems traversés par un liquide, nous ne pourrons affirmer le passage des petits vaisseaux de la peau à travers l'épiderme.

Enfin, si nous réfléchissons attentivement sur la pression énorme que ces petits vaisseaux doivent soutenir par tout le corps, mais surtout à la plante des pieds, dans la peau qui revêt les tubérosités des os de l'ischion, & aux mains, il est évident, qu'à moins qu'ils ne soyent de la plus grande roideur, & que leur dureté ne surpasse, proportionnellement à leur dureté, tout ce que nous connoissons jusqu'à présent dans ce genre, il n'y aucune possibilité qu'ils servent à des excrétions. En effet, si dans le pied toute la masse du corps, qui va fort au delà de cent livres, repose sur le tissu si délié de ces petits vaisseaux, on ne sauroit imaginer une matiere, qui, dans cette extrême petitesse, ait assez de roideur pour soutenir un pareil poids. Sous ces conditions donc, c'est à dire, lorsque la pression est augmentée, la transpiration devroit cesser, tandis qu'elle augmente au contraire dans les mains, lorsqu'elles éprouvent de fortes compressions, & dans les plantes des pieds, lorsqu'après avoir beaucoup couru elles ont porté longtems le poids du corps; comme l'expérience en fait foi tous les jours. Il est donc impossible que des vaisseaux très minces, continués de la peau, traversent l'épiderme, y soient attachés, & que tant la transpiration que la résorption y ayent lieu. Mais ce qui est très certain, c'est qu'il y a dans la peau un nombre innombrable de vaisseaux qui aboutissent à sa surface, & s'y ouvrent. La liqueur subtile de l'injection les pénétre, & se repandant sous l'épiderme le sépare de la peau.

Il ne me reste donc qu'à ajoûter les conséquences qu'on peut tirer de ce quis a été dit jusqu'ici, par rapport à la transsudation à travers l'épiderme. Quoiqu'inaccessible aux vaisseaux, sa nature est pourtant telle, qu'il transmet le liquide dont il est imbû, à peu près comme pourroit le faire un cuir mince humecté; & cela d'autant mieux que la subtilité des particules leur permet de traverser aisément

les eſpaces les plus étroits. Le paſſage du Mercure & des autres liqueurs à travers le cuir, prouve la poſſibilité de cette aſſertion. Ainſi la liqueur ſubtile qui ſort par excrétion des petits vaiſſeaux de la peau ſous l'épiderme, a une émanation ſemblable à celle d'une vapeur très déliée, & paſſe peu à peu par l'épiderme fortement attaché à la peau, la partie la plus épaiſſe & la plus tenace demeurant cependant à la ſurface de la peau, comme néceſſaire à la régéneration de l'épiderme. De là vient cette mucoſité ſouscuticulaire, qu'on trouve dans les Blancs auſſi bien que dans les Négres, lorſqu'on en procure l'épaiſſiſſement par la chaleur, ou au moyen de l'eſprit de vin rectifié; avec cette différence ſeulement que la mucoſité qui couvre la peau des premiers eſt blanche, au lieu que dans les autres elle eſt noirâtre. Ces remarques rendent plus conforme à la raiſon qu'elle ne le paroiſſoit d'abord, la tranſſudation d'un liquide ſubtil par la partie la plus épaiſſe de l'épiderme, quoique chargée du poids de tout le corps. Voilà pourquoi la ſurface de la peau dans un corps vivant, conſidérée au Microſcope, de façon que la lumiere du Soleil mette en état de la voir parfaitement, paroit entierement ſemblable à une petite lame de cuir, également humide partout; en ſorte qu'il n'y auroit perſonne qui pût diſtinguer une tranche mince de cuir humide de la même couleur, poſée ſur l'épiderme, avec l'épiderme même. J'ai auſſi ſouvent répété cette expérience, en verſant ſur l'épiderme humide, que toutes les expériences précedentes prouvent n'avoir aucun trou, un liquide ſubtil, de l'eau pure, de l'eſprit de vin, &c. qui a paſſé peu à peu comme à travers une petite lame de cuir, & quand on preſſoit l'épiderme, le traverſoit avec beaucoup de facilité, ſans qu'il parût aucune ouverture, ni aucun changement. Il faut donc qu'entre les particules ſolides dont l'épiderme eſt compoſé, il y ait des pores qui puiſſent être traverſés par des liqueurs ſubtiles; mais que ce ſoyent de petits vaiſſeaux continués de la peau, c'eſt ce qui ne ſauroit être démontré, ni par la voye du raiſonnement, ni par celle de l'expérience. De là vient que, quand une brûlure a détruit les pores, la transſudation du liquide exhalé ne ſauroit avoir lieu; mais ſe raſſemblant en une veſicule, il gonfle l'épiderme.

Du

Du Cerveau des Négres.

J'ai soumis à l'examen le cerveau du même Négre, & cela par un tems assez froid, au commencement du mois de Fevrier de l'année passée; au lieu que la dissection d'un autre Négre que j'ai rapportée dans le Mémoire précédent s'étoit faite en Eté; ce qui donnoit lieu de soupçonner que la chaleur avoit produit la couleur noirâtre de la substance médullaire du cerveau. J'ai donc comparé le cerveau de ce Négre, qui avoit demeuré longtems à Berlin, ou il étoit Tambour, avec le cerveau d'un Européen du même âge, & mort depuis le même tems. J'ai détaché de ces deux cerveaux une lame après l'autre par une section horizontale. La substance corticale dans le Négre s'est montrée d'une couleur plus cendrée, au lieu que dans le Blanc elle étoit, comme à l'ordinaire, d'une couleur de chair mêlée de rouge & de blanc. La moëlle du Négre étoit d'un jaunâtre tirant un au gris; tandis que celle de l'Européen, étoit d'une parfaite blancheur. En descendant par des sections réitérées vers la base, j'observai toujours la même différence de couleur entre les deux cerveaux; & dans la substance médullaire exposée à l'air, une mutabilité de couleur en vertu de laquelle les parties coupées blanchissoient insensiblement; avec cette différence seulement, rélative au cerveau du Négre dont il a été question dans le Mémoire précédent, qu'il falois un plus long espace de tems en hyver pour faire disparoître la couleur noirâtre, qui dans les chaleurs de l'été s'étoit évanouïe presque en un instant, l'air chaud facilitant l'évaporation des parties volatiles. Ne voulant pourtant pas m'en fier à mes yeux, & craignant de me tromper dans cette observation, j'ai appellé des personnes qui n'avoient aucune connoissance de l'état intérieur du cerveau humain, & auxquelles le but de mes recherches étoit inconnu, & ayant coupé la peau des deux cerveaux en question, je les leur ai montré, placés l'un à côté de l'autre, & exposés à la lumiere; sur quoi, sans hésiter, elles ont d'abord distingué la différence de couleur, disant que celui du Négre étoit d'un jaune noirâtre, & celui de l'Européen d'une couleur blan-

blanche. Prolongeant ensuite la dissection jusqu'aux grands ventricules du cerveau, j'ai coupé horizontalement les corps striés & les cavités des nerfs obliques. C'est là où la différence a paru vrayement étonnante, le corps strié dans le Négre étant presque de la couleur brune de l'écorce d'arbre, au lieu que celui de l'Européen étoit couleur de chair pâle, tirant au cendré. La substance médullaire dans les corps susdits étoit d'une couleur jaunâtre sale dans le Négre, pareille à celle de la surface de sa peau; mais dans l'Européen elle étoit parfaitement blanche. Un morceau détaché de cette substance ayant ensuite été exposé à l'air, il pâlit dans l'espace de quelques minutes, prenant une couleur plus approchante du blanc. Et j'ai observé également dans toute le substance du cerveau du Négre, que la partie tant corticale que médullaire, exposée à l'air pendant quelques minutes, perdoit de plus en plus sa couleur brune; de sorte qu'en comparant un morceau ainsi exposé à un autre fraîchement coupé, on auroit dit qu'ils n'étoient pas du même cerveau, tant il y avoit de différence entr'eux. Cependant une portion du cerveau de l'Européen surpassoit toujours de beaucoup en blancheur une portion du cerveau du Négre, qui avoit éprouvé l'action de l'air. La couleur des deux glandes pinéales différoit aussi beaucoup, surtout dans l'endroit où elles tiennent à leurs peduncules; celle du Négre paroissant beaucoup plus brunes.

Après la dissection des peduncules du cerveau, on apperçut la substance corticale du Négre, d'un jaune noirâtre, de figure demi-ovale, avec de petits points noirs dispersés çà & là, qui n'étoient point des embouchures de vaisseaux sanguins. Ces taches dans le cerveau de l'Européen étoient plus cendrées, & tiroient au rougeâtre. Ayant coupé transversalement le Pont de Varole, ou la protubérance annulaire, la substance corticale parut marquée de rayes noirâtres, & la substance médullaire jaunâtre, ou blanche, tandis qu'elle est de la plus grande blancheur dans les Européens.

Par

Par rapport à la moëlle de l'épine, la ſubſtance corticale qui en fait le centre, étoit noirâtre dans le Négre, & rougeâtre dans le Blanc. Le cervelet du premier étoit presque couleur de paille dans ſa ſubſtance corticale & médullaire ; mais dans l'air il étoit d'un blanc parfait.

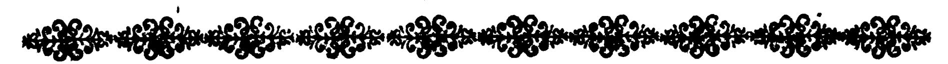
En conſidérant au crépuſcule des portions de ces différens cerveaux, la ſubſtance médullaire du Négre paroiſſoit d'un jaune noirâtre, & celle de l'Européen tout à fait blanche.

Toutes ces obſervations prouvent donc que le cerveau des Négres différe par rapport à la couleur de celui des Européens ; & qu'un fluide peut être porté de là par les nerfs vers la ſurface de la peau : ce qui peut cauſer le changement de la mucoſité ſouscuticulaire, & enſuite de l'épiderme, dans les Négres.

Mais il y avoit auſſi une grande différence à remarquer, par rapport à la couleur, entre le ſang du Négre & celui du Blanc. Car le premier étoit ſi noir, qu'au lieu de rougir le linge, comme le ſang le fait ordinairement, il le noirciſſoit. Il ſemble donc que les Négres faſſent presque une autre eſpece d'hommes, par rapport à la ſtructure intérieure ; & il n'eſt pas ſurprenant que, d'un ſang auſſi noir, il ſe porte vers la peau des particules de la même couleur, qui contribuent à la noirceur de la mucoſité ſouscuticulaire.



REMAR-



REMARQUES ABRÉGÉES
SUR QUELQUES INDICES DE RESSEMBLANCE QUI SE TROUVENT ENTRE LES CORPS DU RÉGNE ANIMAL, ET CEUX DU RÉGNE VÉGÉTAL.
PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

„ Tous les corps du régne végétal doivent naturellement, & con-
„ formément à une loi particuliere qui leur eſt propre, porter
„ dans certains tems des fleurs & des ſemences fertiles, au moyen
„ deſquelles leurs eſpeces ſe propagent & ſe conſervent. „ L'Expérience de concert ici avec la Raiſon fait voir que la choſe arrive effectivement ; & que tout eſt réglé comme il doit l'être pour arriver au but principal de la Nature. Il s'enſuit de là qu'aucune production végétale ne ſauroit être exemte de cette diſpoſition. Un œil, un bouton à fruit, eſt une partie de la plante dans laquelle ſe trouvent les parties des fleurs & des ſemences déjà toutes formées, qui, ſuivant la ſtructure differente des plantes, ſe dévelopent, & forment une racine, une tige, des branches, & toutes les autres parties de la Plante, qui prennent un accroiſſement ſucceſſif & non interrompu, la tige s'élevant & ſe fortifiant de plus en plus, jusqu'à ce que finalement par ſes fleurs & ſes ſemences elle ſoit devenue le principe de nouvelles plantes. Alors l'accroiſſement des parties d'une ſemblable plante ceſſe ; & on peut faire uſage des ſemences, ou bien, ce qui revient au même, il ſe forme de nouveaux yeux dans quelques autres parties. A' cet égard les animaux n'ont aucune reſſemblance avec les Plantes.

„ Le

„ Le fruit est en tout tems une suite de la fleur ; & celle-ci n'est „ destinée qu'à le préparer. „ C'est ainsi que chaque plante propage & conserve l'espece qui lui est propre, à l'aide de sa partie essentielle, c'est à dire, de la semence. Il est donc incontestable que toutes les plantes se perpétuent par le secours de leur propre semence ; & dans une grande partie d'entr'elles cette propagation & conservation naturelle s'effectue absolument & uniquement par les semences, sans qu'on puisse y substituer d'autre voye. Mais il y a aussi plusieurs Plantes, qui ont le pouvoir de propager & de conserver leurs especes en même tems, & tout aussi bien, par diverses autres de leurs parties dont le nombre est plus ou moins considérable : ce qui augmente beaucoup leurs ressources. Mais ce pouvoir n'a pas été accordé à tous les corps du régne végétal.

Les choses étant ainsi, les plantes susdites, outre le moyen de propagation qui leur est commun avec les autres, & qui réside dans les semences, peuvent, comme l'Expérience le certifie, également se multiplier par leurs racines, cayeux, oignons, tiges, branches, feuilles, rejettons, gousses, & écorces, & par d'autres parties encore, tout cela s'exécutant dans un même fonds, de sorte que dans toutes ces parties il se forme, aussi bien que dans la semence même, des yeux, ou pour parler plus exactement, de jeunes plantes. S'il se rencontre un petit nombre d'exceptions contre cette vérité, elles ne sont pas de grande conséquence ; & on ne les remarque que dans certaines classes, ou especes, dont nous n'avons pas encore une connoissance assez approfondie.

La Nature ayant ainsi, suivant les apparences, enrichi certaines especes de plantes préférablement à d'autres des moyens de se propager, & les ayant comme prodigués à quelques unes, il n'y en a cependant aucune qu'elle ait privé, en y substituant ces autres voyes, de la voye universelle de propagation, qui consiste dans la semence, & qui est la principale dans les circonstances naturelles. Ce qui est même certain,

tain, c'eſt que cette voye eſt la plus ſure de toutes, non ſeulement dans telle ou telle eſpece de plantes, mais dans toutes, (par des accidens qui peuvent naître de cauſes étrangeres aux plantes,) & que c'eſt la plus avantageuſe par rapport à nos vuës dans la multiplication des plantes. Au contraire, ſi l'on n'a d'égard qu'aux circonſtances naturelles, & qu'on ne ſe propoſe que d'arriver au but principal, toutes les eſpaces de propagation ſont parfaitement égales, & équivalentes les unes aux autres.

Dans quelques plantes qui ſe multiplient extraordinairement par leurs tiges, par des racines qui s'étendent ſous terre, ou par des filets qui courent à la ſurface; ce qui ſert à les reproduire avec ſuperfluité, ſert en même tems à les épuiſer: ou bien dans d'autres où ſur les branches, entre les fleurs & les fruits, il pouſſe de petits rejettons, ou même de nouvelles petites plantes entièrement parfaites; dans ces eſpeces de plantes, dis-je, il peut bien arriver quelquefois que la ſemence demeure infructueuſe & imparfaite, & les fleurs mêmes ne parviennent pas toujours à leur entier dévelopement. Dans d'autres tems on obſerve préciſément le contraire à l'égard de ces mêmes plantes. Mais qui eſt-ce qui ne voit pas, que ce ſont là autant de circonſtances accidentelles; telles que d'autres qu'on obſerve encore dans d'autres Plantes, qui fleuriſſent, ou trop tôt, ou même deux fois dans une année, ou qui ont quelques défectuoſités cauſées, ſoit par la température de l'air, ſoit par la nature des ſucs. Qui eſt-ce qui ignore que de pareilles circonſtances ſont ſouvent variables dans la même eſpece de plantes; & qu'après avoir eu lieu, il leur arrive de diſparoître d'elles-mêmes, ou que l'art y apporte des changemens? Quand donc il n'exiſte pas certaines circonſtances non naturelles, qui cauſent ces variations & ces irrégularités, tout rentre aiſément, & comme de ſoi-même, dans l'ordre naturel.

Poſons donc, qu'en vertu des cauſes qui viennent d'être indiquées, il ſe trouve des plantes qui, pendant un certain tems, ne produi-

duisent aucunes fleurs, ou semences fecondes, il faut néanmoins que le pouvoir qu'elles ont reçu de la Nature d'en porter de semblables, demeure dans toute sa force ; de sorte que, tant que ces Plantes sont arrêtées ou troublées dans leurs opérations naturelles, & ne peuvent porter, ni fleurs, ni semences, ou pour mieux dire, ne sauroient former de nouvelles plantes dans la semence ; ces plantes se reproduisent pendant ce tems-là par le moyen de leurs autres parties, telles que les racines, tiges, oignons, branches, feuilles, &c. par où elles accomplissent parfaitement la loi particuliere que la Nature leur a imposée, jusqu'à ce qu'elles viennent à bout de surmonter les obstacles qui traversoient le cours ordinaire des choses, & qu'elles produisent des fleurs & des semences. L'Expérience la plus commune confirme ce que nous avançons.

Dans diverses especes de plantes la multiplication se fait de plusieurs manieres; & il y en a quelques unes où toutes les voyes de multiplication ont un égal succès. Cependant, comme nous l'avons dit d'abord, un très grand nombre de plantes n'ont en partage que l'unique voye de multiplication, qui consiste dans les semences. L'art produit sur quelques unes divers effets qui les font fructifier, mais il y en a d'autres sur lesquelles il n'a aucune prise, & la plûpart des plantes annuelles sont dans le cas. Si l'art peut quelquefois causer du changement dans l'ordre naturel, rélativement à ces dernieres plantes, il faut l'employer avant qu'elles ayent acquis leur dernier dévelopement : car, quand une fois elles ont fleuri, & que leur semence s'est formée, il est très rare qu'on puisse y effectuer quelque chose. Des Savans distingués dans les tems précédens ont souvent confondu dans leurs Ecrits ces diverses propagations des plantes par le moyen de leur différentes parties ; ce qui a donné lieu à des conséquences erronées, & à des disputes inutiles.

Mais, afin de pousser plus loin nos réfléxions, nous disons „ que „ toutes les plantes, avant que de pouvoir se propager par des semen- „ ces fecondes, doivent premièrement s'être dévelopées d'une maniere

„ con-

„ convenable dans le bouton qui les renferme ; „ sinon, elles continuent à se multiplier par d'autres voyes ; jusqu'à ce qu'elles ayent atteint la perfection convenable dans un vrai bouton à fruit, formé dans la moëlle même de la plante, lequel porte ensuite des fleurs & des semences. Alors l'accroissement de chaque branche, qui est toujours une plante particuliere, s'acheve en même tems.

Outre cela, plusieurs plantes se multiplient encore d'elles-mêmes, en poussant tous les ans une ou deux fois de nouvelles plantes qui paroissent avant la fleur & la semence ; „ & qui, étant attachées à la vieil-„ le plante, comme à leur mère, en tirent leur principale nourri-„ ture. Au contraire les plantes qui se forment dans la semence, „ après avoir obtenu la perfection nécessaire, se détachent de la plan-„ te-mère, avec la semence ou l'œuf, & n'en reçoivent plus aucune „ nourriture. „

Les plantes n'acquièrent pas tout à la fois cette perfection par laquelle elles sont rendues propres à propager leurs especes par le moyen des semences d'une maniere conforme à la Nature ; cela ne se fait point par saut, il faut un tems précis & déterminé pour amener leur dévelopement, tantôt plutôt & plus vite, tantôt plus tard & plus lentement, quelquefois seulement au bout de quelques années. Ce point de perfection qui répond à un tems déterminé, ne sauroit toûjours être assigné avec précision & certitude par rapport à chaque espece de plantes ; il faut se borner à des à peu près, ou présupposer certaines conditions, qui sont propres à favoriser ou à traverser l'accroissement des Plantes. Telles sont entr'autres, le changement de leur terroir naturel, leur transplantation du lieu où elles ont pris leur premier dévelopement, les variations qu'on apporte au terroir, aux sucs nourriciers, celles de la température de l'air, & d'autres semblables.

Ici, comme dans quelques unes des circonstances qui ont été rapportées ci-dessus, on trouve certaines traces de ressemblance entre

tre les corps du régne animal & ceux du régne végétal. Il ne reste rien à desirer par rapport à la validité des témoignages qui concernent les variations des plantes dans les différentes contrées, & rélativement aux divers aspects du Ciel. Il suffit de faire une attention exacte à nos choux communs avec leurs variétés, au Tabac, au Pisang, au Palma Christi, aux tiges de coton, aux especes de palmier, aux plantes d'Indigo, au grand Aloé, & à plusieurs autres, pour se convaincre que tout y est fort varié. Ces plantes ne parviennent à leur perfection que dans des âges fort différens, & n'ont leurs semences que dans le tems de cette perfection: encore le terme accoûtumé, ou le point de tems déterminé sous certaines conditions pour les conduire à cet état, n'est rien moins que fixe.

Mais, pour ne considérer ces objets qu'en général, après avoir présupposé comme certain que tout œil, dans quelque partie de la plante qu'il puisse se trouver, ne porte qu'une seule fois, & que dès qu'il s'est entièrement dévelopé pour devenir une plante, il ne prend plus d'accroissement, mais que cette plante ainsi entièrement sortie de la moëlle engendre de nouveau un ou plusieurs yeux; tout cela, dis-je, étant présupposé, ce qui se passe dans les plantes à cet égard ressemble beaucoup pour le tems & pour les circonstances à ce qui arrive aux animaux. Et il n'est pas besoin de recourir à aucune explication forcée pour établir cette ressemblance.

En effet, comme d'une semence, ou d'un œil, il ne sort qu'une seule fois une seule plante, de même d'un œuf il ne sort qu'une seule fois un seul animal, & pas davantage. Et comme il y a des animaux qui ne travaillent qu'une seule fois à la propagation de leur espece, & meurent ensuite, tandis que d'autres vivent plusieurs années, & se multiplient plusieurs fois; de même il y a des plantes dont le sort est exactement pareil.

Quelques animaux, après avoir passé par les changemens ou dévelopemens qui leur sont propres, arrivent les uns plutôt, les autres

A l'égard de ce qui vient d'être dit des plantes annuelles qui peuvent être retardées, de façon qu'elles ne portent pas sitôt leur semence, & se conservent plus longtems ; il se trouve dans le régne animal plusieurs traces de ressemblance avec le régne végétal, surtout dans quelques especes, entre les Insectes, par exemple, dans les grosses Sauterelles vertes des arbres & des près, qu'on appelle en Allemand *Grasse-Pferdt*. Les mâles de cette espece, (& cela arrive dans toutes les autres,) pas longtems après avoir fécondé la femelle, & presqu'aussitôt que les œufs sont pondus, deviennent malades, s'affoiblissent, & finalement meurent. Cela arrive ordinairement dans nos contrées vers la fin de Septembre, ou au plus tard au commencement d'Octobre.

Mais, quand on prend en Septembre quelques uns de ces Insectes des deux sexes, & qu'on les met sous des verres différens avec la nourriture qui leur convient, de façon que le mâle ne puisse s'accoupler, ni la femelle être fécondée, & pondre des œufs imprégnés, alors l'un & l'autre se conservent & vivent environ jusqu'à Noël, c'est à dire, 8. à 10 semaines de plus ; & l'on peut jusqu'à la fin entendre leur bourdonnement. Mais, quand leur mort approche, il y a d'autres Créatures, savoir des poux, dont la nourriture a été assignée sur elles, & qui attendant le terme convenable pour en jouïr, c'est à dire, le tems où les sauterelles s'affoiblissent & tombent malades, les sucent alors toutes vivantes, épuisent toutes leurs forces, & les tuent. Il y en a pourtant qui meurent d'elles-mêmes.

Retournons à présent sur nos pas, & revenons aux plantes, dont il est en partie connu, qu'outre la voye ordinaire des semences elles ont le pouvoir de se multiplier par d'autres parties. Il faut bien remarquer qu'à proportion que leur accroissement est plus rapide ou plus lent, il y en a qui demandent 3. 4. 6. 8. 10. 20. 30. & même 60 jusqu'à 80 ans, avant que d'avoir atteint le dévelopement nécessaire pour porter des semences ; & que, suivant cette proportion elles parviennent à un âge plus ou moins avancé. Néanmoins il ne laisse pas de se trouver parmi ces plantes des exceptions fort remarquables, qui

qui tirent leur source de plusieurs circonstances variables, & qu'on ne sauroit par conséquent bien déterminer sans avoir une connoissance assez exacte de chacune des especes où elles arrivent.

C'est sur ces especes que l'art & la culture ont le plus de pouvoir; on peut retarder fort considérablement le tems où elles fleurissent & portent les semences; ce qui n'empêche pas qu'elles ne prennent leur accroissement sans interruption, jusqu'au tems où elles peuvent à la fin se revêtir sans obstacle, & de fleurs, & de fruits. Mais, quand on ne leve point cet obstacle, & que le terme assigné à leur dévelopement est accompli, alors l'accroissement s'affoiblit de plus en plus, & la mort s'ensuit toujours, sans avoir été précédée d'aucune fécondité. Les mêmes circonstances produisent à peu près les mêmes effets chez les animaux.

Mais c'est assez parler pour le présent de ces circonstances. Ce qui m'a fourni l'occasion de m'y étendre, ce sont principalement deux Plantes, sur lesquelles il est extraordinairement rare de voir des fleurs & des semences, même chez nous, & malgré presque toutes les recherches faites à leur égard.

La premier est cette espece de Lavende, que les Auteurs nomment *Lavendula latifolia sterilis*, ou *non florida*, la Lavende de Morison, qui ne fleurit jamais.

Cette plante devient un arbre assez considérable. On l'a transportée de l'hérédité d'Orange dans le Jardin de notre Académie, où depuis trente ans il n'y a aucune sorte d'essais qu'on n'ait fait, pour lui faire produire des fleurs & des semences, sans avoir jamais pu y réussir. On peut lui associer la *Syringa nana*, *numquam florens*, & le *Mentha sinica*, *rarius florens*, de *Boerhaave*, dont le Jardinier Anglois *Müller* a fait quelque mention dans son Ouvrage.

La seconde plante que j'ai cultivée plusieurs années avec beaucoup de soin, mais inutilement, pour en tirer quelques fleurs & fruits, c'est le *Buxus humilis*, ou petit Buis nain, à feuilles rondes, des Jardins. Cette plante est trop connue pour nous arrêter ici à en donner la description.

Les Botanistes, qui, de même que les Jardiniers, divisent le Buis en grand & petit, n'ont jamais vû de fleurs ni de fruits à celui-ci. Les uns disent qu'il fleurit pourtant, mais très rarement; les autres qu'il ne fleurit jamais: & quelques uns regardent le petit Buis comme une plante dont l'espece différe entierement de celle du grand. Mais, après plusieurs années d'expérience, je suis obligé de me ranger à ceux qui regardent la différence entre ces deux plantes comme une simple variété de la même espece. A quoi je dois ajoûter que cette variété peut être produite dans la plante, lorsqu'elle est encore jeune, & qu'on l'y détermine par une culture assidue; de sorte que ce n'est dans le fonds qu'une qualité artificielle.

Il s'ensuit de là que, quand les obstacles sont levés par la cessation des circonstances d'où ils naissent, soit qu'elles viennent de l'art, ou de quelque cause naturelle, la plante peut insensiblement, & tant qu'elle conserve les forces nécessaires à son accroissement, revenir à son état naturel; & la chose arrive effectivement, comme j'en suis convaincu, & puis en convaincre les autres par des preuves de fait, & par l'exemple d'un Buis de cette espece, qui a porté des fleurs & des fruits.

Comme dans les tems précédens on n'a jamais vû fleurir le petit Buis, ou plutôt qu'on n'y a pas pris garde, au lieu que le grand se montre pour l'ordinaire tout couvert de fleurs en Juin, ou en Juillet; cette circonstance a été regardée comme uue raison suffisante de distinguer ces plantes l'une de l'autre. Mais puisque la chose vuë de plus près se présente tout autrement, & ne fournit plus aucun fondement

à

à ce prétendu caractère distinctif, la distinction qui s'y rapporte s'évanoït par là même. J'ai trouvé cette année en Juin des plantes de petit Buis, qui avoient fleuri parmi une grande quantité d'autres sans fleurs, à *Drossen* dans la Nouvelle Marche, autour des pieces du parterre d'un Verger négligé.

Je ne sauroit disconvenir que ce cas ne soit aussi rare dans nos quartiers que remarquable, n'ayant jamais eu d'autre occasion de voir cette plante en fleur, ni de lire, ou d'entendre dire, que d'autres l'y ayent vuë.

Je remarquerai que le Buis avoit été planté dans le Jardin susdit il y a environ trente ans, vers 1733. & qu'on ne l'avoit jamais taillé, de sorte que, depuis ce tems-là, il avoit crû à l'ombre, dans un terroir gras & marêcageux, jusqu'à prendre des tiges de deux ou trois pouces d'épaisseur, & s'élever à une hauteur de trois à quatre pieds. En prenant cet accroissement, & en avançant en âge, il avoit aussi changé ses feuilles naturellement rondes; & autant que les apparences ont pû me l'indiquer, il avoit déjà fleuri depuis quelques années.

Ainsi cette plante commune, qui, tant qu'elle étoit jeune, & composée de branches posées à côté l'une de l'autre, dont les racines avoient été divisées & déchirées, & qu'on forçoit en les taillant & les transplantant tous les trois ans à conserver leur petite stature, à n'avoir que de courtes feuilles rondes, & à demeurer stérile; cette plante, dis-je, abondonnée à elle-même pendant un long espace de tems est devenue méconnoissable, & a dénaturé son espece, parce que sans se le proposer on lui a laissé la nourriture & le repos, qui lui ont permis de rentrer dans l'état que produisent à son égard les circonstances naturelles.

Nous trouvons un exemple à peu prés semblable dans le lierre dit *Hedera corymbosa Lobelii*, qui ne porte du fruit que quand il a vieilli,

vieilli, & dans celui qu'on nomme *Hedera helix, sive sterilis*, qui n'est autre chose que la jeune Plante de la précédente, lorsqu'elle rampe encore.

Ces deux Plantes, le Buis, & le Lierre, qui ne parviennent l'une & l'autre, à fleurir que fort tard & très rarement dans nos contrées, se conservant plusieurs années sans fleurs, & ne laissant pas de multiplier abondamment, peuvent servir de preuve assurée à l'égard de toutes les autres, qu'il n'y rien de plus vrai que ce que j'ai dit au commencement de ce Mémoire ; „ c'est que tous les corps du régne „ végétal, suivant une loi particuliere à laquelle ils sont assujettis, doi- „ vent dans un certain tems fleurir, & porte des semences fécondes, „ au moyen desquelles elles sont en état de propager & de conserver „ les especes.



RECHER-

RECHERCHES CHYMIQUES

SUR UNE TERRE DE SOUFFRE TOUTE PARTICULIERE, QU'ON TROUVE PRÈS DE TARNOWITZ EN SILESIE.

PAR M. LEHMANN.

Traduit de l'Allemand.

Plus on promène ses regards sur le Régne de la Nature, & plus on trouve de Corps qui excitent l'attention d'un Amateur ; & cela surtout, quand ils présentent certaines circonstances particulieres, par lesquelles ils se distinguent d'une maniere sensible des autres corps déjà connus. Ce sont là des choses trop communes pour que croye devoir m'y arrêter longtems ; & je me contente d'ajoûter qu'il se présente de tems en tems de semblables découvertes dans tous les trois Régnes de la Nature. Je vais présentement en tirer la preuve d'une exemple que me fournit le Régne minéral. Il s'agit d'une terre particuliere, d'un blanc gris, qui doit être mise au rang des terres de souffre, comme les Expériences suivantes le feront voir. J'en ai déjà fait mention dans mon *Essai de Geographie souterraine*, qu'on a placé en forme d'Introduction à la tête de mon *Traité des veines qui se trouvent dans les montagnes.*

Avant que d'aller plus loin, il convient de rapporter l'histoire de cette découverte. Lorsque j'étois occupé, il y a quatre ans, à parcourir la Silesie haute & basse, je vins entr'autres lieux à *Tarnowitz*, dans la Seigneurie de *Beuthen* ; & tandis que j'y faisois en partie des recherches qui concernoient le Régne minéral, & que je m'informois

en partie des choses les plus remarquables qui pouvoient se trouver, dans cet endroit, on me dit que, pas loin de la Ville, il se trouvoit une certaine Terre, qui avoit l'odeur du Camphre. Mon devoir, aussi bien que ma curiosité, m'engagerent à me rendre aussitôt au lieu indiqué, & à prendre une certaine quantité de cette Terre. Ayant donc suivi un guide, à qui les chemins étoient bien connus; je rencontrai, environ à quatre portées de mousquet, ou mille pas de distance de la Ville, à main droite du chemin qui mene à *Beuthen*, une petite hauteur qui avoit l'air d'être très fertile, & qui étoit en effet chargée de divers fruits champêtres, d'autant plus abondans que l'on étoit alors au commencement de Juin. Ce fut sur cette hauteur que mon guide me fit voir, immédiatement au dessous de la terre ordinaire, un lit de terre grasse, d'un noir gris, qui avoit une odeur d'une force particuliere, & au moins un pied d'épaisseur. J'en pris une quantité aussi grande qu'il me fut possible; & après l'avoir portée dans mon quartier, je la fis sécher. Sa couleur devint alors d'un blanc gris, & j'emportai cette terre avec moi ici à Berlin, pour en faire l'objet de recherches ultérieures. Cela m'a fait voir, comme les Expériences que je rapporterai l'établiront, que cette terre doit être rangée parmi les especes de terres de souffre.

Par *terres de souffre*, j'entens *toutes les terres*, *qui sans aucune addition d'un acide de vitriol*, *donnent dans les travaux chymiques un véritable souffre*. Ainsi j'exclus du nombre des terres de souffre les suivantes, 1. toutes les terres dans lesquelles le souffre est visible, soit qu'il s'y trouve en parties plus grandes ou plus petites, ou réduit en poussiere; car ces terres ne doivent pas être regardées comme terres de souffre, mais comme de simples receptacles, dans lesquelles le souffre tout formé existe séparément, sans être intimément lié, avec la terre; 2. toutes les especes de terres, qui ne produisent du souffre qu'après l'addition d'un acide vitriolique, comme sont les terres d'*Umbra*, la *Pnigitis* de *Pline*, la *Terre ampelite*, & quelques autres terres bitumineuses, aussi bien que divers charbons de terre & de

de pierre, parce que ces terres, bien qu'elles contiennent à la vérité une des parties constituantes du souffre, savoir la matiere combustible, sont destituées le plus souvent de l'autre partie, sçavoir de l'acide vitriolique. 3. Par la même raison n'appartiennent pas non plus ici les terres qui, moyennant l'addition d'un phlogiston, donnent un véritable souffre, mais qui ne présentent en elles-mêmes qu'un acide vitriolique. Mais celles qui y ont le moins de droit, ce sont 4. toutes celles qui offrent manifestement à la vuë du souffre en morceaux. Il est bien vrai que divers Auteurs font l'énumération de ces différentes terres, sans y apporter aucune distinction; mais je suis obligé d'avouër que la plûpart d'entr'eux n'ont pas apporté ici l'exactitude nécessaire, en ramenant au même genre toutes les terres bitumineuses, mêlées de morceaux de souffre, qui rendent au feu une forte odeur, ou qui brulent d'une flamme claire. Cela ne me paroit pas juste; car j'exige d'une terre de souffre qu'elle se sublime par elle-même, & donne ainsi un véritable souffre. En vertu des mêmes principes, je refuse encore de compter parmi les terres de souffre, les terres combustibles d'*Artern* dans le Comté de *Mansfeld*, celles d'*Altenbourg*, & les terres bitumineuses qu'on rencontre par-ci par-là dans les pierres de sable près de *Schandau* en Saxe: à quoi l'on peut ajoûter la terre mêlée de morceaux de souffre de l'Abbaye d'*Engelsberg*, dans le Canton d'*Underwald*. On n'est pas plus en droit de compter parmi les terres de souffre le *Geodes Sulphureus Agrigentinus*, dont le *Boccone* fait mention en divers endroits, puisqu'il renferme des morceaux entiers de souffre tout formés; non plus que la Terre de *Melili*, indiquée par le même Auteur, parce que le souffre se montre visiblement dans toutes ces terres, ou s'y trouve mêlé par morceaux, ou bien parce qu'elles ne produisent aucun souffre par la sublimation, mais qu'on en tire par la distillation de la Naphte, du Petrole, &c. Tout aussi peu rapportera-t-on à la classe dont il s'agit, l'espece de pierres qui se trouve en Pologne, entre *Cracovie* & *Wieliczka*, sur ce qu'on appelle *la Montagne de souffre*, & qui consiste en masses pierreuses, d'un blanc gris, dans lesquelles le souffre est renfermé en grains. Je passe

passé sous silence diverses autres especes de terres semblables, indiquées par les Auteurs.

Cela étant, excepté la terre nommée *Terra Puteolana*, & celle de *Tarnowitz*, sur laquelle va rouler ce Mémoire, je n'en connois point encore à laquelle convienne proprement le nom de *Terre de souffre*. Je ne me rappelle non plus qu'aucun Auteur ait fait mention d'une semblable terre; car, quoique *Volckmann* ait déjà dit, dans sa *Silesie souterraine*, qu'on trouve du souffre près de *Tarnowitz*, il n'explique pourtant, si ce souffre existe en forme visible, ou par pieces, comme dans sa miniere ordinaire, ou bien s'il se trouve dans l'eau, comme à *Carlsbad* & à *Töplitz*. On a même lieu de croire, à s'en tenir à son récit, qu'il n'a eu en vuë que le souffre en morceaux qui se rencontre dans cet endroit, & que les minieres de plomb répanduës à l'entour offrent souvent, quoique mêlé de beaucoup de matieres étrangeres.

Tout cela me fait juger d'autant plus nécessaire de donner ici une description exacte de la Terre de *Tarnowitz*. Je sais bien que plusieurs de mes Lecteurs trouveront peut-être que cette description est d'une très mince utilité, parce qu'elle concerne un corps qui n'est pas commun, & qui, si l'on vouloit l'employer à faire du souffre, ne dédommageroit pas des fraix. Mais, par cela même qu'il s'agit d'une matiere un peu rare, je me suis crû obligé d'en faire un examen plus attentif, & de rendre compte des Expériences que j'ai faites à ce sujet. Cela engagera peut-être d'autres Naturalistes à donner plus d'attention aux especes de terres qui ont une odeur particuliere, & qui, par là même qu'elles sont plus rares, doivent piquer d'autant plus la curiosité. Mais entrons en matiere, sans nous arrêter davantage.

La terre odoriferante de *Tarnowitz* est „ une terre legère, d'un „ blanc gris, dont les parties sont liées ensemble, mais avec une médiocre solidité, & dont l'odeur ressemble beaucoup à celle du mélange de l'huile de térébenthine avec l'huile de vitriol, quand on les met „ ensemble à digérer pour produire un souffre artificiel. „

Tels

Tels sont les caractères extérieurs auxquels cette terre est reconnoissable. Chacun peut juger d'abord par là qu'elle ressemble parfaitement à une terre argilleuse grise commune, sans qu'on puisse, d'après les seules apparences, y mettre d'autre distinction que celle qui naît de l'odeur particuliere de notre terre. Cependant nous verrons dans la suite, qu'elle possede diverses propriétés, qui ne permettent pas, même après en avoir séparé le souffre qui est la cause de l'odeur, de la regarder comme une terre argilleuse tout à fait pure. Je remarque d'avance, que mes Expériences ont été faites,

1. Avec de la terre cruë,
2. Avec de la terre calcinée.

Voici les circonstances que j'ai observées dans le cours de ces Expériences.

EXPERIENCES faites avec de la terre cruë.

Premiere Expérience.

Je pris un lot de cette terre, je la pilai bien menue dans un mortier de verre, je l'humectai avec autant d'eau distillée qu'il étoit nécessaire pour la travailler comme de l'argille; & je remarquai qu'elle éclatoit alors, comme les terres marneuses ont coûtume de le faire, par exemple la *Terra Lemnia*, *Strigoniensis*, &c. & même les morceaux qui étoient d'une grosseur un peu considérable se fendirent en petites lames, tout comme les terres susdites. Je les comprimai ensuite pour en faire une plaque de l'épaisseur d'un bon dos de coûteau, que je laissai sécher pendant quelques jours à l'air. Quand elle fut bien séche, je la mis dans un creuset fermé, & la posai dans un fourneau à vent, auquel je donnai pendant deux heures un feu véhément: après quoi, le creuset étant réfroidi, je trouvai que cela s'étoit cuit à la vérité

rité fortement ensemble, mais en s'éclatant en plusieurs petits morceaux, couleur de chair, tachetés de points bruns.

Seconde Expérience.

L'Expérience précédente m'ayant appris, que l'odeur s'en alloit entierement au feu, & que la couleur souffroit du changement, je pris un lot de cette terre bien pilée, je le mis dans une retorte de verre exactement garnie, & je le poussai à un feu découvert. D'abord il en sortit quelques gouttes d'un phlegme tirant à l'acide; mais, en augmentant le feu, il se sublima au bout d'une heure un beau souffre jaune, qui pesoit environ dix à douze grains, & qui avoit une conformité parfaite avec le souffre commun. Ce qui demeura de reste étoit encore gris, & n'ayant aucune odeur. Je compris donc que le mêlange du souffre étoit probablement la cause de l'odeur de cette terre. Mais, pour m'en convaincre davantage, je passai à une

Troisième Expérience.

Je pris de cette terre, & du Mercure sublimé, parties égales une dragme de chacun, & après les avoir bien pilés ensemble, je les mis dans une retorte de verre soigneusement lutée; & après avoir donné un feu découvert, dont j'augmentois la force par degrés, il sortit dans le récipient qui y étoit adapté, d'abord un peu d'acide de sel, qui avoit été probablement dégagé du sublimé par l'acide vitriolique qui se trouve dans le souffre. En augmentant le feu, le sublimé s'eleva dans sa forme accoutumée; & à la fin parut un cinnabre d'un rouge foncé, qui pesoit environ huit grains. Le résidu dont le poids étoit de deux dragmes & seize grains, n'avoit plus d'odeur, & sa couleur étoit blanche.

Quatrième Expérience.

Je procédai de la même maniere, après avoir mêlé parties égales d'arsenic parfaitement pur, & de cette terre, une dragme de chacun,

cun, que je fis sublimer dans une retorte de verre garnie, à un feu découvert & par degés. L'arsenic s'eleva à la vérité en haut, mais non pas comme un *réalgar ;* il étoit par feuilles, & d'un noir gris, comme ce que les Apoticaires nomment *Fliegenstein*, ou proprement comme ce sublimé noir qu'on rencontre ordinairement dans les Galleries qui recoivent la poudre d'Arsenic dégagée de sa mine par voye de calcination, (*im Gifftfange*).

Ce sublimé pesoit une dragme & dix grains ; le residu dont le poids étoit de deux dragmes & huit grains, paroissoit d'un blanc jaunâtre, & n'avoit plus d'odeur. Pour découvrir donc avec certitude la cause qui avoit fait prendre à mon arsenic cette couleur, je fis une

Cinquième Expérience.

Ayant mis mon sublimé dans un petit alembic de verre, je le posai dans une coupelle de sable, & l'ayant fait sublimer par dégrés, j'obtins mon arsenic d'un jaune fort pâle à la vérité ; & cela ne pouvoit pas être autrement, puisque dans une dragme de cette terre à peine y a-t-il quatre ou cinq grains de souffre, quantité trop petite pour colorer d'un jaune foncé une once d'arsenic. Au fonds de l'alembic il demeura quatre grains de terre. Je n'ai pas honte d'avouër que dans la premiere sublimation j'avois commis une faute, en donnant le feu trop rapide & trop véhément, par où l'arsenic avoit fait monter avec soi un peu de la terre, & de la substance brune qui se trouve dans l'argille ; mais c'est à cause de cela qu'on donne à de semblables procédés le nom d'Expériences.

Je ne puis m'empêcher de remarquer non plus, que deux ou trois grains de phlogiston furent cause qu'une grande quantité d'arsenic devint gris en se sublimant. Il m'étoit déjà arrivé dans d'autres cas précédens, qu'en voulant sublimer cette matiere si volatile par le moyen d'un alcali pur, afin de la purifier, après avoir bouché le haut de l'alembic avec un peu de papier, tout mon travail étoit devenu gris,

ſimplement par la chûte de quelques parties detachées du papier, & il a falu recommencer de nouveau.

Sixième Expérience.

Je pris une dragme de cette terre, & une demi-dragme de ſel ammoniac dépuré ; & les ayant bien mêlées enſemble, je les mis dans une retorte de verre exactement lutée à un feu découvert, que j'augmentai ſucceſſivement, & j'obtins premièrement un eſprit d'une extrème acidité : après cela le ſalmiac tout à fait blanc ſe ſublima le premier, enſuite il ſe montra jaune, & presque de couleur d'orange. La terre après ce travail n'avoit plus d'odeur, & ſa couleur étoit devenuë d'un noir fort gris.

Septième Expérience.

Je pris une dragme de ſel ammoniac dépuré, que je fis diſſoudre dans autant d'eau diſtillée qu'il étoit néceſſaire pour cet effet ; je mêlai cette ſolution avec deux dragmes de terre, qui avoit été pilée fort déliée: là deſſus elle ſe mit à éclater, mais il n'en ſortit point d'autre odeur que celle qu'elle rend ordinairement. Ayant mis ce mêlange dans une retorte de verre garnie, je le pouſſai par degré à un feu découvert ; & il en ſortit d'abord par deſſus un phlegme dont le goût étoit acide, & qui avoit de l'odeur. Enſuite monta le ſalmiac, d'abord avec des fleurs blanches, & à la fin avec de jaunes ; ces dernieres avoient pris l'odeur de la terre, tandis qu'au contraire la terre n'en avoit plus, & étoit devenuë un blanc gris. Cette terre auſſi, pilée avec du ſel ammoniac dans un mortier de verre, ne dégageoit pas l'urineux du ſalmiac.

Par tout ce qui vient d'être rapporté, je fus ſuffiſamment convaincu que ma terre renfermoit du ſouffre & du fer. Mais, comme de raiſon, je n'étois pas encore ſatisfait de ces Expériences, & j'eûs recours à la voye humide, pour en tenter de nouvelles.

Huitième Expérience.

Je pris une dragme de cette terre, sur laquelle je versai une dragme d'eau régale, que j'avois faite de huit parties d'acide de nitre, & d'une partie de salmiac purifié. La terre éclata fort peu, & l'eau régale attaqua d'abord, mais sans effervescence ; au commencement la solution étoit toute verdâtre, mais à un feu de digestion un peu fort il s'en éleva quelque chose en haut, & elle devint brune. Avec l'huile de tartre par défaillance, cette solution se précipita d'un jaune foncé.

Neuvième Expérience.

Ayant versé peu à peu deux onces d'un acide de nitre pur sur deux dragmes de cette terre, elles entrerent aussi-tôt en solution, & après avoir été exposées à une digestion convenable au feu de sable, elles devinrent d'un brun rougeâtre. Je fis filtrer cette solution, & j'y mis du zinc distillé, qui fut dissous avec la plus grande véhémence, mais il se précipita très peu de fer ; seulement la solution devint d'un brun clair. La terre qui demeura, paroissoit blanche. Ayant versé peu à peu dans cette solution de l'huile de tartre par défaillance, elle écuma comme à l'ordinaire, mais la précipitation se fit fort lentement, & ce ne fut qu'après avoir versé longtems, qu'il tomba au fonds une terre blanche déliée, encore étoit-elle en fort petite quantité ; la liqueur qui reposoit dessus avoit de l'air de vin du Rhin, & elle donna par l'évaporation & la crystallisation un nitre régénéré. Je renvoye à une autre occasion, quand le tems me le permettra, à parler plus au long de cette terre qui se laisse précipiter.

Dixième Expérience.

Deux dragmes de notre terre avec une once d'acide de sel commun, mises à une digestion passablement forte, furent attaqués, & la solution devint verdâtre ; mais, quand l'action de l'acide eut cessé, elle parut brune. Je la filtrai, & en ayant pris une partie, j'y mis un peu

de zinc pur distillé; sur quoi le fer se précipita en forme métallique, quoiqu'en très petite quantité. J'employai l'autre partie à produire la précipitation au moyen de l'huile de tartre par défaillance; & j'obtins, comme dans l'Expérience précédente, un peu de terre blanche déliée.

Onzième Expérience.

Deux scrupules de cette terre avec une once & demie d'acide de vitriol, fait d'une partie d'huile de vitriol & de trois parties d'eau distillée, ayant été mis à une forte digestion, la terre ne fut que très peu attaquée; à la fin pourtant elle devint brunâtre, & un alcali fixe en précipita une terre blanche en fort petite quantité.

Douzième Expérience.

Une demi-once de cette terre, avec trois onces de l'acide de vitriol susdit, après l'extraction & la filtration, parut de nouveau tirant au brun; après quoi je versai dessus goutte à goutte de l'esprit de sel ammoniac, préparé avec du sel alcali. Il se fit un frémissement véhément; cependant il ne fut accompagné d'aucune précipitation. Mais, quand je versai dessus de l'huile de tartre goutte à goutte, la liqueur devint sur le champ bleue; & au bout d'un court espace de tems, il se déposa au fonds un précipité délié, d'un beau bleu très foncé. Ceux qui savent que la lessive de sang, dont on se sert pour la préparation du Bleu de Berlin, fournit l'indice le plus certain des particules de fer, quand on la verse goutte à goutte dans la solution des corps ferrugineux; s'ils réfléchissent avec cela sur la nature de cette lessive, qui n'est autre chose qu'une lessive alcaline, qui consiste dans l'union d'un alcali fixe avec un alcali volatil urineux; ils comprendront d'eux-mêmes que, dans le cas que nous rapportons, une semblable lessive se forma sur le champ, & que par conséquent le précipité bleu susdit qu'elle donna, est une marque assurée que l'acide vitriolique avoit extrait de cette terre des parties de fer. Quand j'eus bien édulcoré la terre qui étoit restée des Expériences précédentes depuis la huitième jusqu'à

qu'à celle-ci, aussi bien que celle que me fournirent les Expériences treizième & quatorzième, qui vont suivre, & l'ayant ensuite fait sécher, elle conservoit encore son odeur précédente, & donnoit à connoitre son souffre, tant par la sublimation que par la calcination. C'est là sans doute la cause pour laquelle les acides avoient eu si peu de prise sur elle, comme nous le verrons encore mieux dans la suite.

Treizième Expérience.

Un lot de cette terre avec deux onces du même acide vitriolique, produisirent quant à l'extraction le même effet que dans l'Expérience précédente. Je filtrai cette solution, & l'ayant fait évaporer, j'obtins quelque peu de crystaux, que je fis encore dissoudre dans de l'eau distillée ; & les ayant filtrés, il s'en précipita avec une lessive nette de sel alcali fixe un peu d'alun, mais dans la plus petite quantité ; comme cela est arrivé à M. *Marggraf* en faisant les mêmes opérations sur d'autres terres argilleuses.

Quatorzième Expérience.

Un scrupule de cette terre, avec une once de vinaigre distillé, fut attaqué très foiblement, même dans la plus forte digestion ; & il devint seulement jaunâtre. Cette solution, ou plutôt l'extraction, se précipita un peu bleuâtre avec un alcali fixe ; mais après le desséchement à peine donna-t-elle deux grains d'une poussiere bleuâtre déliée. Les choses se passerent de même, en prenant un demi-scrupule de cette terre pour en faire l'extraction avec deux scrupules d'acide de fourmis.

Quinzième Expérience.

Deux scrupules de cette terre avec trois onces d'huile de tartre par défaillance, mis à une forte digestion, s'éleverent à la vérité avec force, mais rien n'entra en solution. Cependant, lorsque dans la

Sei-

Seizième Expérience.

J'eus ajoûté une lessive d'alcali caustique, faite d'une partie de chaux, & de trois parties de sel de tartre, qui, après avoir été fonduës ensemble, avoit été dissoutes dans trois parties d'eau distillée ; alors, non seulement elle fut attaquée, mais le souffre qu'elle contenoit, s'en détacha pendant la coction. J'en procurai ensuite la précipitation au moyen d'un acide pur de nitre ; & d'une demi-once de terre que j'avois prise avec quatre onces de lessive, j'obtins huit grains de souffre. Pendant la précipitation, l'odeur étoit, comme on peut bien se l'imaginer, fort desagréable.

Dix-septième Expérience.

Un scrupule de cette terre, mêlé avec une once d'huile d'olive blanche, & mis à une digestion convenable, ne s'est guères dissous ; l'huile avoit seulement pris une couleur tirant au brun.

Dix-huitième Expérience.

Mais ayant versé sur un demi lot de cette terre un lot & demi d'huile de térébenthine, & ayant fait bouillir le tout fort doucement, mon huile de térébenthine se teignit d'abord d'un rouge vif ; comme il a coûtume d'arriver à la solution de souffre dans la préparation du Baume de souffre ordinaire.

Dix-neuvième Expérience.

Enfin je pris un scrupule de notre terre, trois scrupules de sable de *Freyenwald*, & un lot de sel de tartre, que je mêlai bien ensemble ; & les ayant tenus pendant quatre heures, dans un creuset luté, au feu le plus véhement, je trouvai que le tout s'étoit fondu ensemble en un beau verre solide transparent d'un bleu verdâtre, qui ressembloit à un mâchefer très mince.

Telles

Telles sont les Expériences que j'ai faites sur la terre de *Tarnowits* cruë. Je vais présentement rapporter celles qui concernent la la même terre calcinée.

EXPÉRIENCES faites avec de la terre calcinée.

Je pris pour cet effet quatre onces de cette terre, je la partageai dans différents têts à rôtir neufs, & je les mis sous la mouffle dans un fourneau d'épreuve, dans lequel je continuai successivement à augmenter la force du feu, jusqu'à ce qu'elle eut atteint le plus haut degré possible. Aussitôt que cette terre fut devenuë fort chaude, le souffre qui s'y trouve en sortit; ce qui se manifesta tant par l'odeur, que par de petites flammes bleues qui voltigeoient au dessus du têt. La terre après cela devint blanche, ensuite couleur de fleur de pêcher pâle, & à la fin d'une couleur d'ocre aussi pâle. Quoique je fisse durer le feu le plus véhément pendant trois heures, la couleur ne souffrit plus aucun changement. Ayant donc laissé réfroidir le tout, il se trouva malgré tout cela, que plusieurs parties d'un brun obscur étoient mêlées parmi les autres. Cela me rendit curieux de sçavoir, si dans une forte calcination cette terre deviendroit également partout de la même couleur. Dans cette vuë je pris toutes ces terres calcinées sous la mouffle; je les mis dans un creuset à fondre de Hesse, neuf & bien net, que je couvris avec un autre; je les lutai ensemble, & après les avoir tenus pendant trois heures dans un fourneau à vent au feu le plus fort, la masse devint partout d'un feu foncé, à l'exception de quelques petits grains blancs, mais dans la plus petite quantité. Les épreuves que je fis sur ces grains, me prouverent qu'ils étoient seleniriques. Le poids du tout avoit diminué de cinq scrupules. On ne doit pas croire que ce déchet vienne uniquement de la perte du souffre contenu dans la terre; point du tout, mais il se trouve toujours dans cette terre une portion d'humidité, quelque desséchée qu'elle paroisse

être ; & c'est cette humidité qui est chassée par un degré véhément de feu. C'est donc de la terre de souffre de *Tarnowitz* ainsi calcinée que j'ai fait usage dans les Expériences dont il me reste à rendre compte.

Vintième Expérience.

Je versai sur cette terre calcinée d'un brun foncé, de l'acide de nitre, avec lequel elle pâlit & se gonfla un peu, mais sans aucun frémissement, ni presque aucune altération dans la couleur ; seulement, après une digestion de quinze jours, il s'étoit dissous quelque chose qui fut bientôt précipité avec de la lessive de sang. Il en arriva de même à cette terre avec l'acide du sel, celui du vitriol, & le vinaigre distillé ; ce dernier cependant a moins attaqué que tous les autres. La solution dans l'acide du sel ne se précipita pas non plus avec la lessive de sang, de couleur bleue, mais jaune. C'est ce que j'ai aussi remarqué à l'égard de diverses autres terres ferrugineuses, quand elles ont été dissoutes dans l'acide du sel. Ces acides attaquoient aussi fort foiblement la terre qui n'avoit été calcinée qu'à demi, & jusqu'à devenir couleur de chair. Ce qu'il y a de remarquable, c'est qu'après que notre terre avoit été sous ces acides pendant quatre semaines, elle s'étoit attachée avec beaucoup de force au fonds du vaisseau, en sorte qu'on ne pouvoit l'en détacher que par violence ; ce qui arrive aussi communément aux autres terres argilleuses. Mais, lorsque

Vint-unième Expérience.

J'eus fait écouler le liquide de dessus la terre calcinée, tant de couleur de chair que brune, dont l'extraction s'étoit faite avec l'acide de vitriol, & que j'en eus procuré une douce évaporation, il ne se forma aucuns crystaux ; cependant, lorsque j'eus continué l'évaporation presque jusqu'au desséchement, il se trouva quelque peu de crystaux, qui ayant été encore une fois dissous dans l'eau distillée, & précipités avec une lessive nette de sel alcali fixe, suivant la maniere indiquée par M. *Marggraf* dans le Tome X. de nos Mémoires, donnerent

nerent un véritable alun. J'avois fait cette Expérience dans le dessein de voir, si j'obtiendrois peut-être un vitriol de zinc.

Vint-deuxième Expérience.

Cherchant ensuite avec cette terre calcinée la route de la vitrification, je trouvai qu'une partie de ladite terre, avec trois parties de sable de *Freyenwald* net, & deux parties d'un alcali pur, s'étoient fonduës à un feu véhément de trois heures, en un beau verre fort solide, brun mêlé d'un peu de bleu, qui ressembloit à une scorie de fer. Au contraire un demi-scrupule de terre calcinée, avec un scrupule de craye, & autant de flux de spath du Prince Electoral *Frideric Auguste*, à *Grosschirme* près de *Freyberg*, ne voulut au feu le plus véhément, ni se fondre, ni devenir en se cuisant une masse solide; & il n'y arriva d'ailleurs aucun changement. En revanche un lot de cette terre, un lot & quatre scrupules de craye, une once & demie de sable de *Freyenwald*, & deux onces d'alcali, devinrent un verre solide tirant au bleu. Toutes ces couleurs qui se manifestent dans la vitrification, prouvent suffisamment l'existence du fer dans cette terre. Là dessus il me tomba encore dans l'esprit une idée, qui vint à l'occasion du lieu où cette terre trouve. Je conjecturai qu'elle tiendroit de la nature du zinc; & pour le vérifier,

Vint-troisième Expérience.

Je pris un lot de ce qu'on nomme cendre de cuivre, de la plus pure, telle qu'on peut l'avoir chez ceux qui purifient le cuivre, ou bien de ces petits grains de cuivre qu'on recueille après le réfroidissement du cuivre, lorsqu'on le fait réjaillir contre la muraille avec de l'eau; ce qui donne de petits grains déliés, ronds, & creux en dedans, qui s'élevent comme une menue pluye, & qu'on peut ramasser. A' ces particules de cuivre j'ajoutai autant de terre de *Tarnowitz* cruë, & de poussiere de charbon déliée; je mis le tout dans un creuset d'épreuve, que je laissai pendant six heures à découvert au feu le plus véhément; après quoi je trouvai à la vérité mon cuivre fondu en un régule, mais

nullement converti en léton. La terre calcinée traitée de la même maniere causa tout aussi peu de changement dans le cuivre. Afin d'arriver neanmoins à une plus grande conviction,

Vint-quatrième Expérience.

Je pris encore deux onces de cette terre calcinée, j'y ajoutai quatre dragmes de menue poussiere de charbon, puis je mis le tout dans une retorte d'argille bien garnie, & l'ayant placé dans mon fourneau à vent, auquel je donnai successivement le feu par degrés jusqu'à la plus grande véhémence qui soit possible, continuant ainsi pendant huit heures, je trouvai après le réfroidissement, que ce mêlange n'avoit absolument souffert aucune altération. On n'appercevoit pas non plus le moindre indice de zinc, à l'exception de quelques fleurs qui s'étoient élevées, encore en forme métallique, & s'étoient portées dans le récipient. En bas, dans la masse même, qui s'étoit seulement cuite avec fort peu de consistance, il n'existoit aucune trace de réduction d'un corps métallique. J'avois sujet de soupconner qu'il se trouvoit dans cette terre quelque chose qui tenoit du zinc, à cause qu'elle se trouve si près, ou même au dessus & au milieu de la Calamine qui abonde dans cet endroit, des pierres ferrugineuses, & des minieres de plomb. Je vais même jusqu'à conjecturer, que peut-être une semblable terre, quóique mêlée avec d'autres matieres, fournit l'étoffe de ce qu'on nomme *Tutia Alexandrina;* premièrement, parce que la couleur de l'une & de l'autre est la même; en second lieu, vû que la Tutie a aussi souvent une odeur toute particuliere; & en troisième lieu, à cause que la plus grande partie de la Tutie vient de Pologne, & qu'on l'apporte par conséquent de contrées voisines de *Tarnowitz.* Enfin

Vint-cinquième Expérience.

Je recueillis avec tout le soin possible, autant qu'il fut en mon pouvoir des petits grains blancs susdits, que j'avois remarqué dans la terre calcinée. Je les soumis à l'action de l'acide du nitre, du sel, du vitriol, &c. mais il n'en résulta pas le moindre changement; bien plus

plus j'observai qu'après une longue digestion de ces grains avec l'huile de tartre par défaillance, suivie d'une évaporation, il se formoit des crystaux déliés de tartre vitriolé ; preuve évidente que ces particules blanches, sont un spath sélénitique tendre. J'en fus encore mieux convaincu, lorsque prenant trois parties de ce spath sélénitique avec une partie de suye de sapin brûlée, je les eus exposés à l'incandescence sous la mouffle, dans un tôt à rotir neuf ; car alors une odeur de souffre fit suffisamment voir, que l'acide du vitriol s'étoit dégagé de ce spath, & qu'avec la matiere combustible de la suye il avoit formé sur le champ un souffre.

Ces Expériences, & celles qui se rapportent à la terre cruë, mettent en évidence, que le corps dont j'ai fait l'objet de mes recherches, est *une espece de terre argilleuse, mêlée avec un peu de spath sélénitique, & une très petite quantité de particules de fer, à quoi se trouve joint un véritable souffre.* A' présent il s'agissoit encore, (& cela méritoit bien d'y consacrer quelques peines,) de rechercher d'où procéde cette odeur particuliere de souffre, & si le souffre ne commence à être engendré que des particules simples que le feu éleve pendant la sublimation, ou bien s'il s'y trouve déjà caché dans sa forme complette. Je me suis déclaré des l'entrée de ce Mémoire pour le dernier de ces deux sentimens, & je suis par conséquent obligé de justifier mon assertion.

C'est une chose assez connue, que le souffre est *un corps composé de l'acide du vitriol, & du phlogiston.* Nous pouvons le voir de nos propres yeux dans la production artificielle du souffre, quand on le tire de l'huile de vitriol & des huiles éthérées, en travaillant du flux de spath avec une matiere combustible déliée, ou dans mille autres procédés semblables, surtout dans ceux qui ont été fournis par feu M. *Stahl*, & dans les Expériences qu'il y a joint. Nous sçavons de plus, que toute véritable terre argilleuse contient en soi des parties déliées grasses, les unes en ayant plus ou moins que les autres, comme notre digne & célébre Directeur, M. *Eller*, l'a fait voir manifes-

tement dans son Mémoire sur la fertilité de la Terre, inséré dans l'année 1749. des Mémoires de notre Académie. J'en ai aussi allégué des preuves dans mes Remarques sur la Dissertation de M. *Wallerius*, qui traite de l'accroissement des Plantes, au Tome III. du Recueil Allemand intitulé *Amusemens de Physique*, p. 787. La présence presque universelle de l'acide du vitriol sous la terre est aussi une chose si reconnue, qu'elle ne demande aucune explication ultérieure. Que de plus l'argille soit en elle-même & par elle-même suffisamment propre à recevoir des minieres de souffre, aussi que des morceaux de souffre commun, ou des métaux & des demi-métaux minéralisés par le souffre, c'est ce que témoignent les lits & couches qui abondant dans presque tous les conduits & recoins des mines. Les Terres mêmes dont j'ai fait l'enumération au commencement de ce Mémoire, & qui contiennent le souffre tout formé, sont une des preuves incontestables de ce que je viens d'avancer, quoiqu'elles ne rendent d'elles-mêmes aucune odeur sensible, beaucoup moins une odeur aussi forte que celle de *Tarnowitz*. Y-a-t-il donc sujet de s'étonner après cela que notre terre argilleuse montre du souffre dans son mêlange? Mais tout ce dont-il s'agit ici, c'est de déterminer, ou du moins de déduire probablement des Expériences, comment la génération du souffre peut se faire dans la terre dont nous avons parlé jusqu'à présent?

Il n'y a qu'un moment que j'ai montré, qu'il se trouve toujours dans l'argille plus de matiere combustible grasse que dans toute autre terre. Mais, entre les diverses especes d'argille, il n'y en a point qui se distingue plus à cet égard que celle qu'on trouve sous les lits de tourbe, & sous les terres grasses marêcageuses. C'est une circonstance que j'ai aussi remarquée dans les contrées d'où notre terre est tirée, dans les terrains gras, aussi bien que dans quelques marais, quoique déjà en partie desséchés; & c'est même une chose très ordinaire dans ces cantons. Outre cela, les terres argilleuses les plus convenables, & les plus riches en matiere combustible grasse, sont celles qui se trouvent dans les montagnes qui contiennent des veines minérales. Ceux

qui

qui connoissent les parties constituantes de l'ardoise, des charbons de pierre, &c. qui se rencontrent dans les veines abondantes en minéraux argilleux, n'auront aucun doute à cet égard. *Tarnowitz* est dans le même cas ; toutes les couches de terre qu'on rencontre à l'entour, indiquent de véritables veines minérales. Celle de charbon de terre qui n'en est pas fort éloignée, la montagne de chaux qui est presque à sa porte, sont le dépot ordinaire de ces veines, & en fournissent une preuve si peu sujette à caution, qu'il n'y aura personne selon les apparences à qui il reste encore quelque doute que notre terre ne doive être bien plus abondamment pourvue d'une semblable matiere combustible grasse que les terres argilleuses ordinaires. Il y a plus encore ; cette matiere combustible doit infailliblement s'être augmentée par la suite du tems dans cette argille, au moyen des parties pourries des végétaux qui ont crû au dessus, & qui y sont entrées avec d'autant plus de facilité, que cette terre, comme nous l'avons dit dès l'entrée, est immédiatement au dessous de la premiere couche. Ainsi, il n'est pas seulement vraisemblable, mais rien n'approche plus de la certitude, que ce que la terre même ordinaire de la surface, mêlée de parties des animaux & des végétaux, se change peu à peu en argille ; comme les plantes qu'on trouve imprimées sur l'ardoise le témoignent suffisamment, puisqu'il faut que la matiere de ces plantes se soit non seulement liée de la maniere la plus intime avec la terre argilleuse, mais même qu'elle s'y soit convertie. Mais, comme pour la production du souffre, outre la matiere combustible, l'addition de l'acide du vitriol est requise, il ne restera plus qu'à examiner, *comment la Nature peut introduire cet acide dans l'argille en question sous terre ?* Il est très difficile d'expliquer comment de pareilles réunions s'opérent, la Nature ne permettant pas qu'on la contemple dans ses opérations souterraines. Cependant, ce que nous savons bien, c'est que, dans le Régne minéral, les principales réunions s'exécutent, où par la dissolution des corps en vapeurs déliées volatiles, ou lorsque l'eau renfermant ces particules vaporeuses, les introduit ensuite dans d'autres corps, auxquelles elles s'unissent de façon qu'il en résulte des pro-

productions entierement nouvelles. Suivant toutes les apparences la réunion s'est faite dans notre terre argilleuse par l'imprégnation subtile d'une vapeur vitriolique déliée ; au moyen de quoi le peu de terre alcaline qui se trouvoit mêlée dans notre argille s'est changée en sélénite, & la partie combustible grasse en souffre. Les raisons, qui me font adopter ce sentiment, sont les suivantes :

1. Parce qu'auprès, autour, & dans l'enceinte de *Tarnowitz* même, surtout sous les minieres de plomb, on trouve une multitude de cailloux, dont la plûpart sont des pures mottes de souffre, & les autres sont mêlés d'arsenic.

2. A cause que, dans cette contrée, je n'ai trouvé aucunes eaux qui donnassent quelque indice sensible de vitriol qui y fut dissous ; mais plutôt

3. Dans les minieres de plomb qui s'y rencontrent il y a une forte odeur de souffre, ou encore plus semblable à celle des cailloux brisés, répanduë partout ; & même j'ai vû des cailloux qui étoient tout remplis de trous comme des éponges, ou des ruches d'abeilles. Cette odeur acide indique manifestement une dissolution de cailloux, mais qui doit nécessairement s'être faite par la voye séche, puisque les eaux de ces contrées n'annoncent rien de vitriolique. Si l'on veut encore s'assurer mieux, qu'une semblable vapeur dissoute & déliée s'introduit aisément & souvent dans la terre argilleuse, & s'y unit aux parties combustibles & grasses qu'elle renferme, il suffit de faire attention aux Expériences suivantes.

1. Qu'on observe l'odeur qui est répanduë dans toutes les salines. En effet, quand on tire l'eau de nouvelles sources salées, ou du moins communément, avant que de trouver la source même, on parvient à un lit gras, au dessus & autour duquel, quand il n'est pas mêlé avec des parties alcalines, ou animales, se fait sentir une forte odeur, ou vapeur acide, tirant au souffre ; & il n'est pas rare qu'en approchant une chandelle, cette vapeur s'enflamme avec grand bruit, étouffe les travailleurs, & les terrasse avec la plus grande violence. Quand au con-

contraire ce lit est mêlé de beaucoup de parties alcalines, cette vapeur a l'odeur d'un foye de souffre, ou de la poudre à canon allumée: indice bien suffisant, que cette vapeur n'est qu'un souffre uni à un alkali. Si quelcun vouloit objecter que peut-être cette exhalaison brûlante & suffoquante doit son origine au sel de cuisine qui se trouve là dessous, il est aisé

2. De répondre, qu'une semblable exhalaison se montre aussi dans quelques uns des endroits où l'on travaille aux mines de charbon de pierre, surtout là ou les charbons tiennent beaucoup des marcassites de souffre, & où les bas fonds ont peu d'eau & d'humidité. Cependant il n'arrive jamais que cette vapeur s'enflamme, à moins qu'il ne se rencontre des cavités de terre grasse déliée, ou qui soyent remplies d'une argille grasse, subtile & humide. Il n'est pas rare non plus, dans les contrées d'ou l'on tire le charbon de pierre, de rencontrer de véritable souffre jaune tout formé.

Je demande ici la permission de rapporter une observation réelle, qui concerne également les salines & les carrières de charbon de pierre.

Il y a quatre ans qu'auprès de la Ville de *Rheine*, dans le païs de *Münster*, on creusoit un puits, pour arriver plus aisément à une nouvelle source d'eau salée au profit des salines de cet endroit. Après être parvenu à la profondeur d'environ cinquante pieds, les couches supérieures s'étant affaissées sur une argille bleuâtre, les travailleurs remarquerent dès la veille une odeur de souffre, qui leur embarrassoit beaucoup la respiration. On trouva cette argille le lendemain; mais à peine l'eut-on trouvée, que l'exhalaison qui avoit été observée le jour précédent s'alluma en une flamme bleue, avec un bruit véhément, tua deux travailleurs, & le troisième auroit eu le même sort s'il n'avoit eu le tems de s'enfuir au plus vite.

Me trouvant, il y a deux ans, aux salines de cet endroit, j'ai pris moi-même une quantité de cette argille remarquable, dont je pourrai faire, dans quelque autre tems, l'objet de mes recherches.

Pareille chose a été aussi observée, il y a trois ans, aux salines de *Rheme*, dans la Principauté de *Minden;* tandis qu'on y travailloit à creuser une nouvelle source salée, il s'éleva au dessus de l'argille grasse une exhalaison si forte, ayant l'odeur du foye de souffre, que les travailleurs, dans la crainte d'être suffoqués, & voyant que leurs chandelles ne vouloient plus brûler, aimerent mieux renoncer au travail de cette source, que de courir les risques que l'exhalaison vint à s'enflammer. Il y a deux ans que, me trouvant au même endroit, je fis les mêmes observations, remarquant parfaitement l'odeur de foye de souffre, & voyant même dans la mine une vapeur qui avoit l'air bleuâtre.

M. *Schober*, Commissaire des Mines, a aussi observé une semblable vapeur sentant le foye de souffre, dans les mines de sel fossile, qui se trouvent à *Pochnia* & à *Wiliczka* en Pologne. Mais je n'ai pas besoin de m'appuyer sur des témoignages étrangers; ayant l'honneur d'être employé depuis trois ans par ordre de Sa Majesté dans le Département des Mines de la haute & basse Silesie, entr'autres voyages que j'ai faits à ce sujet, je me rendis à *Kopziowitz* & à *Piaszowitz*, dans la haute Silesie, sur les frontieres de Pologne, derrière la ville de *Nicolai*, à une demi-mille d'*Otwiczin* en Pologne, pour y voir certains arrangemens destinés à la découverte d'un sel fossile. Je trouvai là une mine qu'on avoit déjà creusée jusqu'à la profondeur de 139 pieds, qui étoit couverte par dessus, au moyen d'une de ces petites cabanes, auxquelles on donne le nom de *Kaue*. Cette mine étoit à demi-pleine d'eau, qui étoit une source salée dans la proportion au moins de douze lots. Quoiqu'il y eut déjà un long espace de tems que cette mine étoit creusée, l'odeur du foye de souffre ne laissoit pas d'être si forte, qu'on la sentoit déjà de dehors en approchant de la cabane; & dès que celle-ci étoit ouverte, l'odeur devenoit beaucoup plus forte. Mais, quand on entroit dans la mine même, cette force augmentoit tellement, que nous n'osâmes risquer d'y entrer d'abord, ni seuls, ni avec des gens qui portassent de la lumiere, mais nous aimâ-

mâmes mieux attendre longtems, jusqu'à ce que l'odeur fut fort diminuée. Alors nous trouvâmes d'abord, sous la premiere couche de terre ordinaire, une argille verdâtre, grasse, mêlée de cailloux, de sable, & de pierres de chaux, sous laquelle il y avoit des couches de sable, de pierre, &c. & à la fin une argille grasse bleuâtre, sous laquelle se trouvoit la source salée. Plus de la moitié de cette argille consistoit en coquillages de moule, d'écrevisses, & d'autres créatures marines, qui y étoient mêlés, & dont une partie étoit pourrie, & une autre encore assez entiere. Le sel avoit pénétré de part en part toutes ces couches; ce qui, lorsqu'elles étoient exposées à l'air, leur donnoit une apparence crystalline. On avoit aussi été obligé d'abandonner ce travail à cause de la violente odeur de foye de souffre, & parce que les chandelles ne vouloient plus brûler. J'ai fait de semblables observations dans d'autres lieux où il y avoit aussi des sources salées, quoique le libre accés de l'air extérieur y eut atténué avec le tems ces exhalaisons. Mais avec tout cela personne n'a pu encore donner une explication distincte de la cause des vapeurs suffoquantes dans les mines de sel?

J'ai cependant dit plus haut, qu'il s'en éleve de semblables dans les carrières de charbon de pierre. De plusieurs exemples que je pourrois en rapporter ici, je me bornerai à un.

Lorsque je passai, il y a deux ans, par les carrières de charbon de pierre qui sont entre *Minden* & *Boelhorst*, il étoit arrivé deux jours auparavant, que le Mineur qui travailloit dans cette carrière, avoit rencontré tout à coup une cavité remplie d'argille déliée bleuâtre. A' peine l'avoit-il trouvée que l'air de cette cavité s'alluma en un instant en une flamme bleüe. En même tems ce feu, & la force du coup dont il fut accompagné, frapperent ce pauvre Mineur avec tant de violence, qu'il fut jetté à cent quarante pas de là tout brûlé; tandis qu'un autre Mineur qui travailloit dans le voisinage, fut terrassé, & eut les cheveux & la peau endommagés, l'un & l'autre se

 trou-

trouvant en danger d'être difficilement guèris. Je ne laissai pas de m'arrêter deux jours dans cet endroit où il y avoit une très forte odeur de souffre ; cependant, comme je ne pouvois presque plus la supporter, sans courir risque d'étouffer, & que je craignois aussi que cette vapeur ne vint à s'enflammer de nouveau, ce qui ne me permettoit pas d'y apporter aucune lumiere, je me hâtai d'en sortir, mais ce fut avec une nouvelle conviction que l'acide du vitriol s'unit aussi sous terre avec des parties combustibles, & peut devenir un véritable souffre inflammable. Car, sans cela, d'où pourroit venir l'odeur de souffre ? Si dans le dernier cas on prétendoit en attribuer la cause aux charbons de terre, il faudroit aussi dire, pourquoi une semblable inflammation n'a lieu, que lorsqu'il se trouve quelque cavité remplie d'argille grasse, & pourquoi en général cela n'arrive que dans les mines argilleuses ? Du moins crois-je avoir beaucoup plus de raison de supposer, qu'il y a dans l'argille une matiere combustible grasse déliée, que n'en ont de le nier ceux qui soutiennent le contraire. Il suffit que j'ai une conviction entiere, *que l'acide vitriolique se charge sous terre de parties combustibles déliées, qu'il s'éleve avec elle comme une vapeur, qu'il circule dans les cavités des mines, & qu'à la fin il peut se montrer sous une forme visible, soit en souffre tout formé, soit en une matrice qui y est propre, de figure différente, & formant un composé minéral avec d'autres corps.*

Nous voyons en même tems que l'odeur de semblables mêlanges sulphureux peut varier, suivant la nature des corps étrangers, qui s'y trouvent mêlés, comme nous l'avons fait voir à l'égard de diverses sources salées, & de l'odeur de foye de souffre que leurs argilles rendent ; odeur qui est causée par les coquillages de moules, d'écrevisses, & d'autres choses qui tiennent des terres alcalines ; tout comme nous voyons que la mêlange de l'huile de vitriol, avec une huile de terebenthine rend, pendant la digestion, une odeur qui ressemble tout à fait à celle de notre terre.

Qui

Qui pourroit donc, après tout ce qui vient d'être rapporté, trouver étrange que je sois dans la pensée; *que dans notre terre l'acide vitriolique se trouve joint avec une matiere combustible déliée prise de l'argille, & que par là il acquiert la disposition à devenir un véritable souffre, auquel il ne manque, pour exister d'une maniere visible, que d'être séparé de cette terre argilleuse qui lui sert de matrice; enfin, que c'est de là que vient l'odeur particuliere de cette terre, qui lui est commune avec le souffre produit au moyen de l'acide grossier du vitriol, & d'une substance artificielle, grasse, huileuse, & déliée.*

Je ne voudrois pourtant pas contester, que le souffre qui se trouve dans notre terre n'ait pu être uniquement l'effet d'une eau sulfureuse qui s'y sera répanduë; mais je n'ai pu rien observer dans toute cette contrée, qui fut propre à confirmer ce soupçon.



RECHERCHES CHYMIQUES SUR LA TERRE DE BEUTHNITZ.

PAR M. BRANDES.

Quelque mystère que la Nature affecte dans les opérations souterraines, quelque soin qu'elle prenne de dérober son Laboratoire à nos regards; elle nous en laisse pourtant assez voir, pour avoir lieu d'admirer la richesse & la profusion qu'elle a répandue dans les genres presque innombrables, & infiniment variés, qui composent le Régne minéral.

Les Amateurs de l'Histoire naturelle ne manqueront jamais de matieres propres à exercer leur curiosité; & cette curiosité ne manquera jamais d'aliment. Quoi de plus propre à l'exciter & à l'enflammer de plus en plus, que tant d'objets nouveaux & inattendus qui, presque à tous momens, se présentent aux yeux du Physicien!

Cependant ces découvertes si utiles & si intéressantes, qui enrichissent tant l'Histoire naturelle, doivent nécessairement influer sur les Systèmes minéralogiques que les modernes ont bâti; c'est pourquoi il ne faut point être surpris, qu'elles les fassent quelquefois tomber en ruine, ou du moins y produisent des changemens considérables. Je pourrois le prouver par un grand nombre d'exemples; mais je me borne, pour cette fois, à l'examen d'une Terre de *Tarnowitz*, dont M. *Lehmann* a donné la description à l'Académie (*), qui a l'odeur du camphre, & qui est très remarquable par les phénomenes singuliers que l'on y découvre en l'exposant aux épreuves de la Chymie.

Dans

(*) Voyez le Mémoire précédent.

Dans des Mémoires qui ſuivront celui-ci, je tâcherai d'établir la même vérité par la recherche d'autres ſortes de terres, qui ne ſont pas encore trop bien connues. Pour rendre, en même tems, quelque ſervice à l'Hiſtoire Naturelle de la Patrie, je m'attache aujourdhui à une terre martiale, de couleur bleue, qui ſe trouve dans des lieux ſujets à la Domination Pruſſienne, & que l'on n'a pas encore aſſez examinée.

A' parler en général, on n'a pas connu jusqu'ici pluſieurs ſortes de terres bleues : & *Beccher* avec *Henkel* ſont les premiers qui en faſſent mention. Le premier dit (a) „ *in Thuringia eruitur coerulea terra.* „ Le ſecond nous aprend (b) qu'on la trouve entre *Schneeberg* & *Eibenſtock*, près de la ſurface de la terre ; (ce qu'on apelle en Allemand, *faſt zu Tage aus.*) Il ajoute que pour l'ordinaire elle eſt d'un gris bleuâtre, mais ſouvent auſſi d'un beau bleu celeſte, ou azuré ; qu'elle ne contient aucun cuivre, mais qu'elle eſt ferrugineuſe, fort legère & inſipide, & qu'étant diſtillée dans la cornue, elle donne un liquide, dont l'odeur tire ſur l'eſprit d'urine. *Ludwig* (c) dit la même choſe de la terre bleue d'*Eckartsberg :* & c'eſt la même ſorte, dont *Beccher* dit, dans le paſſage que je viens de citer, qu'on la trouve en *Thuringe*, & dont M. *Springsfeld* a traité dans une Diſſertation particuliere, inſérée dans les *Actes des Curieux de la Nature* pour l'Année 1754. & traduite par M. *Juſti* (d). *Wallerius* touche en peu de mots la terre bleue que *Henckel* a décrite (e) : mais les Minéralogiſtes qui ont écrit après lui, ne font aucune mention de cette terre, quoique devenue aſſez commune de nos jours ; puisque, ſans parler d'autres pays, on la trouve dans les Etats Pruſſiens, & nommément en Sileſie, en trois en-

(a) in *Phyſica Subterranea*, Edit. Lipſ. 1703. p. 471.

(b) in *Actis Phyſico-Medicis Acad. N. C.* Vol. 5. de anno 1740. p. 325. *und in kleinen mineral. Schrifften.* p. 307. 531. 575.

(c) in *Deſcriptione Terrar. Muſæi Regii Dreſdenſis.* p. 93.

(d) *Neue Wahrheiten, 10tes Stück.* p. 464.

(e) in *Mineralogia* p. 343.

endroits différents ; ſavoir, 1. dans la Seigneurie de *Drachenberg*, ſituée dans la baſſe Sileſie, & appartenant à la Maiſon des Comtes de *Reder*, 2. dans la haute Sileſie, à deux miles de *Creutzburg*, près de la fonderie qui y eſt établie depuis peu : on l'y découvre immédiatement ſous la croûte ſupérieure de la terre, couchée dans des dépôts entièrement détachés de la veine ordinaire, & le blanc eſt la premiere couleur que l'on y remarque, 3. dans le Duché de *Croſſen*, dans le territoire de *Beuthnitz*, près de la Ville de ce nom, & environ à cinq quarts de mille de la Capitale de ce Duché, dans une contrée remplie d'eaux pour la plûpart marécageuſes. Elle eſt diſtribuée en couches, qui occupent environ 3 jusqu'à 4 pieds ſous la croûte. La couleur, (autant qu'on l'a pû obſerver jusqu'ici,) eſt d'abord d'un bleu cendré, qui ne s'éclaircit que peu à peu ; ſeul changement qu'elle recoive de l'air : au reſte elle eſt mêlée de beaucoup de parties hétérogenes, tant animales que végétales, & ſi l'on veut l'avoir pure, il faut la leſſiver.

Une once de cette terre leſſivée, lorsqu'on la leſſive une ſeconde fois, ne donne même qu'un peu au delà de deux dragmes d'un bleu fin, dont on peut ſe ſervir pour colorer, (*gute farb Erde.*) Le reſtant, qui peſe à peu près ſix dragmes, conſiſte en parties végétales, de couleur griſe.

Comme les épreuves, faites en petit ſur ces trois ſortes de terre, ont produit à peu prés, les mêmes phénomenes, je ne me ſuis pas contenté de les répéter en grand ſur la terre de *Beuthnitz*, dont j'étois le plus abondamment pourvû ; je les ai auſſi continuées, & c'eſt par là que je me trouve en état de fournir à l'Académie la deſcription exacte d'une, au moins, de ces trois ſortes de terre.

Quant à ſes qualités extérieures, elle eſt fort légere, un peu rude à toucher, teint les doigts, attire l'eau, & frottée ſur le cuivre jaune ou ſur le cuivre ordinaire, ne polit ni l'un ni l'autre. Je viens aux expériences auxquelles je l'ai aſſujettie.

I. Ex-

I Expérience. Deux dragmes de la terre de *Beüthnitz* mises dans une digestion fort chaude avec une quantité suffisante d'eau distillée, se présentent sous une couleur bleue, tant que le mêlange subsiste; mais quelque tems après, la terre s'étant affaissée, il ne reste à l'eau ni goût ni couleur. Pour connoitre avec sûreté, si cette terre n'avoit point caché quelques parties salines, qui se seroient ensuite extraites & dissoutes dans la digestion avec l'eau distillée, j'y fis tomber quelques gouttes d'une solution d'argent dissous dans l'acide du nitre; pour voir si rien ne se précipiteroit, & s'il ne se formeroit pas une lune cornuë: cela arriva en effet après la mixtion: le mêlange se convertit en lait, & peu à peu l'argent fut précipité en forme de chaux blanche, ou de lune cornuë.

II Expérience. Une once de cette terre, distillée à plein feu dans une cornuë de verre, donna environ huit scrupules d'une liqueur empyreumatique & volatile, où surnageoient quelques gouttes d'huile empyreumatique. Cette liqueur, étant mêlée avec des acides quelconques, il se fait une effervescence, qui montre qu'elle est de la nature alcaline: la terre qui restoit étoit d'un noir grisâtre foncé: elle pesoit une demi once quatre scrupules; mais l'ayant, pendant plus de deux heures, calcinée sous une mouffle exposée à un feu véhément; elle se gonfla un peu, & sa couleur se changea en un beau rouge clair; cependant cette calcination violente lui fit perdre deux scrupules de son poids: au reste elle avoit toutes les propriétés d'un saffran de Mars très subtil. Comme je ne pouvois guères espérer de parvenir par la méthode précedente à résoudre cette terre en ses parties constitutives, il s'agissoit de voir les phénomenes qu'elle produiroit, lorsqu'elle seroit mêlée avec différentes sortes de sels.

III Expérience. Je pris, dans cette vuë, deux dragmes de la terre, & une demi once de sel ammoniac épuré: les broyant bien ensemble, je ne remarquai aucune odeur pendant cette opération. De là je conclus, que, puisque cette terre ne dégageoit pas les parties urineuses du sel ammoniac, il falloit qu'elle ne contînt pas une grande

 quan-

quantité de terre alcaline, ou du moins pas une terre alcaline fort grossiere : mais ce mêlange ayant été distillé dans une phiole, & la substance empyreumatique ayant été séparée de la terre, non seulement la liqueur provenue de cette distillation répandoit une odeur plus volatile que dans l'Expérience No. 2. mais encore le sel ammoniac se sublima en couleur d'orange, & le résidu étoit d'un brun rougeâtre: j'ajoûtai de nouveau du sel ammoniac à ce résidu, afin d'en tirer par ce moyen toute la substance colorifique : après quoi ce second résidu prit une couleur grise tirant sur le noir, & ayant été dûement lessivé & séché, il conservoit le poids d'une dragme.

IV Expérience. Ayant mêlé deux dragmes de notre terre avec deux dragmes de Mercure sublimé corrosif, je trouvai un sublimé de couleur grise, & une bonne partie du Mercure révivifiée pendant l'opération, vû que l'acide du sel s'attachant à la terre martiale en fut absorbé: dans la partie inférieure du sublimé gris se manifesta une couleur cinnaberine, ce qui me fit penser que cette terre pourroit bien renfermer du souffre.

V Expérience. Je mêlai deux dragmes de ma terre avec autant d'arsenic blanc, crystallin, très pur ; & ayant sublimé ce mêlange par un feu égal & modéré, je n'obtins qu'un sublimé noir, semblable à l'arsenic noir, (*Füegenstein*) ce qui provenoit des parties inflammables que la terre contenoit, & qui en même tems envelopoient & rendoient invisibles le peu de parties sulphureuses qui pouvoient s'y trouver. Cependant le reste de l'arsenic qui se sublima à la fin, eut une couleur crystalline blanchâtre, & la terre restante, ayant été bien calcinée, prit une couleur rouge-brunâtre, & ne pesa que 68 grains : tandis qu'au contraire la terre restante de la sublimation instituée avec le Mercure sublimé corrosif, étoit de couleur grise noirâtre, & pesoit 4 scrupules.

VI Expérience. Deux dragmes de notre terre, mêlées avec six dragmes de sel commun desséché, & distillées à grand feu dans une cornue de verre, donnerent à peu près une dragme d'une liqueur aci-

acide empyreumatique : au col de la cornue, & même au récipient s'étoit attaché un sublimé d'un rouge clair ; ce qui prouve que dans cette distillation les parties ferrugineuses subtiles ont été volatilisées & sublimées. Le résidu, dont le feu le plus violent ne pouvoit plus rien élever par la distillation, étant réfroidi, pesa six dragmes & demie. La liqueur obtenue par cette distillation, mêlée avec de l'huile de tartre faite par défaillance, devint trouble, & ayant reposé durant quelque tems, le mêlange parut de couleur de perle foncée : mais lorsque je mêlai cette liqueur avec de l'argent dissous dans l'acide du nitre, le melange fut d'abord lactéfié, & l'argent cornuifié ; preuve certaine que la distillation a séparé des parties de l'acide de sel commun, qui seulement ont été infectées par les parties empyreumatiques cachées dans notre terre. N'ayant pas une quantité suffisante de cette terre, je ne pouvois pas l'éprouver par la distillation avec un mêlange de nitre. Cependant il n'est pas à douter qu'elle n'eut dégagé l'acide de ce sel moyen, comme nous l'avons vû dégager celui du sel commun.

Je commençai ainsi l'examen de cette terre en la mêlant avec les acides, & avec toutes autres sortes de dissolvans connus.

VII Expérience. Deux dragmes de cette terre, étant mêlées avec une demi once de l'acide de vitriol concentré, (délayé dans deux onces d'eau distillée,) ne montrerent presque aucune effervescence ; ce qui n'empêche pas, que par une douce digestion il ne s'en fasse une solution considérable, qui a la couleur d'un brun rougeâtre.

VIII Expérience. Une once d'acide de nitre, versée sur deux dragmes de cette terre, y produit d'abord une forte effervescence ; & la dissout presque entierement : la solution paroit d'un jaune rougeâtre foncé ; la terre résidue, étant desséchée, ne pese que quelques grains, & a la couleur d'un brun jaunâtre.

IX Expérience. Le contraire arrive lorsqu'on verse une once d'acide de sel très pur sur deux dragmes de terre : l'effervescence

n'eſt pas conſidérable, & l'acide paroit d'abord n'avoir aucun effet ſur la terre ; mais le mêlange étant duëment digéré, il ſe fait une ſolution d'un brun foncé, tirant ſur le jaune : & la couleur bleue, naturelle à cette terre, ſe change en une couleur d'olive, déſagréable à la vuë. Après avoir décanté la ſolution, & ſéché la terre, celle-ci peſe encore une demi dragme.

X Expérience. Une once d'eau régale, compoſée de huit parties d'acide de nitre & d'une partie de ſel ammoniac épuré, étant mêlée avec deux dragmes de notre terre, produit une forte efferveſcence, diſſout d'abord le mêlange presque tout entier, & ſon effet eſt plus grand que celui de l'acide du nitre tout ſeul. La ſolution eſt de couleur jaune, agréable à la vûe, & ſemblable à une teinture de ſaffran: enfin elle ne laiſſe que très peu de réſidu.

Il s'agiſſoit maintenant de voir, ſi l'acide animal, & végétal, attaqueroient cette terre, & en extrairoient quelque choſe. Dans cette vûe je fis les expériences ſuivantes.

XI Expérience. Je mêlai une dragme de terre avec une once d'acide de fourmis : cette mixtion ne produiſit point d'efferveſcence : lorsque je l'eus digérée, la ſolution fut très foible: d'où il arriva, que la couleur, tant de la terre que de l'acide même, ne ſouffrit que très peu d'altération.

XII Expérience. Une dragme de terre étant mêlée avec une once de vinaigre diſtillé, l'efferveſcence ne fut que très peu conſidérable : l'acide végétal ne ſe colora point : ce ne fut qu'après une digeſtion de quelques ſemaines que la ſolution devint d'un beau jaune rougeâtre, produit ſans contredit par les parties impures & inflammables, que la terre récéloit encore : ce qui ſe confirmoit par une autre circonſtance ; c'eſt que le réſidu de la terre, ne ſouffrit qu'un léger changement de couleur, & que plûtot, après avoir été edulcoré & ſéché, il parut orné d'un bleu clair, couleur beaucoup plus agréable que n'eſt celle dont la terre eſt revêtue dans ſon état naturel :

rel : & qu'outre cela il y eut très peu de diminution, le tout pesant encore 55 grains.

XIII Expérience Pour voir ce que produiroit l'alcali urineux, ou volatil, je mêlai une dragme de ma terre avec une once d'esprit de sel ammoniac préparé avec de la chaux vive : il n'en résulta aucune effervescence. Cet esprit volatil ne changea sa couleur blanche, qu'après une digestion de huit jours : ce n'est qu'au bout de ce tems qu'il devint d'un janue mourant : la terre prit alors une couleur grise tirant sur le jaune, c'est à dire une couleur d'olive. Il n'y eut que peu de diminution, ainsi que dans l'Expérience précédente, vû que le résidu de la terre, étant édulcoré & seché, pesoit encore 54 grains.

Il falloit maintenant considérer les phénomenes qui naîtroient du mêlange de cette solution avec d'autres dissolvans, & avec des solutions métalliques, sur-tout avec le zinc rendu très pur par la distillation, & de voir quelle seroit la nature de leurs précipités. Des raisons particulieres m'engagent ici a rétrograder jusqu'à ma VII. Expérience, en commençant de l'Expérience précédente.

XIV Expérience. L'extraction de cette terre, faite avec l'alcali volatil, ou avec l'esprit de sel ammoniac préparé avec de la chaux vive, telle qu'elle est décrite dans la XIII. Expérience, & mêlée avec une lessive alcaline phlogistique, devint trouble, mais le mêlange ne devint, ni bleu, ni verdâtre. Tout ce que j'y remarquai, ce fut une odeur vineuse, très agréable, pareille à celle que donne la liqueur anodyne minérale.

XV Expérience. Lorsque je mêlai la même extraction (faite avec l'esprit de sel ammoniac) avec l'acide de vitriol, je remarquai la même odeur que ci-dessus, ce qui est un phénomene bien remarquable: Mais comme il ne résultoit ni de l'un ni de l'autre un précipité fort considérable, je ne pris pas la peine de le séparer.

XVI Expérience. L'extraction de cette terre préparée avec du vinaigre distillé, mêlée avec la lessive alcaline phlogistique, pro-

duisit une couleur bleue effacée, & desagréable à la vûe ; provenant sans doute des parties végétales empyreumatiques qui entroient dans cette extraction.

XVII Expérience. L'extraction de cette terre, préparée par l'acide de fourmis, mêlée avec la lessive alcaline phlogistique, devint d'un beau verdâtre ; cependant elle se précipita fort peu ; parce que les parties martiales qu'elle contenoit étoient en fort petite quantité.

XVIII Expérience. Cette terre étant dissoute dans l'eau régale, & la solution mêlée avec la lessive alcaline phlogistique, elle parut d'abord de couleur verdâtre, à laquelle succèda un beau bleu. Mais étant saoulée de la lessive, on y vit une couleur violette très laide.

XIX Expérience. Cette terre étant dissoute dans l'acide du sel commun, & la solution délayée dans l'eau distillée, lorsqu'on y mit du zinc distillé, ce dernier commença d'abord à se résoudre, ce qui pourtant ne dura pas longtems : après quoi il n'étoit pas possible d'en dissoudre d'avantage, pas même par une digestion continue. Le fer ne se précipita point sous une forme métallique, comme il le fait ordinairement ; il devint au contraire jaune, & précipita peu à peu une petite quantité d'ocre.

XX Expérience. La même solution de terre, produite par l'acide du sel, étant mêlée avec une lessive alcaline phlogistique, on n'y vit paroitre, ni la couleur verte, ni la couleur bleue, mais un jaune très déplaisant. Après qu'on y eut versé une solution d'alun, le mêlange se précipita en couleur d'olive.

XXI Expérience. La solution de ma terre préparée avec l'acide du nitre, & délayée dans l'eau distillée, dès qu'on y mit du zinc purifié par la distillation, commença à résoudre le zinc, mais cessa bientôt après, quoiqu'entretenue dans une digestion très forte : de plus elle devint trouble, & prit une couleur d'ocre. Ce mêlange ayant reposé pendant 15 jours dans un air tempéré, on trouva attachés au fond des crystaux couleur de perle ou d'eau marine, dont la figure

étoit

étoit prismatique, semblable a celle du nitre régeneré ; la liqueur qui les couvroit n'étoit point trouble, & d'un brun foncé.

XXII Expérience. La même solution de terre (préparée avec l'acide du nitre) mêlée avec la lessive alcaline phlogistique, prit d'abord une couleur verdâtre, ensuite une couleur bleue, mais très désagréable : cependant aprés, y avoir ajoûté un peu d'alun (dissous dans l'eau distillée,) la couleur bleue s'éclaircit, & le précipité fut passable.

On voit par toutes les expériences que je viens de proposer, que ni l'eau régale, ni l'acide du nitre, ni l'acide du sel, ne sont les dissolvans propres à obtenir une belle couleur bleue. Il en est tout autrement de l'acide du vitriol, comme on va voir par les Expériences suivantes.

XXIII Expérience. Ayant mêlé la solution de ma terre, préparée par l'acide du vitriol, avec la lessive alcaline phlogistique, il en résulta dans un instant la plus belle couleur bleue : en y versant une plus grande quantité de cette lessive, l'écume se colora d'un beau violet ; mais qui dans le même moment se rechangea en bleu.

Par là je fus tenté d'essayer s'il ne seroit pas possible de produire artificiellement une sélénite bleue ou violette ; pendant que la nature abandonnée à elle même nous le présente sous la forme d'un spath fusible de couleur d'amèthyste ou de saphir. Dans cette vuë je fis l'Expérience que l'on va voir.

XXIV Expérience. Je repris la solution de terre dans l'acide du vitriol : j'y mêlai une portion de lessive alcaline phlogistique, mais qui n'étoit pas suffisante pour la saouler. Je fis tomber ce mêlange, goutte à goutte dans une solution de craye préparée avec l'acide du nitre : chaque goutte qui y tomba la teignit d'un beau verd ; mais ce verd, dans un moment, redevint un bleu fort clair : pendant cette opération il se précipita insensiblement un peu de sélenite, mais dont la couleur, après qu'on l'eut édulcorée & séchée, se réduisit à un blanc bleuâtre.

XXV

XXV Expérience. Enfin je versai sur la même solution de ma terre, préparée par l'acide vitriolique, autant de lessive alcaline phlogistique qu'il en falloit à peu près pour en saouler à la moitié : j'y versai de plus une certaine quantité d'alun dissous dans l'eau distillée. Cela ne produisit presque aucun changement de couleur ; mais ayant achevé de saouler ce mêlange par le moyen de ma lessive, & l'ayant transvasé à plusieurs reprises & fort vite d'un verre dans l'autre, je vis paroitre un verd céladon d'une grande beauté, qui non seulement éclata dans le verre, mais aussi colora le papier blanc. Cependant, après y avoir versé une plus grande quantité de lessive, & en avoir, pour ainsi dire, surchargé mon mêlange, cette couleur disparut : & je vis se précipiter un beau bleu foncé.

Quant à ce phénomene du verd céladon, je ne sache pas qu'il paroisse ailleurs que dans la tractation du zinc avec le nitre, & dans la magnésie calcinée avec le sel du nitre : & dans l'un & l'autre de ces deux cas, il disparoit tout aussi vite, que nous le voyons disparoitre dans l'Expérience présente. Cependant cet accident m'a fourni des moyens d'employer avantageusement cette couleur bleue, qui au fond est un vrai bleu céleste de *Berlin*, de l'employer, dis-je, pour la teinture avec plus de succès que n'en procure la méthode de M. *Macquer* : & je réserve à une autre occasion d'en rendre compte à l'Académie, & d'entrer dans de plus grands détails sur ce sujet.

Je voulus encore voir quelle espece de sélénite produiroit cette même solution mêlée avec une solution de craye, & s'il falloit chercher, dans une substance impregnée de fer, le fondement du spath jaune-brunâtre, à laquelle classe on peut aussi réduire la pierre ferrugineux de couleur d'isabelle. Dans cette intention, je procédai comme il suit.

XXVI Expérience. Je mêlai une partie de craye dissoute dans l'acide du nitre avec deux parties d'eau distillée : j'y ajoûtai ma solution de terre dont j'ai parlé (*Expériences XXIII. XXIV. XXV.*) aussi-tôt il se précipita une belle sélénite ; mais elle n'étoit pas jaune,

au

au contraire d'un blanc éclatant. C'eſt ce qui confirme cette vérité, qu'après le phlogiſton il n'y a rien où l'acide du vitriol, allié avec quelque corps que ce ſoit, aime tant à s'attacher qu'à la terre alcaline.

Il ne me reſte que les Expériences qui doivent déveloper les phénomenes que produit notre terre expoſée à un feu de fuſion.

XXVII Expérience. Je prends de cette terre, telle quelle eſt dans ſon état naturel, le poids d'une dragme, avec trois dragmes de ſable de *Freyenwalde* : j'y ajoûte une demi-once de ſel de tartre : ce mêlange expoſé a un feu de fonte, ſe convertit au bout de trois heures en un beau verre, mais de couleur jaune brunâtre très foncée.

XXVIII Expérience. Je prens de cette terre calcinée le poids d'une dragme, avec trois dragmes de ſable de *Freyenwalde* & une demi-once de ſel de tartre : je procéde comme ci-deſſus. Il en réſulte un verre jaune brunâtre, mais un peu moins foncé que ci-devant.

XXIX Expérience. Je prens de ma terre calcinée le poids d'une dragme avec trois dragmes de ſable, j'y ajoûte le poids d'une dragme d'une ſélenite préparée, qu'on déterre à *Gros-Schirma* près de *Freyberg*, dans la mine qui porte le nom du Prince Electoral *Frédéric Auguſte* : j'y ajoûte de plus du ſel de tartre, le poids de cinq dragmes. Le même feu de fonte convertit ce mêlange en un verre jaune verdâtre.

XXX Expérience. Je prens deux dragmes de terre naturelle, en y ajoûtant une quantité ſuffiſante d'huile d'olive, j'en forme une pâte ; & après l'avoir calcinée, durant trois heures, dans un creuſet expoſé à un feu très violent, je la trouve quelque peu métallifiée.

XXXI Expérience. Je prens deux dragmes de ma terre calcinée, avec 4 dragmes de nitre pur, j'y ajoûte deux dragmes de tartre rouge pulvériſé, item de la ſélénite dont j'ai parlé ci-deſſous (*Exp. XXIX.*) le poids de deux ſcrupules, & autant de pouſſiere de char-

charbon. Je mêle le tout avec ſoin ; je le mets dans un creuſet conique (*Tutte*,) je couvre le mêlange de ſel commun deſſéché : au bout d'une heure & demie le tout eſt bien fondu : mais on n'y voit que des feuilles métalliques très minces, attachées aux parois du creuſet.

Cela vient apparement de ce que la terre ne contient pas beaucoup de fer, & que par conſéquent le peu qu'elle contient ne peut pas s'amaſſer en forme de régule.

Les Expériences que l'on vient de lire nous ont fait voir ;

1. Que la terre de *Beuthnitz* eſt miſe en efferveſcence par les acides.

2. Qu'elle ſe durcit un peu dans le feu.

3. Que par le moyen de la leſſive alcaline phlogiſtique, on en obtient une couleur bleue.

4. Qu'à l'aide de l'aimant, on y découvre du fer : lequel

5. Peut auſſi en être ſéparé par le moyen du zinc, quoique ſeulement ſous la forme d'une ocre ſubtile.

6. Que par la diſtillation on en tire un eſprit empyreumatique.

7. Qu'on la tire de lieux ſitués près de la ſurface de la terre, de deſſous la croûte ſupérieure.

Cela étant, il ne reſte point de doute que cette terre ne ſoit compoſée, 1. d'une argille alcaline ; 2. de parties métalliques ferrugineuſes ; 3. de parties végetales & animales étroitement unies. D'où il s'enſuit quelle n'eſt pas terre ſimple, mais terre mixte, & qu'on a raiſon de la rapporter à un des genres de ce qu'on appelle *Humus*. Elle n'eſt pourtant pas du genre qui porte communément ce nom, mais paroit en quelque façon être plus voiſine du genre des tourbes, vû que par la diſtillation on en tire une huile, qui a toute l'odeur de l'huile de terre.

Il reſte ici une queſtion très importante à réſoudre : c'eſt de ſavoir d'ou vient l'origine de la couleur bleue dans ce *Humus* ? Les *Mélan-*

langes littéraires de Leipzig (*) font mention de la tourbe bleue de *Darg* ou *Dary*; & je puis assurer, tant d'après mes propres observations que d'après celle d'autres savans Minéralogistes, qu'on n'a trouvé jusqu'ici des terres bleues de l'espece décrite, que dans des endroits marècageux, desséchés, & remplis de tourbes. M. *Lehmann* en particulier observa dans son dernier voyage en Silésie, que la fonderie de *Creutzbourg*, aux environs de laquelle on trouve cette terre, étoit entourée de marais & de païs desséchés à une distance de quelques lieuës. Il a fait la même remarque au sujet du païs de *Drachenberg*.

Ajoûtons que, lorsqu'on creusa, il y a 4 ans, un fossé profond derrière un endroit nommé *Klein-Mutz* dans le voisinage de *Zehdenick*, on trouva des veines quoique très foibles de cette terre; & ces endroits, comme l'on sait, sont situés au milieu des marais.

Il est bien vrai que l'on trouve à *Harthau* près de *Chemnitz*, de même qu'à *Fers*, & dans plusieurs autres endroits de la Saxe, des argilles, tant d'un bleu foncé que d'un bleu clair; cependant ces especes d'argilles ne ressembloient à notre terre, ni exactement par la couleur, ni par les élémens dont elles sont composées; elles appartiennent plûtôt a la classe des argiles impures & mixtes; il est connu que ces dernieres, & surtout celles que l'on trouve dans les mines, à côté des veines métalliques, (*Bestegnüss*), sont souvent d'un gris foncé, d'un bleu grisâtre, ou bigarrées de toutes sortes de couleurs.

La terre blèue d'*Eibenstock* merite plus d'attention, vû qu'on la trouve tantôt molle, tantôt durcie, & qu'elle se distingue encore par la beauté du bleu dont elle est revêtue: on peut lui associer à cet égard une terre bleue de Saxe, qu'on apelle la miraculeuse (*terra miraculosa Saxoniæ.*)

Il se pourroit fort bien que ces deux sortes de terre fussent le résultat d'un mêlange de la terre (que nous avons décrite dans ce Mémoi-

(*) *Leipziger Sammlungen*, *40tes Stück*, p. 368.

moire) avec d'autres ſortes: comme par exemple avec une argille très fine, ou avec la terre calcaire, &c. C'eſt ainſi que, par l'alliage de la pierre à plâtre avec des terres bigarrées, l'on contrefait ce marbre bigarré qui eſt d'une ſi grande beauté.

Cependant, comme ce ne ſont que des conjectures peu déciſives, je m'en rapporte plutôt à ce changement remarquable que ſouffrent la couleur blanche d'ailleurs très pure de la lune cornuë, & les fleurs du zinc, lorſqu'on les prépare avec l'acide du ſel; changement qui conſiſte en ce que ces corps, expoſés en plein air, contractent dans toutes leurs ſurfaces, que l'air peut toucher, une rouille de bleu violet.

Je laiſſe à décider aux Curieux, ſi la cauſe qui produit ce phénomene n'eſt pas la même qui agit ſur la plûpart des terres bleues, & ſi cette cauſe n'eſt pas ſuffiſament connue par ma premiere Expérience.



RECHER-

RECHERCHES
SUR LA CAUSE PHYSIQUE DE L'ELECTRICITE'.

PAR M. EULER LE FILS.

Depuis que j'ai donné mon explication de l'Electricité, que l'Académie Impériale de Petersbourg a bien voulu couronner du Prix proposé pour cette question, on a découvert plusieurs nouveaux phénomenes électriques, qui sembloient renverser ma Théorie. M. *Aepinus* ayant mis dans tout son jour la différence entre deux especes de l'electricité, dont l'une porte le nom de positive & l'autre de négative, je suis obligé d'avouër franchement, que je n'ai pas fait assez d'attention à cette différence. Quoique M. *Francklin* & d'autres en ayent déjà parlé assez positivement, je l'ai regardée comme une chose peu essentielle, dès-là sur tout que la plûpart des Auteurs les ont attachées à de certaines especes de corps: conformément auxquels ils ont nommé l'une *électricité vitrée* & l'autre *résineuse*. Cette circonstance m'a porté à croire, que toute la différence dependoit uniquement de la nature des corps, auxquels l'une & l'autre espece d'électricité étoit propre.

Mais, après qu'on a suffisamment prouvé par des expériences, que le même corps est susceptible de l'une & de l'autre espece, & même quelques fois de toutes les deux à la fois dans ses différentes parties, je dois convenir que mon explication en souffre un choc très considérable. Car ayant soutenu qu'un corps n'étoit électrique, qu'entant que l'éther qui y est contenu, étoit plus rare & moins élastique que celui qui se trouve dans les corps voisins; toute la différence dans l'électricité ne sauroit provenir que des divers degrés de rareté de l'éther renfermé dans les corps électriques: ce qui est pour-

tant ouvertement contraire aux expériences qu'on a faites sur l'électricité positive & négative : attendu qu'il en est évident, que la différence ne sauroit être attribuée à une plus grande ou plus petite rareté de l'éther.

Mais, puisque mon explication est fondée sur le défaut d'équilibre dans l'éther, il s'ensuit que les phénomenes de l'électricité doivent se manifester dans un corps, tant lorsque l'éther y est plus dense ou plus élastique, que lorsqu'il y est plus rare & moins élastique que dans les corps environnans; & cette seule remarque nous découvre dabord deux especes de l'électricité, dont l'une sera sans doute celle qu'on nomme positive ; & l'autre celle qu'on nomme négative. Et partant, tant s'en faut que ma Théorie soit renversée par cette double électricité, qu'elle en acquiert quant au fonds plutôt un plus haut degré de probabilité. Cette double électricité est même une suite nécessaire de mon explication, puisque l'éther ne sauroit être raréfié dans un corps, sans qu'il ne soit condensé en d'autres.

Voilà donc le principe de ma Théorie, qui se réduit à cette proposition : *Que les phénomenes de l'électricité sont causés par la force élastique de l'éther, lorsque ce fluide n'est pas en équilibre dans les corps voisins.* C'est à dire, lorsque l'éther renfermé dans les pores des corps n'est pas en équilibre, ou que son élasticité est plus grande ou plus petite dans l'un que dans l'autre ; les efforts qui en résultent pour retablir l'équilibre, produisent les phénomenes de l'électricité : de sorte que la cause de ces phénomenes doit être attribuée à l'inégalité de ressort de l'éther, qui se trouve renfermé dans les corps. Pour établir cette théorie, il faut d'abord faire quelques remarques sur la nature de l'éther, & sur la maniere dont il est renfermé dans les pores des corps ; & ensuite il faut montrer, comment le rétablissement de l'équilibre, lorsque l'elasticité de l'ether est différente en différens corps, est capable de produire les phénomenes de l'electricité.

I. Tous ceux, qui ont entrepris d'expliquer les effets de l'électricité, conviennent que la cause doit être cherchée dans une matiere sub-

ſubtile répandue par tous les corps ; à laquelle ils donnent le nom de matiere électrique. Selon quelques uns, c'eſt une certaine agitation excitée dans cette matiere, qui produit les phénomenes de l'électricité. Or M. *Francklin* en attribue la cauſe à une inégale diſtribution de cette matiere, & prétend qu'un corps devient électrique, lorsque cette matiere s'y trouve ou en trop grande ou trop petite quantité. Il ſuppoſe que dans l'état naturel la matiere électrique eſt également diſperſée par tous les corps, de ſorte que dans cet état chaque corps en contienne une certaine quantité ; donc, ſi par quelque accident cette quantité eſt augmentée ou diminuée, c'eſt alors, ſelon lui, que les corps deviennent électriques. Delà il tire l'origine des deux eſpeces de l'électricité, & croit que celle qu'il nomme poſitive a lieu, lorsque la matiere électrique ſe trouve en trop grande quantité ; pendant que la négative provient d'une diminution de la matiere électrique au deſſous de l'état naturel.

II. On regarde cette derniere circonſtance comme une preuve bien ſolide de la réalité de l'idée, dont M. *Francklin* enviſage la cauſe de l'électricité ; auſſi tant s'en faut-il que je veuille la renverſer, que je me propoſe plutôt de déterminer mieux la nature & les propriétés de cette matiere, qu'il nomme électrique. En effet, comme on ne ſauroit nier l'exiſtence de l'éther, qui remplit tous les pores, que l'air & d'autres matieres plus groſſieres laiſſent vuides, ce ſera une question bien importante, ſi la matiere électrique eſt la même que l'éther, ou ſi elle en eſt différente. Et d'abord il me ſemble, qu'à moins qu'on ne puiſſe prouver une différence bien marquée entre la matiere électrique & l'éther, les régles de la probabilité décideroient toujours pour leur identité. Et quand même on voudroit revoquer en doute l'exiſtence de l'éther, qui me pourroit empêcher d'impoſer ce nom à la matiere électrique ; quoique d'ailleurs les preuves pour l'exiſtence de l'éther ſoient très convainquantes.

III. Cependant quelques uns, qui ne nient pas ouvertement l'exiſtence de l'éther, ſe repréſentent la matiere électrique d'une telle ma-

maniere, qui ne fauroit être accordée avec les propriétés, que les Auteurs attribuent à l'éther. Ils regardent la matiere électrique comme une atmosphère, qui environne les corps : mais tant la violence des effets de l'électricité, que leur rapidité, semble dabord détruire l'idée d'une atmosphère, en quelque agitation qu'on la veuille concevoir. Les phènomenes de l'électricité prouvent plutôt incontestablement, que la matiere subtile qui les produit, doit être douée d'un degré fort éminent d'élasticité : qui ne sauroit être renfermée dans les bornes d'une petite atmosphère. D'ailleurs les étincelles & les éclairs, dont ces phénomenes sont souvent accompagnés, démontrent suffisamment, que leur cause est très étroitement liée avec celle qui produit la lumiere, & qui est certainement beaucoup plus active que tout ce qu'on sauroit comprendre sous l'idée d'une atmosphère.

IV. Je ne m'arrêterai pas à établir l'existence de l'éther, qui n'a été revoquée en doute que par ces Philosophes, qui voudroient bien vuider l'espace des Cieux de toute matiere, de peur que les Planetes & Cometes n'y rencontrassent aucune résistance dans leurs mouvemens. Mais ces mêmes Philosophes étant obligés de remplir l'immense espace du Monde des rayons de la lumiere, qu'ils regardent comme des émanations actuelles des corps lumineux, dardées avec la plus grande vitesse ; au lieu d'un vuide il nous présentent un espace parfaitement rempli d'une matiere agitée du plus impétueux mouvement, qu'on puisse concevoir. Une telle matiere devroit sans doute extrèmement troubler les mouvemens des corps celestes, si une matiere semblable & tranquille étoit capable de leur causer une résistance sensible.

V. Par cette raison jointe à plusieurs autres, que je me dispense d'alléguer ici, je me crois assez autorisé de supposer, tant l'espace immense des Cieux, que tous les pores des corps terrestres, remplis d'une matiere extrèmement subtile & élastique, dans laquelle les rayons de lumiere sont produits par un mouvement de vibration semblable à celui dont on sait que le son est produit dans l'air. C'est mê-

même par la vitesse de la lumiere comparée à celle du son, qu'on est en état de déterminer l'élasticité de l'éther jointe à sa rareté : car si l'éther est *m* fois plus rare, & *n* fois plus élastique, que l'air ordinaire que nous respirons, il faut que le produit de ces deux nombres *m* & *n* soit égal à trois cent soixante mille millions, d'où l'on comprend aisément que l'un & l'autre doit être extrèmement grand.

VI. Or, si tous les pores des corps, & tous les espaces dans lesquels des matieres plus grossieres ne sauroient pénétrer, sont remplis d'éther, à moins que la matiere électrique ne soit la même, on est obligé de remplir les pores de deux matieres différentes, & de leur attribuer des propriétés aussi differentes. Mais il paroit d'abord contraire aux régles d'une bonne Physique de multiplier à son gré les matieres subtiles ; & on devroit avoir prouvé incontestablement, que l'éther lui même ne fut pas absolument capable de produire les phénomenes de l'électricité, avant que d'avoir recours à cet expédient de créer une nouvelle matiere subtile. Mais la violence & la rapidité de ces phénomenes, & principalement la production des étincelles & des éclairs, conviennent plutôt si bien avec la nature de l'éther, qu'il n'y a aucune raison de nous en départir.

VII. Quoique l'éther dans son état naturel ait un degré déterminé d'élasticité, il est pourtant possible de l'augmenter ou de le diminuer. Cela est clair même par la production de la lumiere, qui consiste dans un mouvement de vibration, dont la nature exige absolument différens degrés d'élasticité dans les parties voisines de l'éther ; de plus on ne sauroit se former une juste idée de son élasticité, sans le supposer susceptible d'une plus grande ou plus petite compression. Or il est très naturel qu'en augmentant ou diminuant sa densité, son élasticité en doit recevoir des accroissemens ou décroissemens à peu près proportionnels, tout comme il arrive dans l'air, avec lequel l'éther a du moins cela de commun, que l'un & l'autre est compressible & élastique, quoique l'élasticité de l'éther soit incomparablement

plus grande que celle de l'air, de même que sa densité est incomparablement plus petite.

VIII. L'éther remplissant donc tout l'espace du monde dans lequel les corps celestes achevent leurs mouvemens, il n'y a aucun doute qu'il ne s'insinue dans les plus petits pores de tous les corps, & qu'il ne les remplisse; l'extrème subtilité & élasticité le rend certainement très propre à cet effet. L'air même, étant par rapport à l'éther une matiere très grossiere, ne manquera pas d'en contenir une bonne quantité entre des particules qui lui sont propres; & peut-être est-ce cet éther renfermé, d'où tire son origine l'élasticité de l'air. Peut-être aussi que tous les autres corps à ressort sont redevables de cette qualité à l'éther, qui se trouve renfermé dans leurs pores. Cette explication du ressort de tous les corps est sans contredit la plus naturelle, quoiqu'elle ne mene point à la premiere source, c'est à dire, à la cause de l'élasticité de l'éther même. Mais nous sommes bien obligés dans la Physique de renoncer à la connoissance des premieres causes, aussi bien que dans les autres objets de nos connoissances.

IX. Cependant, quelque subtil que l'éther puisse être, il ne faut pas s'imaginer qu'il pénétre tout à fait librement les pores de tous les corps, ou que sa communication avec l'éther extérieur, ou celui qui se trouve dans les pores des corps voisins, soit entièrement ouverte. Car, si l'éther est la cause de l'élasticité des corps, on comprend aisément que cet effet n'en sauroit résulter, à moins qu'il ne soit bien renfermé dans les pores des corps, & qu'il n'y puisse être comprimé sans se relâcher sur le champ, & se remettre dans son état naturel. Plusieurs expériences sur le vuide, & sur les éclairs que le mercure y jette étant agité, prouvent suffisamment, que l'éther ne trouve pas un passage entièrement libre à travers le verre.

X. Cet article, sur lequel est principalement fondée ma Théorie de l'électricité, mérite que je m'y arrête plus soigneusement. Je regarde ici un barometre lumineux, dont le haut au dessus du mercure

re

re eſt ſans doute occupé par l'éther ; en inclinant le tuyau, que le mercure le rempliſſe tout à fait, l'éther en eſt chaſſé, & s'échapera, ou par le verre, ou dans les pores du mercure, en chaſſant ou comprimant davantage celui qui les occupoit déjà. Maintenant en remettant le tuyau pour reproduire le vuide au deſſus du mercure, il faut que l'éther y retourne, ou de dehors par le verre, ou des pores du mercure même. Or les éclairs qu'on voit ſortir du mercure prouvent ſuffiſamment, que c'eſt du mercure que l'éther ſort, & puisqu'il y eſt ébranlé jusqu'à produire de la lumiere, il eſt clair que ſon mouvement eſt gêné, tout de même que celui d'un air comprimé dans un vaiſſeau, qui eſt obligé de ſortir par de petits trous. Il faut que l'éther échape des pores du mercure avec une grande rapidité, dont il reçoive un mouvement de vibration, tel qu'il faut pour la production de la lumiere : on peut regarder ce phènomene comme analogue au ſifflement que produiroit l'air comprimé en échapant par un petit trou.

XI. Or, ſi l'éther pénétroit tout à fait librement tous les corps, comme pluſieurs Phyſiciens l'ont ſoutenu, ſéduits ſans doute par l'extrème ſubtilité de ce fluide, on ne diſconviendroit pas que ledit phènomene ne ſauroit jamais arriver, puisque l'éther rentreroit dans le vuide dès le premier inſtant, tant par les pores du verre que par ceux du mercure, ſans en ſouffrir la moindre agitation. Ce rétabliſſement ſe feroit auſſi tranquillement que l'air occuperoit les lieux, que les corps abandonnent par leur mouvement, quand même ces lieux ſeroient environnés par des filets. Il faut donc que l'éther ſoit aſſez étroitement renfermé & engagé dans les pores du mercure, puisque ſa grande élaſticité n'eſt pas capable de le répandre dans un inſtant par l'espace vuide de tuyau. Cependant il y échape aſſez promtement, comme les éclairs donnent à connoitre, & l'on voit que le paſſage par les pores du verre doit être beaucoup plus difficile. Il n'eſt donc pas contraire à la nature de l'éther, quand je ſuppoſe, que ce fluide, quelque délié qu'il ſoit, ne traverſe pas librement les corps, & qu'il s'y

 trou-

trouve à cet égard une grande différence; les uns retenant l'éther, qui eſt renfermé dans leurs pores, beaucoup plus que les autres; & peut-être n'y en a-t-il aucun, qui permette à ſon éther une iſſue tout à fait libre, comme il n'y en a point probablement non plus, qui le tienne ſi fort reſſerré qu'il n'en puiſſe pas abſolument échaper.

XII. Ayant établi cette diverſité dans les corps, ſuivant laquelle l'éther s'y trouve plus ou moins reſſerré, je remarque d'abord, que l'air doit être rapporté à cette eſpece qui retient ſon éther très fortement, en ſorte qu'il n'en ſauroit presque point échaper. Car, puisqu'on ne trouve guères de corps dont le reſſort ſoit ſi parfait, ſi l'éther renfermé dans les pores de l'air en eſt la cauſe, il faut qu'il y ſoit fort étroitement engagé, en ſorte qu'il puiſſe être comprimé avec l'air, ſans qu'une partie conſidérable trouve moyen de ſe relâcher. Je ne donne pas cette preuve pour tout à fait convainquante, mais je me flatte qu'on ne fera pas difficulté de m'accorder cette propriété de l'air, quand je montrerai qu'elle eſt abſolument néceſſaire à l'explication des phènomenes de l'électricité. D'ailleurs, quelqu'autre matiere électrique qu'on veuïlle établir, on ſera toujours obligé de la ſuppoſer fort intimément engagée dans les pores de l'air: & quand on ne fait pas difficulté d'accorder cette propriété à une autre matiere, peut-être purement imaginaire, on ne la ſauroit refuſer à l'éther.

XIII. Si l'éther renfermé dans les pores des corps étoit partout doué du même degré d'élaſticité, il ſe trouveroit dans un parfait équilibre, & ne feroit aucun effort de ſortir de l'un pour entrer dans un autre; ce que je nommerai *l'état naturel des corps*, pour le diſtinguer de *l'état électrique*, qui réſulte, lorsque l'élaſticité de l'éther renfermé dans les pores des corps voiſins n'eſt pas la même. On voit bien que le plus ou moins d'attachement de l'éther dans les pores des corps n'a aucune influence ſur l'état naturel, & qu'il en ſeroit de même, ſoit que l'éther y fut entièrement envelopé en ſorte qu'il n'en ſauroit échaper en aucune façon, ou qu'il en pût ſortir tout à fait librement.

Mais

Mais, si tous les pores des corps étoient tout à fait ouverts, l'état électrique ne sauroit jamais avoir lieu, puisqu'à la moindre inégalité dans le ressort de l'éther, dès le premier instant, l'équilibre seroit d'abord rétabli; & si, par quelque cause que ce soit, une considérable inégalité avoit été causée, elle seroit redressée sur le champ par la communication libre de l'éther de toutes parts. L'état électrique seroit également exclus, si les pores des corps étoient tellement bouchés, que toute communication de l'éther seroit coupée.

XIV. De là il est clair, que *l'état électrique* exige deux conditions absolument nécessaires à sa production. L'une est que l'éther renfermé en différens corps s'y trouve à différens degrés d'élasticité, & l'autre que les pores des corps qui contiennent l'éther, ne soient, ni tout à fait ouverts, ni entièrement bouchés. Il y a grande apparence, qu'il n'y a point de corps, qui appartiennent à l'une ou à l'autre de ces deux extremités; & partant tous les corps seront propres à devenir électriques. Il pourroit suffire même, que l'un de deux corps eut ses pores rétrécis pour arrêter son éther, pendant que l'autre auroit ses pores tout à fait ouverts; ce dernier cas semble avoir lieu dans le vuide artificiel qu'on produit par la machine pneumatique; car, ayant retiré tout l'air grossier, il n'y aura que le pur éther qui occupe l'espace. Il en est de même du vuide formé au dessus du mercure dans les barometres & l'on sait que ces especes de vuide fournissent des phènomenes tout à fait particuliers de l'électricité.

XV. Ces deux conditions peuvent produire une varieté infinie dans les phénomenes de l'électricité, selon que la différence entre les degrés d'élasticité de l'éther est plus ou moins grande, & selon que les pores des corps retiennent l'éther plus ou moins. Par rapport au premier article, l'autre demeurant le même, les effets de l'électricité seront d'autant plus violens, que l'inégalité sera plus grande entre les degrés d'élasticité de l'éther: mais par rapport à l'autre article, il n'est pas si facile de prévoir, quelle différence doit produire une plus ou moins

moins libre communication de l'éther renfermé en différens corps. Il faut ici surtout avoir égard à la nature du milieu, qui se trouve entre les deux corps : si c'est un air sec, qui retient fortement l'éther renfermé dans son sein, les phénomenes doivent être bien différens, que si c'est un air humide, puisque l'eau dont il est imbibé est une de ces matieres, qui accordent à l'éther une issuë assez libre.

XVI. Après ces remarques générales, considérons un seul corps placé dans l'air, ou dans un autre milieu quelconque, où l'éther se trouve dans son état naturel. Maintenant ce corps sera électrique, tant lorsque l'éther renfermé dans ses pores aura une plus grande élasticité que la naturelle, que lorsqu'il en aura une plus petite : ces deux cas conduisent d'abord aux deux especes de l'électricité, la positive & la négative. Mais on ne sauroit encore définir laquelle répond à chacun ; les phénomenes de l'un & l'autre cas se ressemblent si fort, qu'il est très difficile d'en conclure, quand l'élasticité de l'éther dans le corps est plus grande ou plus petite que celle de l'éther extérieur. Les diverses opérations, par lesquelles l'électricité est excitée, fourniront les plus surs moyens de nous éclaircir sur ce doute ; car, en examinant bien toutes les circonstances dont chaque opération est accompagnée, il ne sera plus difficile de juger, si l'éther en est comprimé ou rarefié. Mais, puisque cet examen demande des recherches fort compliquées, il sera bon de le renvoyer jusqu'à ce que j'aye consideré les phénomenes plus simples ; & il me sera permis de supposer ici des corps électriques, sans me soucier encore de quelle maniere ils le sont devenus.

XVII. Quoiqu'il en soit, la nature des mots *positif* & *négatif* exige, que nous nommions positivement électriques les corps dans lesquels l'éther est comprimé ou réduit à un plus haut degré d'élasticité, que dans son état naturel ; & je nommerai négativement électriques les corps dans lesquels l'élasticité de l'éther est moindre. Je me crois autorisé à cette détermination par la propre signification des mots ; & quand même M. *Francklin* se seroit servi d'une explication op-

opposée, & qu'il auroit employé les termes de positif & négatif dans une signification contraire, je ne crois pas que son autorité doive prévaloir par la signification naturelle. Tant que nous sommes dans cette incertitude, conservons plutôt la distinction de l'électricité usitée auparavant, en *vitrée* & *résineuse*, sans décider laquelle doit être appellée positive ou négative.

XVIII. Je commence donc par le cas le plus simple, en supposant un corps électrique placé dans un milieu de sorte qu'il n'ait aucune communication avec tout autre corps. Soit que l'éther renfermé dans les pores de ce corps soit plus ou moins élastique que celui du milieu, il faut que l'équilibre soit enfin rétabli, & cela d'autant plus promtement, que les pores tant du corps que du milieu seront plus ouverts pour faciliter davantage la communication : si le corps se trouvoit dans un espace vuide, ou dans l'éther pur, l'équilibre devroit être bientôt rétabli, à moins que les pores du corps ne fussent presque entierement bouchés. Car, puisque tous les pores dans la surface aboutissent dans l'éther libre, l'équilibre s'y remettra bientôt, & de là la communication passera dans l'intérieur du corps ; les phénomenes pourront être fort différens, selon que la communication se fait plus ou moins librement.

XIX. Mais la détermination du mouvement même, qui sera excité dans l'éther, dépend d'un côté d'une parfaite connoissance du mouvement des fluides en général, & en particulier des fluides élastiques, dont nous sommes encore bien éloignés ; d'un autre côté on devroit savoir la figure des pores, leur amplitude, & leur communication : or toutes ces circonstances nous sont si cachées, qu'on ne sauroit jamais espérer d'arriver à leur connoissance. Cependant c'est de là que depend le ressort de l'éther pendant son agitation, & partant la pression que le corps soutient de toutes parts, laquelle n'étant pas égale par tout, le corps lui-même sera sollicité au mouvement : comme nous voyons que cela arrive en effet à la rencontre des corps électriques, qui semblent, tantôt s'attirer, tantôt se repousser mutuellement.

D'où

D'où l'on jugera aisément, que l'explication de ces phénomenes d'attraction & de répulsion est la plus difficile, attendu qu'elle demande les plus sublimes recherches sur le mouvement des fluides, & outre cela une parfaite connoissance de la structure des corps, à laquelle l'esprit humain ne sauroit jamais atteindre.

XX. Cependant je ferai des efforts pour en tirer quelques éclaircissemens, quelques foibles qu'ils puissent être, afin qu'on puisse juger en gros des phénomenes qui en doivent résulter. Dans cette vuë je ferai des hypotheses un peu hardies pour y pouvoir appliquer le calcul : mais j'aurai soin de les approcher de la vérité autant que les circonstances me permettront d'en juger. Je supposerai donc d'abord que l'élasticité de l'éther est proportionelle à sa densité, ce qu'on ne sauroit révoquer en doute vû le petit changement que l'électricité peut produire dans la densité de l'éther. Ensuite j'envisagerai les pores tant des corps que de l'air comme des tuyaux d'une largeur quelconque, par lesquels l'éther se meut librement, & lorsque les corps permettent à l'éther un plus ou moins libre passage, je supposerai ces tuyaux plus ou moins larges. Car il est clair que de tels tuyaux fort étroits répondront aux corps, qui laissent difficilement échaper l'éther qui y est renfermé ; il semble donc, que ces hypotheses ne nous écarteront pas beaucoup de la vérité.

Fig. 1. XXI. Soit donc un tuyau quelconque ABCD, qu'il est permis de concevoir comme droit, puisque la courbure n'influe pas sensiblement sur le mouvement. Soit l'amplitude de ce tuyau en $A = ff$, & à une distance quelconque $AP = x$, l'amplitude du tuyau $PM = yy$, qu'on peut considérer comme une fonction de x ; soit donc $dy = u\,dx$, où la quantité u est aussi une fonction de x. Maintenant, après un tems écoulé quelconque $= t$, soit la densité de l'éther en $AB = \pi$ & en $PM = \phi$, d'où l'élasticité ayant à la densité un rapport donné, qui soit $n : 1$, on aura l'élasticité en $AB = n\pi$ & en $PM = n\phi$. Or l'élasticité est exprimée par une hauteur de for-

ſorte que $n\pi$ & $n\phi$ repréſentent des lignes droites d'une certaine longueur. Soit de plus la viteſſe de l'éther dans la ſection AB $= \omega$, & dans la ſection PM $= v$. Cela poſé, les quantités π & ω ſeront des fonctions du ſeul tems t; or les quantités ϕ & v dépendront tant du tems t, que de l'eſpace AP $= x$, de ſorte que leurs différentiels, entant qu'ils dépendent de cette double variabilité, peuvent être repréſentés en ſorte:

$$d\phi = dt\left(\frac{d\phi}{dt}\right) + dx\left(\frac{d\phi}{dx}\right) \;\&\; dv = dt\left(\frac{dv}{dt}\right) + dx\left(\frac{dv}{dx}\right).$$

XXII. Prenant Pp $= dx$, l'eſpace PMpm ſera $= yydx$, & la denſité de l'éther y étant à préſent $= \phi$, la quantité de l'éther contenu dans cet eſpace élémentaire ſera $= \phi yydx$, & partant toute la quantité de l'éther contenue à préſent dans le tuyau ABPM ſera $= \int \phi yydx$, en regardant ici ϕ comme une fonction de la ſeule variable x: ou bien il faut dans cette intégration prendre le tems t pour conſtant. Mais, après un tems infiniment petit dt, la premiere ſection de l'éther AB paſſera en A'B' étant transportée par l'eſpace AA' $= \omega dt$; & la ſection PM en P'M' par l'eſpace PP' $= v dt$. La portion de l'éther qui occupoit auparavant l'eſpace ABA'B' eſt $= ff\pi\omega dt$, & la portion qui occupe à préſent l'eſpace PMP'M' eſt $= yy\phi v dt$. Or la denſité en PM étant à préſent $= \phi + dt\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$, la quantité d'éther qui occupe à préſent le tuyau ABPM ſera $= \int \phi yydx + dt\int yydx\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$: ajoutons-y la petite portion PMP'M' $= yy\phi v dt$, & retranchons en la petite portion ABA'B' $= ff\pi\omega dt$; & il faut que le reſte ſoit égal à la portion, qui occupoit auparavant le tuyau ABPM, qui eſt $= \int \phi yydx$; d'où nous tirons cette égalité:

$$dt\int yydx\left(\frac{d\phi}{dt}\right) + yy\phi v dt - ff\pi\omega dt = 0.$$

 la-

laquelle étant divisée par dt donne :

$$ff\pi\omega - yy\phi u = \int yy\,dx\left(\frac{d\phi}{dt}\right);$$

où l'intégrale $\int yy\,dx\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$ doit être prise en sorte, qu'on y considére le tems t comme constant.

XXIII. Ensuite, la masse d'éther $PMpm = \phi yy\,dx$ étant pressée par la face $PM = yy$, par l'élasticité de l'éther suivant, qui y est $= n\phi$, & par la face pm par l'élasticité de l'éther précédent, qui est $= n\phi + n\,dx\left(\frac{d\phi}{dx}\right)$, d'où la force motrice pour accélérer le mouvement sera $= -nyy\,dx\left(\frac{d\phi}{dx}\right)$, qui étant divisée par la masse $\phi yy\,dx$ donne la force accélératrice $= -\frac{n}{\phi}\left(\frac{d\phi}{dx}\right)$. Or la masse $PMpm$, ayant à présent la vitesse $= u$, est transportée pendant le tems dt par l'espace $PP' = u\,dt$, sa vitesse sera alors $= u + dt\left(\frac{du}{dt}\right) + u\,dt\left(\frac{du}{dx}\right)$: & partant l'accroissement de la vitesse $= dt\left(\frac{du}{dt}\right) + u\,dt\left(\frac{du}{dx}\right)$, qui doit être égale au produit de la force accélératrice $-\frac{n}{\phi}\left(\frac{d\phi}{dx}\right)$ par le tems dt ; d'où nous tirons cette équation :

$$\left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) = -\frac{n}{\phi}\left(\frac{d\phi}{dx}\right):$$

qui étant jointe à celle que nous avons trouvée auparavant :

$$ff\pi\omega - yy\phi u = \int yy\,dx\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$$

contient toutes les conditions, d'où le mouvement de l'éther doit être déterminé.

XXIV.

XXIV. Mais les bornes de l'Analyse nous arrêtent ici tout court, & l'on ne sauroit résoudre en général les deux équations que nous venons de trouver. L'inégalité du mouvement dès le premier commencement y semble mettre les plus grands obstacles, car aussitôt que nous supposons, que le mouvement soit parvenu à une espece d'uniformité, de sorte que ni la densité ni la vitesse ne varient plus au même endroit, toutes les difficultés évanouissent. Dans cette hypothèse les termes $\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$ & $\left(\frac{du}{dt}\right)$, puisque ϕ & u ne dépendent plus du tems, évanouissent, & nos deux équations deviennent:

$$\text{I. } ff\pi\omega - yy\phi u = 0, \quad \& \quad \text{II. } u\,du = -\frac{n\,d\phi}{\phi},$$

dont la derniere étant duëment intégrée donne

$$n\,l\frac{\phi}{\pi} = \tfrac{1}{2}\omega\omega - \tfrac{1}{2}uu, \quad \& \quad \phi = \pi e^{\frac{\omega\omega - uu}{2n}}$$

laquelle jointe à la premiere servira à déterminer ϕ & u. Or, puisque n est un nombre extrèmement grand, nous aurons à peu près $\phi = \pi\left(1 + \frac{\omega\omega - uu}{2n}\right)$, d'où nous tirons par approximation $\phi = \pi\left(1 - \frac{\omega\omega}{2ny^4}(f^4 - y^4)\right)$. De là nous connoissons que, si $y > f$, l'élasticité en PM est plus grande qu'en AB, or si $y < f$, le contraire arrivera.

XXV. Mais l'équation $\phi = \pi e^{\frac{\omega\omega - uu}{2n}}$ nous donne à connoitre que, là où la vitesse de l'éther est plus grande, son élasticité doit être plus petite, & réciproquement, où l'éther se meut moins rapidement, ou est même en repos, là sera son élasticité la plus grande. Or, quoique cette équation n'ait lieu, que lorsque le mouvement de l'éther est devenu permanent, ce qui n'arrive jamais, les conclu-

 sions,

ſions que je viens d'en tirer, auront auſſi lieu, quand le mouvement approche déjà d'un état de permanence ; & nous les pourrons même regarder comme générales, & appliquer dès les premiers inſtans du mouvement, pourvû que nous nous contentions des énoncés généraux, ſans déterminer le rapport des élaſticités, à l'égard des viteſſes différentes. Auſſi eſt-il aiſé de ſe convaincre en gros de ces concluſions : car, puisque l'élaſticité de l'éther fait des efforts pour le mettre en mouvement, auſſitôt qu'elle parvient à produire ſon effet, puisqu'une partie des efforts y eſt employée ; il faut que l'élaſticité y ſoit diminuée ; de ſorte que plus la viteſſe ſera grande, là doit auſſi être l'élaſticité plus petite.

XXVI. Après cette remarque générale, qui ſera d'une grande importance dans les recherches ſuivantes, retournons à notre corps électrique placé dans l'air. Soit que l'éther dans ce corps ſoit plus ou moins élaſtique que dans l'air, à meſure que l'équilibre ſe rétablira peu à peu, l'électricité diminuera ; ce qui arrivera d'autant plus promtement, plus ſera dégagé l'éther tant dans le corps que dans l'air. Donc, l'air demeurant le même, les corps qui ont leurs pores plus ouverts, perdront leur électricité plus promtement ; & à cette claſſe il faut rapporter l'eau, les métaux, les corps des animaux, &c. Mais les autres corps, qui ont des pores fort étroits, & qui en laiſſent difficilement échaper l'éther, conſerveront leur électricité plus longtems. Pour l'air, dont la conſtitution eſt ſujette à de grands changemens, le même corps y conſerve plus longtems ſon électricité, quand l'air eſt bien ſec ; ce qui fait voir, que dans cet état l'air a ſes pores forts étroits ; mais lorsque l'air eſt humide, où il participe de la nature de l'eau, les parties aqueuſes, dont il eſt mêlé, laiſſant aiſément échaper leur éther, l'électricité des corps s'y doit perdre plus promtement. On jugera auſſi aiſément, que la grandeur du corps y doit beaucoup contribuer ; un petit corps ſera dépouïllé plus vite de ſon électricité qu'un grand, où il y a plus d'éther à être réduit à l'équilibre.

XXVII. Mais la figure des corps entre ici principalement en considération. Car, puisque l'éther sort ou entre par les pores, qui se trouvent dans la surface du corps : où il y a plus de surface par rapport à la même quantité de masse, là aussi la communication de l'éther sera plus grande. Cela arrive dans les angles, & principalement dans les pointes ; & c'est aussi dans ces endroits, où l'on observe, que les effets de l'électricité sont les plus sensibles. Car non seulement y a-t-il un plus grand nombre des pores, qui aboutissent dans une pointe qu'il n'y en auroit, si la pointe étoit coupée ; mais ces pores communiquent aussi avec plusieurs autres, qui sont dans l'intérieur des corps, desorte que dans ces endroits l'éther doit ou sortir ou entrer en plus grande abondance, selon que l'électricité du corps est positive ou négative. Donc, si le corps a plusieurs angles ou pointes, il perdra beaucoup plus vite son électricité, que s'il en étoit privé ; d'où l'on peut conclure qu'un corps sphèrique, dont la surface est bien polie, est le plus propre pour conserver le plus longtems son électricité.

XXVIII. Lorsque l'électricité du corps est si grande, que le mouvement de l'éther, ou pour sortir, ou pour entrer par les pores de la surface, devient fort impétueux, ce qui doit arriver principalement dans les angles & les pointes, l'éther y sera mis dans un mouvement de vibration capable de produire des étincelles & des éclairs, tout de même que l'air, quand il est fort agité, cause un bruit. C'est aussi dans ces endroits, qu'on remarque surtout dans l'obscurité une lumiere, qui est d'autant plus vive, plus le corps est électrique, & plus il a ses pores ouverts. Voilà donc l'explication du principal phénomène, que ce cas nous offre ; car je ne veux pas y rapporter les phénomènes qu'on observe, en approchant un autre corps de ce corps électrique ; puisque je ne considére ici qu'un seul corps placé dans l'air, sans qu'un autre corps y puisse avoir la moindre influence : c'est aussi la raison pourquoi je passe sous silence le sentiment, dont on s'apperçoit en approchant la main ou le visage d'un tel corps électrique.

XXIX. Ayant dévelopé les cas d'un ſeul corps électrique, je m'en vais conſidérer deux corps, qui ſoyent ſi près l'un de l'autre, que l'effet de l'électricité cauſé par l'un s'étende jusqu'à l'autre : car ſi leur éloignement étoit plus grand, il en ſeroit de même par rapport à chacun, comme ſi l'autre n'exiſtoit pas. Ici nous avons pluſieurs cas à examiner, ſelon que l'un ſeulement de ces corps, ou que tous les deux, ſont ſuppoſés électriques ; & ce dernier cas ſe partage encore en deux, ſelon que l'électricité de ces deux corps eſt de la même nature, ou que l'une ſoit poſitive & l'autre négative. Outre cela, tant la nature de chaque corps, entant qu'elle accorde un plus ou moins libre paſſage à l'éther, que le degré d'électricité, ſont capables de varier à l'infini les phénomenes. Je conçois ces deux corps placés dans l'air, ou dans un autre milieu quelconque, où l'éther ſe trouve dans ſon état naturel, par rapport auquel l'éther contenu dans l'un, ou dans tous les deux corps, ſoit plus ou moins élaſtique.

Fig. 2. XXX. Soit premièrement le ſeul corps A électrique, & que l'élaſticité de l'éther y ſoit plus grande que dans l'air, ou bien que ſon électricité ſoit poſitive, & l'autre corps B, où je la ſuppoſe la même que dans l'air. D'abord donc l'éther échapera du corps A, & s'inſinuera dans l'air environnant, qui en acquérant plus d'éther deviendroit électrique, ſi cet accroiſſement n'étoit pas bientôt diſſipé par l'air plus éloigné. Cependant l'air, qui environne le corps A, recevant ſans ceſſe les émanations de l'éther, en contiendra plus que ſon état naturel n'exige, & formera par là autour du corps A une eſpece d'atmoſphère électrique. Maintenant, ſi le corps B recevoit l'éther auſſi difficilement que l'air, il ne changeroit rien dans l'état du corps A ; mais en tirant de l'atmoſphère un peu d'éther, il deviendra tant ſoit peu poſitivement électrique. Or ſi le corps B a ſes pores plus ouverts pour recevoir aiſément l'éther qui coule du corps A vers lui par l'eſpace C, le mouvement de l'éther trouvant moins d'obſtacles à ſe répandre par cet eſpace C, y ſera accéléré, & partant ſon élaſticité diminuée, comme il a été prouvé ci-deſſus.

XXXI.

XXXI. Donc le corps A étant tout autour plus pressé par l'éther, que selon la direction C, il sera poussé vers le corps B : & réciproquement le corps B, autour duquel l'éther est en repos hormis l'espace C, sera aussi moins pressé à cet endroit, & partant poussé vers le corps A; de sorte que ces deux corps sembleront s'attirer mutuellement. Cette attraction sera d'autant plus grande, plus le corps B aura ses pores ouverts, puisque cette circonstance sert à augmenter le mouvement dans l'espace C: mais alors le corps B devenant peu à peu électrique lui-même, & cela aussi positivement, les phénomenes qui en résulteront après, n'appartiennent plus au cas que j'examine ici. Au reste on voit, que plus ces deux corps A & B seront approchés, plus aussi deviendra grande l'agitation de l'éther dans l'intervalle C; & quand elle augmente au point d'exciter un mouvement de vibration, on verra entre les deux corps une lumiere, & puisque l'air participe en même tems de cette agitation, cette lumiere sera accompagnée d'un sifflement: la communication de l'éther se faisant alors très promtement, l'équilibre sera bientôt rétabli, & partant l'électricité éteinte.

XXXII. Ces mêmes phénomenes doivent encore arriver, lorsque le corps A est supposé négativement électrique, pendant que l'autre B demeure non électrique. Alors l'éther répandu dans l'air, ayant un plus grand ressort, s'insinuera dans les pores du corps A, & le mouvement dont il y est porté, formera autour de ce corps une atmosphère négativement électrique. A' cause de ce mouvement l'élasticité de l'éther en C sera moindre qu'au côté opposé du corps B, lequel sera par conséquent poussé vers le corps A. Or le corps B fournira aussi de son éther pour passer dans l'autre A, de sorte qu'à mesure que l'électricité du corps A diminue, l'autre B devient de plus en plus électrique étant dépouillé de son éther. Aux premiers instans que cela arrive, la grande rapidité de l'éther dans l'espace C y fera diminuer son élasticité, & partant les deux corps seront poussés l'un vers l'autre. Dans une trop grande proximité, la rapidité de l'éther éclatera en lumiere, &

pro-

produira les mêmes phénomenes, que dans le cas précédent ; alors aussi toute l'électricité sera bientôt éteinte.

XXXIII. Voyons maintenant ce qui doit arriver, lorsque le corps B est aussi électrique, de la même espece que le corps A, puisque le cas précédent se réduit bientôt à celui-ci. Soit d'abord l'élasticité de l'éther dans ces deux corps plus grande, que dans l'air qui les environne ; ou bien soit leur électricité positive : & il est clair, que si l'électricité de l'un est fort foible à l'égard de l'autre, les mêmes phénomenes en seront produits à peu près que dans le cas précédent, entant que l'éther échapant du plus fort s'insinue dans le plus foible, & y augmente l'électricité. Mais, si l'électricité du corps B est à peu près aussi forte que celle du corps A, les phénomenes doivent devenir bien différens : car, puisque l'éther échape en *a* & *b* avec des forces presque égales & opposées, son mouvement en sera retardé ; il sera donc en C moindre qu'aux autres endroits autour des corps, & partant sa pression ou élasticité y deviendra plus forte. Donc, ces deux corps étant plus pressés en *a* & *b* qu'ailleurs, seront repoussés l'un de l'autre. Aussi en les approchant aucune etincelle ne sera excitée entr'eux, puisque l'un empêche la sortie de l'éther de l'autre ; & si les bords de ces corps sont ailleurs lumineux à cause de l'éther qui s'en échape, cette lumiere paroitra plutôt éteinte aux endroits *a* & *b*.

XXXIV. La même chose doit arriver, lorsque l'élasticité de l'éther est moindre dans tous les deux corps que dans l'air, ou que leur électricité est négative, & à peu près également forte. Car l'éther entre ces deux corps en C étant porté vers l'un & l'autre, son mouvement ne sera pas si rapide dans l'intervalle C, qu'ailleurs autour des corps, & partant son élasticité y étant plus grande, les deux corps seront repoussés l'un de l'autre, tout comme auparavant, & par la même raison il n'y aura point de lumiere à l'approche de ces deux corps. Maintenant nous pouvons dire ce qui doit arriver, quand on approche un corps non électrique B d'un électrique A ; d'abord il en sera attiré, & en même tems il deviendra de plus en plus électrique,

pendant

pendant que l'autre A perd de son électricité. Mais, dès que l'électricité du corps B est parvenue à un certain degré, les deux corps commenceront à se repousser l'un l'autre, & l'électricité du corps B ne sera plus augmentée.

XXXV. Le dernier cas est, lorsque les deux corps sont électriques, mais l'un positivement & l'autre négativement. Soit donc l'élasticité de l'éther en A plus grande, & en B plus petite que dans l'air, de sorte que l'électricité du corps A soit positive, & de B négative. Puisque l'éther échape de toutes parts du corps A, & qu'il entre dans le corps B; celui qui échape vers *a* étant porté de soi-même vers *b*, le mouvement dans l'intervalle C sera beaucoup plus rapide qu'ailleurs, & partant son élasticité y sera plus petite. Par cette raison ces deux corps s'attireront plus fortement, que si l'un n'étoit pas électrique; & en les approchant assez, l'étincelle qui y est excitée, sera beaucoup plus vive, puisque l'agitation de l'éther en C est augmentée de la qualité de l'un & l'autre corps. Mais cette même circonstance sera la cause, que tous les deux corps perdront leur électricité plus promtement, parce que le corps B avance l'issuë de l'éther du corps A, & celui-ci avance l'entrée de l'éther dans le corps B.

XXXVI. Jusqu'ici j'ai supposé les corps si petits, ou plutôt d'une telle nature, que par toute leur étendue l'éther se trouve au même degré d'élasticité, desorte que le corps tout entier soit, ou non électrique, ou partout également électrique. Mais l'expérience nous fait voir, qu'il peut y avoir des corps, dont l'électricité dans une partie est positive, & dans une autre négative. Il peut donc arriver, qu'en diverses parties du même corps l'élasticité de l'éther soit assez différente, sans qu'elle se remette si vite à l'équilibre, ce qui est bien d'accord avec ce que j'ai dit au commencement sur la difficulté, que l'éther rencontre à passer par les pores des corps, & qu'il n'y en a peut-être point, qui accorde à l'éther un passage tout à fait libre. Donc, quelque différente que soit l'élasticité de l'éther en différentes parties du même corps, cette diversité peut subsister assez longtems;

furtout quand l'éther n'y eft pas agité, puisque le feul furcroît du reffort dans un endroit n'eft pas fuffifant à vaincre les difficultés, que la petiteffe des pores lui oppofe. La pierre de Ceylan nommée Tourmalin nous offre ici un exemple très remarquable d'un corps, qui eft fufceptible des deux efpeces d'électricité à la fois.

XXXVII. Mais le cas eft bien différent, lorsque l'éther n'eft pas en repos, mais qu'il fe trouve dans un mouvement fort rapide, car alors il furmonte aifément les difficultés marquées, & communique fon mouvement presque dans un inftant à des diftances très éloignées. Les corps métalliques font les plus propres à ce deffein, & l'on obferve que l'électricité eft transmife par un fil d'archal, quelque long qu'il foit, avec une viteffe prodigieufe, foit qu'en y approchant un corps électrique, l'éther foit obligé d'y entrer ou d'en fortir. Cette viteffe prouve fuffifamment, que l'éther mis en mouvement furmonte aifément les obftacles, auxquels il s'arrêteroit presque entièrement, s'il étoit en repos. Donc, quelques difficultés que l'éther tranquille puiffe trouver à traverfer les pores des corps, quoique fon élafticité différe beaucoup de celle du voifin, dès qu'il eft excité à un mouvement rapide, il eft capable de fe communiquer dans un inftant à de très grandes diftances. Or nous venons de voir, qu'à l'approche d'un corps électrique vers un autre, qui n'eft pas électrique, ou qui l'eft dans un fens contraire, le mouvement de l'éther doit être bien impetueux.

Fig. 3. XXXVIII. Donc, fi le corps B a une figure allongée *bd*, & que fes pores foient plus ouverts, ce qui arrive, lorsqu'on prend une barre métallique; alors en approchant un corps électrique A, dont l'électricité foit pofitive, vers un bout *b* de cette barre, que je fuppofe non-électrique, l'éther entrant en *b* fera transmis dans la barre fort rapidement jusqu'à l'autre bout *d*, où fon mouvement, à caufe de la difficulté de fortir dans l'air, fera fubitement arrêté. La rapidité de ce mouvement emportera plus d'éther de *b* vers *d*, que fi le mouvement étoit moins rapide, de forte que l'éther en *d* fera plus com-

pri-

primé qu'en *b*, & partant son élasticité plus grande. Donc, si l'on ôte subitement le corps électrique A, on remarquera en *d* une électricité positive plus forte qu'en *b*, & il pourra même arriver, que l'électricité en *b* soit négative, la rapidité du mouvement ayant enlevé de *b* plus d'éther, qu'il ne faut pour l'état naturel. Et puisque, dés que le mouvement est arrêté, la communication de l'éther dans la barre rencontre plus d'obstacles, cet état d'inégalité pourra subsister quelque tems, en sorte que le bout *d* soit doué d'une électricité positive, pendant que celle de l'autre bout *b* est négative. Le contraire arrivera, si l'électricité du corps A est négative.

XXXIX. De là on comprend aisément comment il est possible d'exciter dans la même corps les deux especes d'électricité à la fois; pour cet effet il faut que ce corps B ait une figure allongée, & que l'éther y puisse recevoir un mouvement fort rapide. Si ce corps étoit d'une matiere où le passage de l'éther rencontreroit plus d'obstacles, une telle inégalité d'électricité se conserveroit plus aisément, mais aussi réussiroit-on moins à le mettre dans un tel état, puisqu'un mouvement si rapide, que ce phènomene exige, n'y sauroit avoir lieu. Nous avons remarqué cy-dessus, qu'en approchant un corps électrique d'un non-électrique, celui-cy en acquiert une électricité de la même espece, mais à present nous voyons, qu'on se tromperoit fort, si l'on en vouloit former une régle générale; puisqu'il peut arriver qu'un corps positivement électrique A communique à l'autre en *b* une électricité négative. Or, parce que dans ce cas l'électricité au bout opposé *d* est positive & d'autant plus forte, on pourra bien admettre la régle susdite comme générale, pourvu qu'on y ajoute cette condition, qu'il ne faut pas juger de l'électricité du corps B par le bout *b* duquel on avoit approché le corps électrique, mais plutôt du bout opposé *d*.

XL. Ainsi, pour juger quelle espece d'électricité sera communiquée à un petit corps plongé dans l'atmosphère d'un corps électrique positif ou négatif, il est d'abord certain, qu'elle seroit toujours la mê-

 me

me que celle du corps électrique, si le petit corps étoit soutenu dans l'air par soi-même. Mais, puisque ce corps doit être appuyé ou suspendu d'un autre corps fixe, il faut aussi avoir égard à celui-ci, & à la maniere dont il y est attaché ; si c'est par le moyen d'un fil de soye ou d'une telle matiere, qui a ses pores fort serrés, par lesquels l'éther est difficilement transmis, il en est de même, que si le petit corps flottoit librement dans l'atmosphère du corps électrique, & il en acquerra par conséquent la même espece d'électricité. Mais si ce corps tient à un fil d'archal, ou à une matiere par les pores de laquelle l'éther trouve un passage beaucoup plus libre, & que ce fil soit attaché à un corps d'une semblable propriété, il pourra bien arriver, que la rapidité du mouvement de l'éther devienne si grande, que le petit corps en acquiere une électricité contraire à celle du corps, dans l'atmosphère duquel il est plongé : puisque l'effet de l'électricité est emporté du petit corps par la rapidité du mouvement dans celui auquel il est attaché.

XLI. Donc, pour expliquer les phènomenes de l'électricité, il est de la derniere importance de connoitre bien la nature des corps par rapport au plus ou moins libre passage, que l'éther rencontre à les traverser. Quoiqu'il y ait à cet égard une infinité de degrés différens, il suffira de remarquer trois especes principales, & d'y rapporter tous les corps. La premiere espece contiendra les corps qui tiennent leur éther fort resserré, de sorte qu'il n'en sauroit ni entrer ni sortir que très difficilement, & qu'il trouve à travers d'eux un passage fort embarrassé. La seconde espèce renferme les corps, dont les pores ne sont ni trop resserrés ni trop ouverts, & qui tiennent un milieu entre la premiere espece & la troisième. Or je rapporte à la troisième espece les corps, qui ont leurs pores plus ouverts, à travers desquels l'éther trouve un passage assez libre, quoiqu'il s'en faille beaucoup qu'il soit tout à fait libre. On voit bien qu'on ne sauroit fixer les limites entre ces especes, & qu'on rencontrera beaucoup de corps approchans de la moyenne, qui nous laisseront en doute, s'ils doivent y être rapportés, ou

ou plutôt à l'une des extrêmes; mais cette incertitude ne doit pas embarrasser.

XLII. Parmi les corps de la premiere espece, on compte le verre, le diamant, le souffre, la cire d'Espagne, la poix, la soye, & d'autres semblables, auxquels il faut principalement rapporter l'air quand il est pur. Les expériences faites sur l'électricité font voir, que cette vertu ne se communique presque point à ces corps en y approchant des corps électriques; d'où l'on connoît que les pores de ces corps doivent être fort étroits, & que l'éther y rencontre des obstacles presque invincibles, tant pour s'en dégager que pour s'y insinuer. Il pourroit arriver que les pores fussent assez larges, mais qu'ils n'eussent presque point de communication entr'eux, ce qui produiroit le même effet que si les pores étoient extrêmement étroits; peut-être que le défaut de communication des pores entr'eux constitue plutôt le caractere de ces corps, que la petitesse même des pores: ce qui revient au même. Or si les pores communiquent assez librement entr'eux, ce sera le caractere de la troisième espece qui contient les métaux, les corps des animaux, l'eau, & peut-être toutes les autres liqueurs. Les autres corps, comme les bois, les terres, le papier &c. qui semblent tenir un milieu entre la premiere & troisième espece, rempliront la seconde classe.

XLIII. On nomme ordinairement les corps de la premiere espece, électriques *per se*, puisqu'on y peut exciter l'électricité sans le secours d'un autre corps, qui soit déjà électrique; & par la même raison on nomme les corps de la troisième espece non-électriques *per se*, puisque l'électricité n'y sauroit être excitée sans le secours d'un corps électrique. Mais, pour éviter toute confusion, qui seroit à craindre de ces dénominations, je suis obligé de les abandonner entièrement, en m'arrêtant aux définitions principales, conformément auxquelles je nommerai toujours un corps électrique, lorsque l'éther renfermé dans ses pores n'est pas en équilibre avec l'éther des corps environnans: & un corps non-électrique sera toujours celui, dans lequel

l'éther se trouve au même degré d'élasticité, que dans les corps qui l'environnent. Je ne voudrois donc pas nommer un corps électrique *per se*, quand il n'est pas électrique, ni un corps non-électrique *per se*, quand il est électrique en effet; l'addition des mots *per se* ne semble pas suffisante à nous garantir de toute ambiguité. D'ailleurs les especes établies sont plus propres à marquer cette distinction, sans laisser la moindre équivoque.

XLIV. Cependant il est fort remarquable, que les corps de la premiere espece, qui sont les moins susceptibles d'électricité, soyent en même tems les plus propres à y exciter immédiatement cette vertu, quand il n'y a pas encore d'autres corps électriques. Cette circonstance est bien différente de celle que j'ai considerée jusqu'ici, où j'ai supposé, qu'il y ait déjà des corps électriques, sans m'embarrasser, par quelle cause ils le sont devenus; & en m'accordant un tel corps, il est très certain, qu'il ne communique presque point du tout sa vertu aux corps de la premiere espece, pendant quelle se communique fort aisément aux corps de la troisième espece. Mais, quand il s'agit d'exciter dans un corps l'électricité sans le secours d'un autre corps électrique, il arrive précisément le contraire, & on trouve que les corps de la premiere espece y sont les plus propres. D'autres ont commencé leurs recherches par ce cas, ce qui paroit le plus naturel, puisqu'il faut avoir des corps électriques, avant qu'on puisse faire des expériences sur l'électricité. Mais ayant ici un dessein différent, savoir d'expliquer les phénomenes de l'électricité, ce même dessein m'a obligé de renverser l'ordre naturel.

XLV. Le frottement est le moyen ordinaire d'exciter l'électricité, ou de rendre les corps électriques; or ce moyen ne s'étend point à tous les corps; il en faut exclure ceux de la troisième espece, qui sont d'ailleurs les plus propres à devenir électriques par communication. Cela ne doit pas paroitre étrange; car, quelque altération que le frottement puisse produire dans l'équilibre de l'éther, qui est renfermé dans les corps frottés, elle doit être rétablie sur le champ, lorsque

que les pores des corps ſont bien ouverts. Concevons, qu'on frotte deux corps de la troiſième eſpece l'un contre l'autre, & que par cette action l'équilibre de l'éther ſoit actuellement troublé, ſon élaſticité devenant plus grande dans l'un, & plus petite dans l'autre; cette inégalité ne ſauroit durer, & l'équilibre ſera rétabli avant qu'on puiſſe s'appercevoir d'un phénomene de l'électricité. Le libre paſſage, que l'éther trouve pour paſſer de l'un dans l'autre ne permettra pas même, qu'il naiſſe la moindre inégalité dans le reſſort de l'éther. Or, ſi l'un des corps frottés, ou tous les deux, ſont de la premiere eſpece, ou tels que l'éther ne ſauroit paſſer que très difficilement de l'un dans l'autre, nous comprenons par la même raiſon, que ſi le frottement dérange l'équilibre de l'éther, cette altération pourra ſubſiſter, de ſorte que les corps deviennent effectivement électriques.

XLVI. Quand on frotte deux corps l'un contre l'autre, il n'y a que deux cas qui puiſſent arriver; car, ou l'élaſticité de l'éther renfermé dans les corps demeure la même, ou elle ſera altérée. Dans le premier cas aucune électricité ne ſera excitée: mais l'autre ne manquera pas d'en fournir. Voyons donc ce qui doit arriver dans ce dernier cas. Si le frottement eſt la cauſe, que dans l'un des corps frottés l'éther eſt porté à un plus haut degré d'élaſticité, il faut que la quantité de l'éther y ſoit augmentée. Cet accroiſſement vient, ou de l'air environnant, ou de l'autre corps, qui en doit perdre préciſément autant: or il n'y a pas apparence qu'il vienne de l'air, puiſque dans le frottement les corps ſe touchent immédiatement, & que le peu d'air qui reſte entr'eux n'y ſauroit fournir, outre que l'air retient trop fermement ſon éther. Il faut donc qu'il vienne de l'autre corps, & partant celui-ci deviendra négativement électrique, tandis que l'autre reçoit une électricité poſitive. Le contraire arrivera, ſi nous ſuppoſons que le frottement diminue l'éther dans le premier, & le rend négativement électrique, car alors l'autre corps en acquerra une électricité poſitive.

XLVII.

XLVII. On pourroit objecter qu'il seroit possible, que l'élasticité de l'éther dans un corps devint plus grande sans que sa quantité fût augmentée, & que peut-être le frottement produisit un tel effet: tout comme nous savons, que la chaleur augmente le ressort de l'air, sans qu'il devienne plus dense. Mais, outre que cette conjecture n'a aucun fondement, elle est détruite par les phénomenes même de l'électricité, qui prouvent constamment que, quand par le frottement de deux corps l'un devient positivement électrique, on observe dans l'autre toujours une électricité négative, & réciproquement; à moins que l'un n'ait une libre communication avec des corps de la troisième espece, qui y rétablissent promtement l'équilibre de l'éther. Aussi observe-t-on, que, lorsqu'on frotte deux corps semblables & de la même matiere l'un contre l'autre, on n'y sauroit exciter aucune électricité: car il n'y auroit point de raison, pourquoi l'élasticité de l'éther fut augmentée ou diminuée plutôt dans l'un que dans l'autre. Si le frottement pouvoit altérer le ressort de l'éther, sans qu'il en passât quelque chose d'un corps dans l'autre, l'égalité des corps ne détruiroit pas cet effet.

XLVIII. Il est donc certain, que le frottement ne produit de l'électricité, qu'entant qu'une quantité d'éther est transmise d'un corps dans l'autre, & que le ressort de l'éther dans l'un n'augmente à mesure qu'il diminue dans l'autre. Donc, pour expliquer cet effet du frottement, il faut faire voir comment il est possible, qu'en frottant deux corps l'un contre l'autre une partie de l'éther soit chassée de l'un & obligée de s'insinuer dans l'autre. En effet, si l'on considere, que les pores d'un corps peuvent être comprimés par le frottement, l'éther qui y étoit contenu sera chassé & obligé de s'insinuer dans l'autre corps, pourvu que les pores de celui-ci ne soient pas également comprimés ou même d'avantage: auquel cas l'insinuation ne sauroit avoir lieu. Mais, si les pores de ce corps sont en état de recevoir l'éther qui est chassé de l'autre, & que par la continuation du frottement cette transmission soit entretenue, l'inégalité du ressort de l'éther dans ces deux

deux corps doit devenir de plus en plus grande, jusqu'à ce que la force du frottement ne soit plus capable de l'augmenter d'avantage. Or pour cet effet il faut, que les pores qui ont une fois été comprimés, se remettent à chaque instant par leur propre ressort pour être remplis de nouveau d'éther du dedans, & que celui-ci soit encore enlevé par le frottement. Ce n'est que par une telle opération réitérée, que le corps peut être épuisé de son éther au point de devenir sensiblement électrique.

XLIX. Il est donc essentiel à la production de l'électricité, que les pores de l'un des corps frottés soient comprimés au point, que l'éther qui y est enfermé en soit chassé, & qu'il en passe au moins une partie dans les pores de l'autre corps, car il n'y a point de doute, qu'une bonne partie ne rentre dans les pores intérieurs du premier corps. C'est par ce moyen qu'on obtient le premier commencement d'une électricité: mais pour la porter à un plus haut degré il faut que les pores comprimés se remettent avant qu'ils soient soumis de nouveau au frottement; dans cet intervalle, où ces pores sont dégagés du corps frottant, l'éther du dedans y entrera pour les remplir, à mesure qu'ils se rétablissent. Alors ces pores étant de nouveau frottés & comprimés, il s'en ira une nouvelle portion dans le corps frottant; & en réitérant plusieurs fois la même opération, tous les deux corps deviendront électriques, l'un positivement & l'autre négativement, pourvu que ni l'un ni l'autre ne tienne pas à des corps de la troisième classe, qui par leur communication détruiroient l'électricité. Mais, si un seul de ces deux corps est en communication avec un corps de la troisième espece, puisque son éther demeurera à peu près dans l'équilibre, & par conséquent plus propre, ou à recevoir l'éther chassé de l'autre, ou à y chasser son éther, l'électricité de celui-ci deviendra plus considérable, ce qui est très bien d'accord avec les expériences.

L. La production de l'électricité par le frottement ne sauroit donc avoir lieu, à moins que les deux corps qu'on frotte l'un contre l'au-

l'autre ne soient d'une nature tout à fait différente, en sorte que, pendant que les pores de l'un sont comprimés assez pour en faire sortir l'éther, ceux de l'autre demeurent assez libres pour en recevoir une partie. On comprend aussi que l'un de ces deux corps au moins doit avoir ses pores forts étroits, afin que par l'attouchement de l'autre l'équilibre de l'éther ne soit d'abord rétabli : c'est à dire qu'il faut que l'un des deux corps soit de la premiere espece : si l'autre l'est aussi, du moins à la surface qui est frottée, il y aura d'autant moins à craindre, que par leur attouchement l'électricité soit si subitement détruite. Mais, quand même l'intérieur d'un corps auroit ses pores fort ouverts, cela n'empêcheroit pas l'électricité de l'autre, elle en seroit plutôt avancée. Car l'augmentation ultérieure de l'électricité réussit d'autant moins, plus sera déjà devenue grande l'inégalité du ressort de l'éther dans les deux corps qu'on frotte.

LI. Or il ne suffit pas d'avoir égard à la diversité de matiere, dont les deux corps frottés sont composés, leur figure extérieure peut aussi beaucoup changer la production de l'électricité, puisque le frottement depend principalement de la surface des corps. Aussi observe-t-on, que deux tuyaux de verre d'ailleurs semblables, mais dont l'un a sa surface bien polie & l'autre rude, peuvent produire des phènomenes tout à fait contraires d'électricité, quoiqu'ils soient frottés par le même corps, l'un devenant positivement électrique & l'autre négativement: cela arrive l'orsqu'on frotte l'un & l'autre avec un morceau de drap de laine. Il est difficile de décider, si les pores du verre poli sont plus comprimés en les frottant avec de la laine, ou ceux du verre non poli ? Mais la décision de cette question nous mettroit d'abord en état de juger, si l'électricité que M. *Francklin* nomme positive est effectivement positive ou négative : car il nomme positive l' électricité qu'acquiert le tuyau poli, & négative celle du tuyau rude.

LII. Si l'électricité du tuyau poli frotté avec un drap de laine étoit positive, & celle du tuyau non poli négative, il s'ensuivroit, qu'il

qu'il ſeroit plus aiſé de comprimer les pores du verre non poli que de la laine, & ceux de la laine plus aiſé que du verre poli. On pourroit peut être imaginer quantité de raiſons pour prouver, que les pores du verre non poli ſont plus compreſſibles que ceux du verre poli, puisqu'il ſemble que ceux-là donnent plus de priſe au frottement que ceux-cy. Mais ce même raiſonnement fondé ſur un ſoupçon qu'on peut avoir, en jugant de la ſtructure apparente des pores pour en connoitre leur compreſſibilité, ce même raiſonnement, dis-je, nous conduiroit à des contradictions inévitables: car, comme les pores de la laine nous ſemblent être plus compreſſibles que ceux tant du verre poli que du non-poli, le verre devroit toujours, quelle que fût ſa ſurface, donner une électricité poſitive; de là il eſt aiſé de voir, qu'on ne doit pas juger de la ſtructure vraye des pores par leur figure apparente.

LIII. Tout ce raiſonnement donc ne renverſera pas encore ma Théorie. Car, ſoit ſelon M. *Franclin* l'électricité du verre poli poſitive, ou ſelon ma Théorie négative, on pourroit dans l'un & dans l'autre cas faire de telles objections fondées ſur la compreſſion qui tombe ſous les ſens: s'il m'eſt permis de donner à de foibles raiſonnemens le nom d'objections. Il faut donc bien remarquer, qu'il n'eſt pas ici queſtion de la compreſſion apparente: à cet égard la laine ſeroit ſans doute un corps beaucoup plus compreſſible que le verre, ſoit que ſa ſurface fut polie ou rude. Mais il s'agit ici de la compreſſion, dont les moindres pores d'une matiere ſont ſuſceptibles, qui étant tout à fait différente de la compreſſion groſſiere, il eſt très poſſible, que les pores de la laine ſoient moins compreſſibles que ceux du verre poli ou non-poli. Et ſi l'on a cru avoir trouvé des raiſons, pourquoi le verre non poli devroit être plus compreſſible que le poli, peut-être que ces raiſons ne ſe rapportent pas aux moindres pores.

LIV. Cependant, ſi l'on pouvoit déterminer, à quelle eſpece appartiendroit une ſeule électricité naturelle, il ſeroit aiſé d'aſſigner l'eſpece de toutes les autres, puisque les expériences les plus faciles déci-

cident d'abord, si l'électricité de deux corps électriques est de la même espece ou non? Ainsi ayant trouvé, que quand on fond du souffre, & qu'on le laisse réfroidir, il en acquiert une électricité opposée à celle d'un verre poli & excité par le frottement. Or le souffre fondu ne montre encore aucune marque d'éléctricité, elle ne se manifeste qu'après le réfroidissement; or par là le souffre est réduit dans un moindre espace, ce qui indique un plus grand rétrécissement des pores, & contenant encore la même quantité d'éther, puisqu'il appartient à la premiere espece, il faut que la compression de l'éther, & partant aussi son élasticité, soit devenue plus grande; son électricité sera donc positive, & par conséquent celle du verre poli négative. Si l'on tombe d'accord de ce raisonnement, il faudra changer les noms dont M. *Francklin* se sert pour distinguer les deux diverses especes de l'électricité, & les corps que M. *Francklin* dit positivement électriques, auront en effet une électricité négative, & réciproquement.

LV. Les Expériences faites sur l'électricité d'une boule de poix ou de cire d'Espagne, applatie d'un coup de marteau, nous conduiront aux mêmes conclusions que le souffre fondu. Car on remarque qu'ayant suspendu autour d'un globe de poix quelques morceaux de feuilles d'or battu, & après avoir applati ce globe subitement d'un coup de marteau, ces feuïlles d'or battu après avoir été attirées montrerent une électricité résineuse, ou négative selon M. *Franeklin*. Or, en convenant que les pores de la poix par applatissement subit se rétrécissent, il faut que la compression de l'éther dans ces pores soit augmentée, ce qui montreroit une électricité positive: & comme cette électricité est contraire à celle du verre poli, celle-cy sera en effet négative contre la dénomination de M. *Francklin*. Cependant il seroit à souhaiter, qu'on fasse ces mêmes expériences exposées dans ces deux derniers paragraphes avec des autres corps de la premiere espece, & surtout avec le verre, ne doutant pas que de telles expériences contribueroient beaucoup à confirmer ma Théorie.

LVI.

LVI. Or il semble que le Barometre devroit fournir le plus sûr moyen pour s'éclaircir entièrement sur ce doute. Examinons pour cet effet la maniere dont on se sert pour s'instruire de l'électricité des Baromètres luisans ; on en trouve une description exacte dans la dissertation de M. *Waitz*, qui a remporté le prix sur la cause de l'électricité proposé par l'Académie. En voiçi un abrégé ; on remplit un tuyau de verre fermé par un bout de mercure : je passerai sous silence la maniere la plus propre pour le remplir en sorte, que, quand on incline le tuyau, l'espace au dessus du mercure soit un vuide d'air : après quoi on creuse dans un morceau de bois AB daux canaux *ab* & *cd*, dont l'un *cd* soit beaucoup plus ample que l'autre *ab*, le diamètre duquel ne surpasse guères celui du tuyau de verre *a*D, & que ces deux canaux ayent une communication entr'eux, ce qu'on obtiendra en faisant un troisième canal *bd* horizontal de l'un à l'autre ; alors versant dans ce double canal *abcd* du mercure, & affermissant le tuyau de verre *a*D dans le canal étroit *ab*, le barometre sera fait. Enfin, pour faire monter & descendre le mercure sans avoir besoin d'incliner le barometre, on n'a qu'à mettre un piston P sur l'ouverture du canal *cd*: alors, en pressant le piston en bas, le mercure monteroit, comme au contraire en l'élevant, le mercure descenderoit. Fig. 4.

LVII. Pour faire usage d'un tel barometre, on n'aura donc qu'à suspendre aux environs du tuyau de legères ficelles métalliques *ef* . *ef*, qui seront attirées & repoussées du tuyau dès qu'il sera devenu électrique. Examinons maintenant les phénomenes qui doivent arriver selon ma Théorie en faisant monter & descendre le mercure. Qu'on presse premièrement le piston en bas, & le mercure en montant chassera en partie l'éther pur d'en-haut du tuyau dans le verre ; le verre deviendra de là positivement électrique, & les ficelles métalliques ayant été attirées & de rechef répoussées le seront de même. On n'aura donc qu'à examiner par les expériences connues, à quelle espece doit être rapportée l'électricité de ces ficelles, si c'est à celle que M.

 Franc-

Francklin nomme positive, & d'autres vitrée, ou à la négative de M. *Francklin*, & à la résineuse des autres : si les raisons alléguées cy-dessus étoient fondées, elle devroit appartenir à la résineuse que M. *Francklin* nomme négative, ou bien, la résineuse seroit en effet positive & la vitrée négative.

LVIII. Le contraire doit arriver si on fait derechef descendre le mercure par le moyen du piston, car alors l'espace intérieur du tuyau au dessus du mercure étant devenu un vray vuide, le verre y chassant une partie de son éther deviendra négativement électrique, & partant aussi les ficelles métalliques après avoir été attirées & répoussées. Donc, si ma Théorie étoit la véritable, ces ficelles devroient montrer une électricité vitrée. Or M. *Wilke*, connu ici par ses importantes expériences sur l'électricité, m'a avoué pendant son séjour d'ici, qu'il se souvient d'avoir examiné l'espece de l'électricité du tuyau d'un barometre luisant, après l'avoir incliné & remis sur le champ, c'est à dire, après avoir fait descendre le mercure l'ayant auparevant fait monter, & il m'a assuré, qu'il a trouvé l'électricité du tuyau excitée de la susdite maniere vitrée, c'est à dire, positive selon M. *Francklin*. On voit donc encore par là, que ma Théorie est la vraye, & partant qu'on devroit changer les noms que M. *Francklin* donne à ces deux différentes especes d'électricité : il seroit cependant à souhaiter, que quelques amateurs de la Physique expérimentale répétassent ces expériences, qui seules sont en état de donner à ma Théorie une certitude incontestable.

LIX. Voici encore une autre preuve qui semble fortifier ce sentiment. On a observé que tous les corps de la premiere espece, étant frottés avec un métal, en acquierent une électricité vitrée, ou positive selon M. *Francklin*, pourvu qu'on en excepte le plomb, qui étant frotté contre du souffre y produit un effet contraire. Or il n'est pas probable, que les pores des métaux soient susceptibles d'une grande com-

compreſſion ; car, puiſque ces corps ſont les plus inſenſibles au frottement, il ſemble que leur éther ne puiſſe être réduit dans un moindre eſpace par la compreſſion de leurs pores. Donc, les pores de tous les autres corps étant plus compreſſibles, il faut qu'en les frottant contre un métal, il y naiſſe une électricité négative, l'éther en étant chaſſé par la compreſſion de leurs pores : donc l'électricité vitrée ſera en effet négative, & partant la réſineuſe poſitive. Si l'on vouloit ſoutenir le ſentiment oppoſé, il faudra dire, que les pores des métaux ſoient plus compreſſibles que ceux de tous les autres corps, ce qui ne ſemble pas s'accorder avec les autres phénomenes de l'électricité ; ſurtout l'exception du plomb, qu'il faut faire en certains cas, paroitroit bien ſurprenante, pendant que dans l'autre ſentiment elle ſemble fort naturelle, à cauſe de la molleſſe de ce corps.



DESCRIP-

DESCRIPTION
D'UN ANEVRISME DE L'AORTE.
PAR M. ROLOFF.

Traduit du Latin.

Comme il ſe rencontre pluſieurs choſes tout à fait ſingulieres dans l'anevrisme de l'aorte dont j'entreprens la deſcription, je n'ai pas fait difficulté d'entrer dans les détails néceſſaires pour en donner une idée exacte.

Au mois de Juin de l'année 1756. un homme âgé de plus de cinquante ans, vint me trouver, pour me montrer une tumeur qu'il avoit au ſternum, & me demander les ſecours convenables à ce mal. En examinant cette tumeur, il ne me fut pas difficile de découvrir, que ce n'étoit autre choſe qu'un anevrisme de l'aorte, qui dans ce tems-là ne ſurpaſſoit pas la grandeur d'un pouce. C'étoit au mois de Mars que cet homme avoit commencé à s'en appercevoir, & elle reſſembloit alors à une petite boule. Pour la diſſiper, il avoit d'abord eu recours aux mauvais conſeils d'une vieille femme, qui y avoit appliqué un cataplasme de lait, de ſavon, de pain blanc, & de ſaffran; ce qui n'avoit ſervi qu'à augmenter beaucoup la tumeur. L'anevrisme même étoit ſitué ſur le ſternum, entre le manche & le corps du ſternum; ſa couleur extérieure étoit rougeâtre; au milieu il étoit un peu plus élevé, & on y ſentoit un fort battement. A côté de l'anevrisme étoient placées les artères mammaires, dont le battement donnoit manifeſtement à connoître qu'elles n'étoient pas le ſiége du mal. Dès que j'eus manié avec les doits le bord de l'anevriſme, je compris évidement qu'il y avoit au ſternum un trou, par lequel l'anévriſme s'élevoit.

Dès

Dès le commencement le malade avoit ressenti de grandes douleurs dans la région de l'épaule droite & dans la cavité du thorax, ayant une grande difficulté à respirer. Quand on pressoit l'anevrisme avec les doits, les douleurs redoubloient, & il étoit menacé de suffocation. Toutes les fois qu'il vouloit avaler un peu de pain, ou quelque autre aliment sec, il étoit obligé de boire aussitôt, sans quoi il auroit aussi couru risque d'étouffer, le pain paroissant demeurer attaché à l'œsophage.

Des petites dimensions que l'anevrisme avoit d'abord, il s'acrût lentement & par degrés en une masse immense, qui, dans les derniers jours de la vie du malade, sortoit de sa poitrine de la grosseur d'une tête. Les douleurs allerent toujours en augmentant, & la respiration devint plus difficile, jusqu'à la mort arrivée le 11 de Janvier 1757. Il est incroyable & inexprimable à combien d'angoisses & de tourmens ce pauvre misérable fut en proye pendant le cours de ces sept mois; cependant il fit paroir le plus haut degré de patience & de fermeté dont la nature humaine soit capable.

Trois jours avant sa mort, la peau extérieure de l'anevrisme se rompit par embas vers le côté droit, & il sortit par cette rupture une fort grande quantité de sang, qui s'écouloit dans la chambre par tous les coussins, comme de petits ruisseaux. Cette hémorragie dura par intervalles pendant trois jours, & le malade paroissoit alors destitué de tout sentiment; il fouilloit avec le pouce & les doits dans la playe sanglante, & en rendoit ainsi l'ouverture toujours plus grande.

Quand, après sa mort, on soumit tout son cadavre à un examen attentif, il parut que l'anevrisme avoit occupé la surface extérieure du sternum, & qu'il étoit placé sous les muscles pectoraux. Il commençoit d'abord au dessous du cartilage scutiforme, d'où il descendoit aux mammelles, s'inclinant pourtant d'avantage vers le côté gauche. Il s'étendoit sur l'extrémité sternale de la clavicule, au dessus des trois premieres côtes jusqu'à la quatrième, de façon qu'il couvroit non seulement toute la partie cartilagineuse, mais même un peu de

Pl. I. a. a. a.

de la partie offeuse des trois côtes supérieures, tant d'un côté que de l'autre.

Les muscles pectoraux, avec la partie inférieure du sterno-cleido-mastoide, avoient été fort rongés vers le haut par ce sac anévrismatique, dont l'extension préternaturelle avoit aussi désuni & séparé les fibres du grand muscle pectoral, de façon que l'anevrisme s'étoit fait un chemin à travers les interstices de ces fibres. Toute la longueur de l'anevrisme, depuis le cartilage thyreoide jusqu'aux mammelles, étoit de douze pouces & quatre lignes; & la largeur du côté droit au côté gauche alloit à dix-sept pouces; sa plus grande largeur étoit au milieu, la moyenne en bas, & la moindre en haut.

Pl. I. b. c. Il avoit à la partie supérieure deux cornes, dont l'une montoit au côté droit, & l'autre au côté gauche du cartilage thyreoide, de façon que ces cornes embrassoient en quelque sorte le cartilage susdit. La droite étoit plus épaisse que la gauche, mais elle n'étoit pas aussi longue; car celle-ci avoit trois pouces de longueur, tandis que l'autre n'en avoit que deux & demi. Ces cornes étoient plus épaisses par le bas, & plus minces par le haut.

Pl. I. d. & Pl. II. b. La peau extérieure qui couvroit l'anevrisme, étoit devenue fort déliée à cause de la grande extension. On voyoit embas vers le côté droit dans cette peau un trou oblong, dont la longueur étoit de trois pouces, & la largeur d'un pouce & huit lignes. Une croûte de sang, dure & séche, environnoit ce trou; & c'est de là que le sang coula avec tant d'abondance avant la mort du patient.

Quand la peau extérieure eut été soigneusement détachée de dessus l'anevrisme, on apperçut que tout ce sac étoit rempli de pur sang extravasé & coagulé, & qu'ainsi ce qui s'étendoit jusqu'au sternum, n'étoit qu'un faux anévrisme. Ce coagulé noir étoit comme pourri; sa partie supérieure qu'on rencontroit d'abord sous la peau n'étoit pas si compacte, mais vers le milieu il l'étoit davantage & plus blanc, & embas vers le sternum il étoit tout à fait dense & solide, en sorte que dans cet endroit il avoit l'air d'une membrane tenace & polypeuse.

Après

Après avoir ôté cette masse coagulée jusqu'au sternum, on trouva que, non seulement une grande partie du sternum, mais aussi une partie des côtes supérieures, avoit été rongée & détruite. Pl. III. a. a. a. a.

De tout le manche du sternum il n'y avoit plus rien à voir, que quelques petits morceaux, en partie osseux, en partie cartilagineux, aux extrémités sternales des clavicules ; lesquels petits morceaux représentoient les restes du manche. Le corps du sternum jusqu'à la quatrième côte, étoit entièrement consumé ; mais depuis cette côte jusqu'au cartilage xyphoïde, le sternum étoit dans son état naturel.

A l'extremité sternale de la clavicule droite, encore dans son intégrité, étoit attaché un petit morceau du sternum rongé ; & ce morceau étoit le seul reste de tout le sinus, par lequel le sternum s'articule avec la clavicule dans l'état naturel. Pl. III. c.

Il ne restoit rien du sternum à la premiere côte droite ; & le cartilage même de cette côte étoit un peu détruit. Pl. III. d.

Un petit morceau du sternum rongé tenoit encore à la seconde côte ; & la pointe cartilagineuse de cette côte étoit pareillement rongée. Pl. III. e.

L'extrèmité cartilagineuse de la troisième côte droite étoit en partie rongée : en haut, au cartilage de cette côte, il n'étoit rien resté du sternum, aulieu qu'au contraire sous le cartilage de la même côte jusqu'au cartilage ensiforme, le sternum tout entier étoit dans son état naturel, à l'exception d'un endroit entre la troisième & quatrième côte où il étoit un peu endommagé. Pl. III. f.

L'extrèmité sternale de la clavicule gauche n'avoit rien souffert, & elle étoit incrustée de son cartilage naturel, mais il n'y restoit pas la moindre trace du sternum. Pl. III. b.

La premiere côte du côté gauche étoit aussi dans son entier ; mais sans aucun reste du sternum. Pl. III. d.

Le cartilage de la seconde côte étoit un peu rongé, & un petit morceau du sternum détruit y tenoit encore. Le cartilage de la troisième Pl. III. e.

sième côte étoit en son entier, & conservoit un reste d'articulation avec
Pl. III. f. un petit morceau du sternum ; cependant la carie avoit rongé ce morceau par enhaut vers la seconde côte.

Cette destruction du sternum étant donc totale, depuis le manche jusqu'à la quatrième côte, tant à droite qu'à gauche, cela causoit nécessairement un très grand trou dans le sternum, & ce trou s'étendoit depuis le commencement du sternum jusqu'à la quatrième côte. En haut, entre les clavicules, la largeur de ce trou étoit de deux pouces & huit lignes : dans la région de la premiere & de la seconde côte, sa grandeur alloit à trois pouces & neuf lignes ; & en bas, la largeur étoit de deux pouces & cinq lignes ; de sorte que la grandeur de ce trou alloit insensiblement en diminuant vers la troisième & la quatrième côte.

La partie antérieure du premier, second, & troisième muscle intercostal, avec les fibres antérieures du muscle sousclavier, paroissoient attaquées d'une assez grande pourriture : les muscles intercostaux du côté droit étoient plus détruits que ceux du côté gauche ; & celui de tous qui avoit le plus souffert, c'étoit l'intercostal droit suprême.

Une partie de la pleure du côté droit, que couvroient les muscles intercostaux gâtés, étoit un peu détruite, & destituée de sa couleur naturelle ; & le péricarde même, qui se trouve dans le voisinage, avoit quelque chose de rouge & d'enflammé.

D'abord au dessous du trou rongé du sternum, l'aorte se présen-
Pl. III. g. g. toit aux yeux. Sa partie antérieure, savoir depuis l'endroit où elle commence en sortant du ventricule gauche jusqu'à l'arc, avoit un fort grand trou ; car toute cette partie de l'aorte étoit entierement rongée, de sorte qu'on pouvoit regarder dans sa cavité sans aucune peine. Dans ce trou préternaturel de l'aorte, on appercevoit, surtout à gauche, divers plis ; & dans cet endroit elle étoit fort vaste ; ayant souf-
Pl. III. h. h. fert une grande extension. Ce trou de l'aorte étoit entouré d'un bord épais inégal, presque cartilagineux, & qui se replioit ; ce bord commençoit de côté & d'autre auprès des extrèmités sternales des clavicu-

vicules, finissoit dans la région de la troisième côte, & étoit affermi tant aux cartilages de ces côtes qu'à leurs muscles intercostaux. Cette membrane n'étoit autre chose que la partie séreuse du sang coagulé & extravasé; & cette sérosité s'étoit convertie en une membrane aussi tenace & aussi solide, par la grande action & compression des vaisseaux.

Trois trous avoient leur embouchure dans l'aorte ouverte; savoir au côté droit l'orifice du tronc commun de l'artère souclaviere, & de la carotide droite, au milieu la carotide gauche, & vers la droite la souclaviere droite. Cette aorte ouverte avoit à la vérité assez d'épaisseur, mais sa membrane intérieure étoit fort déliée, marquée en quelques endroits de taches & de rayes blanches, & comme rongée par de petits ulcères. Une considération plus exacte du cœur & de l'aorte faisoit connoître que cette aorte s'étoit fort dilatée depuis sa sortie du cœur jusqu'à l'arc. La longueur de cette artère dilatée étoit presque de sept pouces. L'anevrisme tout entier étoit d'une largeur inégale; car sa dilatation près de la base du cœur étoit la plus petite, ayant quatre pouces & demi de diamètre; la partie moyenne de de l'anevrisme, avoit huit pouces de diamètre; & par en haut, vers l'arc, l'artère étoit encore plus dilatée, & sa figure avoit l'air de celle d'un entonnoir.

Pl.III.k.l.m.

III. i. i.

Pl.IV. a.a.a. & Pl. V. a.a.a.

L'aorte anevrismatique, étant parvenue jusqu'à l'arc, avoit dans cet endroit un grand trou, qui étoit environné d'un bord déchiré & épais; c'est ce trou là même qui étoit placé sous le sternum carieux. Il avoit environ cinq pouces de diamètre, & il étoit devant l'arc qui descendoit derrière lui.

Pl.IV.b.b.b. & Pl.V. b.b.b

L'arc de l'aorte commençoit donc derrière ce trou; & dans cet endroit on remarquoit qu'il étoit anevrismatique, puisque son diamètre s'étendoit jusqu'à deux pouces & cinq lignes. Mais, là où commençoit ce qu'on nomme l'aorte descendante, l'anevrisme entier finissoit, de sorte qu'il avoit son commencement près de la base du cœur, & sa fin derrière l'arc.

Pl. V. g.

Dans la partie antérieure du sac anevrismatique, & cela trois
Pl. IV. c. pouces au dessus de la sortie du cœur, on apperçevoit un autre anevrisme plus petit, de la grosseur d'une noisette, rond & brun, dont la membrane interne étoit fort mince, un peu endommagée, & assez semblable à un réseau. La foiblesse de cette membrane interne avoit été cause que le sang avoit pu agir avec d'autant plus de force contre les membranes externes, les pousser en avant, & produire un semblable petit anevrisme, la membrane interne n'ayant pas eu la force de réprimer cette impétuosité du sang.

Il sortoit, comme à l'ordinaire, de l'arc de l'aorte trois troncs, savoir le tronc commun de la souclaviere & de la carotide droite, la carotide
Pl. V. c. gauche & la souclaviere gauche. Le tronc commun étoit anevrismatique, mais d'avantage vers l'arc que dans l'endroit où il se partage en deux branches: ces deux branches, savoir la carotide & la souclaviere droite, n'étoient pas si anevrismatiques que le tronc commun, mais ne lais-
Pl. V. d. soient pas d'être plus dilatées que dans l'état naturel. La carotide gauche avoit presque sa figure naturelle: au contraire la souclaviere gauche étoit la plus anevrismatique de toutes, étant gonflée en forme de
Pl. V. f. sac. Ce sac s'élevoit à la hauteur d'un pouce & huit lignes; il avoit par devant & par derrière une petite protubérance d'écailles cartilagineuses; après quoi la souclaviere continuoit son cours comme à l'ordinaire.

Ces trois troncs aboutissoient par derrière dans l'aorte déchirée par autant de trous oblongs, qui avoient de plus grandes dimensions que dans l'état naturel. On pouvoit facilement introduire un doit dans l'orifice du tronc commun, & le pouce dans celui de la souclaviere gauche; l'orifice de la carotide gauche n'étoit pas aussi grand, quoiqu'il le fut pourtant davantage que dans l'état naturel.

La tunique externe de l'anevrisme de l'aorte étoit fort épaisse; la tunique interne étoit pleine de rides & de plis, fort mince dans quelques endroits, & fort épaisse dans d'autres; en particulier autour de l'ori-

l'orifice de l'artère déchirée cette tunique étoit fort dure & presque cartilagineuſe.

Le cœur même n'étoit pas exempt d'anevriſme ; on le trouvoit dilaté dans toutes ſes parties : ſa ſituation n'étoit pas naturelle, car la pointe deſcendoit jusques vers la ſixième & ſeptième côte du côté gauche. Sa figure avoit auſſi ſouffert de l'altération, n'étant pas conique, mais ronde ; la largeur ſurpaſſoit la longueur, & il étoit composé de fibres pâles extrèmement dilatées. Le ventricule gauche paroiſſoit fort anevriſmatique, au point qu'il ſurpaſſoit un peu la cavité du ventricule droit. Celle-ci étoit presque naturelle, quoiqu'elle eut un peu plus de capacité qu'à l'ordinaire. L'oreillette droite ſe trouva pareillement dilatée & anevriſmatique ; la gauche étoit naturelle. Pl. IV. g. h. & Pl. V. m. n.

La tunique intérieure du cœur étoit d'une ſi grande ſubtilité que l'attouchement le plus leger ſuffiſoit pour la déchirer, & la détacher des fibres muſculaires qui ſont deſſous. Toutes les fibres muſculaires, tant des ventricules que de l'oreillette droite, avec les colomnes & les mammelons charnus, étoient d'une grande pâleur, flasques, & il n'y avoit presque point de ſang. On appercevoit aux deux ventricules du cœur un polype qui n'étoit pas fort grand, avec cette différence cependant, que celui du ventricule droit avoit plus de force, de tenacité, & embraſſoit plus étroitement les mammelons charnus.

Deux des valvules ſèmi-lunaires de l'aorte étoient oſſeuſes, ſurtout à leurs cornes ; la troiſième au contraire étoit naturelle. Le cercle duquel ſortent les valvules mitrales étoit plus dur qu'à l'ordinaire ; car il paroiſſoit avoir quelque choſe de cartilagineux. Les valvules ſèmi-lunaires de l'artère pulmonale étoient un peu plus grandes que dans l'état naturel ; mais il n'y avoit rien de contraire à la Nature dans les valvules tricuſpidales.

Le trou ovale du cœur n'étoit pas tout à fait bouché ; il étoit reſté dans ſon bord une petite ouverture oblongue. La corne gauche de ce trou étoit fort épaiſſe, repréſentant la figure d'un lezard;

&

& la membrane même qui bouchoit le trou ovale, avoit l'air d'un réseau.

Pour venir à présent aux causes de cet horrible anevrisme, on peut en alléguer deux, dont l'une est prise de ce que ce misérable étoit occupé le plus souvent à remuer, avec trois autres hommes, un tonneau rempli de sucre, du poids de plus de quatorze quintaux, étant obligé de l'élever sur l'épaule droite, & de le soutenir un peu de temps dans cette situation. Or, pour soutenir un poids de cette grandeur, il faut que tous les muscles se roidissent au dernier point, & concourent au mouvement avec la plus grande force. Un semblable mouvement met obstacle au cours du sang, empêchant qu'il ne puisse passer du cœur & des grands troncs des vaisseaux, dans les fibres musculaires. Ce sang s'arrête donc dans les grands troncs des vaisseaux, qui souffrent la plus véhémente distension, l'élasticité de leurs fibres se détruit, la cohésion de leurs tuniques diminue; & c'est de cette maniere que l'artère, après s'être dilatée, devient anevrismatique.

Avec cela, il n'y a point d'homme qui puisse élever un grand poids, sinon dans le tems de l'inspiration & avec un violent effort; par un tel effort tous les muscles qui servent à dilater le thorax dans les plus grandes inspirations sont mis dans un extrème mouvement; tandis que d'un autre côté l'air raréfié dans les cellules pulmonaires les comprime avec une grande force, aussi bien que plusieurs milliers de petits vaisseaux qui sont répandus dans ces cellules. Ces vaisseaux étant ainsi comprimés, la circulation du sang ne sauroit s'y faire, parce qu'ils opposent une très grande résistance au sang qui arrive de l'artère pulmonale. Par conséquent tout le sang s'accumule devant l'artère pulmonale, & à la partie droite du cœur; le sang des veines ne peut se décharger dans le ventricule droit du cœur, & le sang des artères, empêché de se rendre dans les veines, s'arrête dans les artères. Le cœur employe toute sa force pour surmonter la résistance des artères, & pousse surtout le sang vers l'aorte; d'où résulte que l'action de ces deux puissances contraires affoiblit

blit les tuniques de l'aorte, au point qu'elle peut aisément se dilater & devenir anevrismatique. Cette dilatation a dû se faire surtout à l'arc de l'aorte, parce que dans cet endroit l'aorte est moins robuste, & parce que la force du cœur est la plus grande vers l'arc; en sorte que ses tuniques plus foibles & moins élastiques ont été nécessairement obligées de céder à l'extrème force du cœur (*).

Qu'il puisse se former des anevrismes dans les cas où il s'agit de porter d'énormes fardeaux, c'est ce que *Manget* a déjà affirmé (**); & l'illustre M. *de Swieten*, qui peut tenir lieu de tous les autres, dit dans ses Commentaires (***), „ que les chevaux, qui dans les gran„ des Villes marchandes, tirent de fort grands poids, & sont obligés „ de monter des hauteurs glissantes, ayant leurs fers garnis de poin„ tes, ont le plus souvent aux jambes de derrière des anevrismes & „ des tumeurs variqueuses des veines; accident qui arrive aussi fré„ quemment aux portefaix. „

L'autre cause, qui a principalement donné lieu à l'anevrisme faux, doit être cherchée dans le sang même & dans les humeurs du malade. En effet il y avoit en lui abondance de sang cacochymique & acre; & ce sang ayant pu ronger aisément les fibres de l'aorte foibles & dilatées, a produit dans l'aorte même une ouverture aussi grande que l'étoit celle que nous avons décrite. Ce même sang tendant à la pourriture, a été poussé par la force extrèmement violente du cœur, de l'artère déchirée vers le sternum, & a rongé insensiblement son manche & les parties voisines; ce qui a pu arriver d'autant plus aisément, que la substance du sternum étant spongieuse, & couverte seulement d'une croûte osseuse mince, se trouve par là fort sujette à la destruction.

Il

(*) Voyez *Schreiber Almagest. Medic.* p. 249.

(**) *Biblioth. Chirurg.* L. I. p. 88. (***) Tom. I. p. 180.

Il paroit à la vérité impossible de comprendre, comment cet anevrisme a pû détruire les os mêmes, & causer un aussi grand ravage; mais, quand on fait attention à l'extrème impétuosité du cœur & du sang contre une partie aussi foible que le sternum, & qu'on y joint l'acrimonie du sang & des humeurs, il est alors aisé de s'appercevoir qu'une semblable destruction du sternum a dû s'ensuivre nécessairement, surtout vû que la force du cœur étoit considérablement augmentée à cause de la résistance du sang extravasé.

Le célébre *Ruysch* a fait mention (*) de deux anevrismes de l'aorte, où le sternum & les côtes avoient été rongés & presque réduits à rien; & *Albertinus* (**) dit, que la pulsation de l'anevrisme est quelquefois si grande, qu'elle souleve les côtes, les clavicules, & l'os de la poitrine, les brise, & ronge les vertébres; pour passer sous silence d'autres exemples, entr'autres celui qu'on trouve rapporté dans les Mémoires de l'Académie Impériale de Petersbourg. (***). *Lancisius*, dans son excellent Traité sur le cœur & les anevrismes (****), a démontré que les anevrismes peuvent être causés par des humeurs rongeantes.

Un sang de cette nature, extravasé, & rendu putride par la stagnation, a fait le commencement du faux anevrisme: car l'action très forte de l'aorte a chassé le sang du sternum rongé; ce sang coagulé s'étant peu à peu accumulé, a produit à la fin une masse si épouvantable. Ce même anevrisme faux a empêché que le sang ne pût jaillir tout à la fois avec impétuosité de l'aorte déchirée, & tuer subitement ce misérable: car, pesant de tout son poids sur l'aorte, il en a bouché le trou; ce qui n'a pas permis au sang de sortir rapidement de l'aorte déchirée.

Ce-

(*) *Observat. Anat. & Chirurg.* Obs. 37. & 38. (**) *Comment. Bonon.* p. 385.
(***) T. III. p. 401. (****) Chap. III. p. 250.

Cependant, comme la peau dont la poitrine étoit couverte extérieurement, avoit été rendue fort mince par l'extenſion prèternaturelle qu'elle avoit ſouffert, elle n'avoit pu réſiſter davantage à cette extenſion, & s'étant enfin rompue, il en réſulta cette énorme hémorrhagie, qui précéda la mort de trois jours, lorsque le ſang ſortant du ventricule gauche du cœur, & chaſſé par l'extrème force du cœur & de l'aorte, ſe fut fait jour deſſous & à travers la maſſe coagulée.

Nous n'avons aucun lieu d'être ſurpris, de ce que le cœur même, & le ventricule gauche, ſont devenus anevriſmatiques; car la grande maſſe de l'anevriſme faux comprimant l'aorte, retenoit le ſang dans le ventricule gauche, & l'empêchoit de couler librement dans l'aorte. Ce ventricule employoit la plus grande force pour chaſſer le ſang qui y croupiſſoit, & cette force jointe à la diaſtole prèternaturelle du ventricule, en avoit fort affoibli les fibres, & ſa cavité ſe trouvoit dilatée par là, d'autant plus que deux des valvules de l'aorte étoient devenues oſſeuſes. Le grand deſordre arrivé dans la circulation du ſang, avoit pareillement endommagé le ventricule droit, avec les vaiſſeaux qui ſortoient de l'aorte; & toutes les fibres muſculaires du cœur ſouffroient à cauſe de cela une extrème dilatation.

La même circulation dérangée ne permettoit pas que le ſang parvint aſſez librement du ſinus pulmonal dans le ventricule gauche; c'eſt ce qui avoit rendu ſi difficile le paſſage du ſang par les poumons, auſſi bien que la reſpiration. Les autres ſymptômes rapportés ci-deſſus peuvent aiſément être expliqués par tout ce que nous avons dit.



EXPLICATION DES FIGURES.

Planche I.

a. a. a. L'anevrisme faux, dans son état naturel.
b. Sa corne droite.
c. Sa corne gauche.
d. Le trou par le quel le sang coula en grande abondance trois jours avant la mort.

Planche II.

a. a. a. L'anevrisme faux, dans sa situation naturelle, par devant.
b. Son trou.
c. La mammelle droite.
d. La mammelle gauche.

Planche III.

a. a. a. a. Le sternum détruit.
b. b. Les extrémités sternales des clavicules.
c. Le petit morceau du sternum carieux, attaché à la clavicule droite.
d. d. Les premieres côtes.
e. e. Les secondes côtes.
f. f. Les troisièmes côtes.
g. g. Le trou dans l'aorte.
h. h. Les plis de l'aorte.
i. i. i. La tunique interne de l'aorte, que des ulceres avoient comme rongée en quelques endroits.
k. L'orifice du tronc commun.
l. L'orifice de la carotide gauche.
m. L'orifice de la souclaviere gauche.

Planche IV.

a. a. a. L'anevrisme vrai de l'aorte, vû par sa face antérieure.
b. b. b. Le bord de l'aorte déchirée.
c. Le petit anevrisme.
d. L'artère pulmonale.
e. Le conduit artèriel.
f. Les veines pulmonales.
g. Le ventricule droit du cœur.
h. Le ventricule gauche.
i. L'oreillette droite.
k. La veine cave supérieure.
l. Une partie de l'oreillette gauche.
m. m. Les poûmons, exprimés en passant.

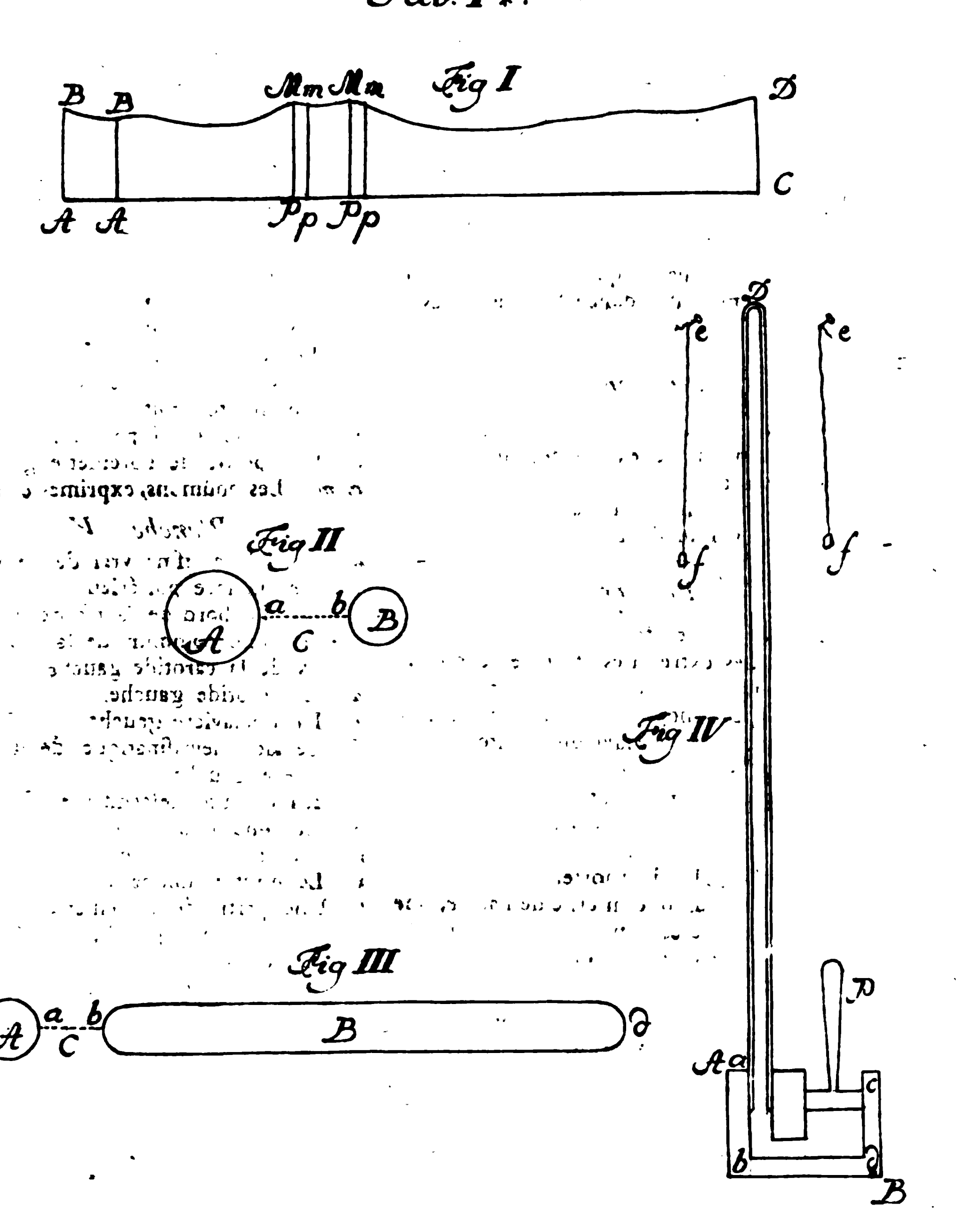
Planche V.

a. a. a. L'anevrisme vrai de l'aorte, vû par sa face postérieure.
b. b. b. Le bord de l'aorte déchirée.
c. Le tronc commun de la souclaviere & de la carotide gauche.
d. La carotide gauche.
e. La souclaviere gauche.
f. Le sac anevrismatique de la souclaviere gauche.
g. L'aorte dite descendente.
h. Le conduit artèriel.
i. L'artère pulmonale.
k. Le sinus pulmonal.
l. Une partie de l'oreillette gauche.
m. Le ventricule gauche du cœur.
n. La pointe du cœur.
o. La veine cave inférieure.
p. Le poûmon droit.
q. Le poûmon gauche,



MÉMOI-

Tab. I*.


Fig I
B
B
Mm
Mm
D
C
A
A
Pp
Pp
Fig II
a
b
A
B
C
Fig III
A
a
b
C
B
d
Fig IV
D
e
f
e
f
D
Aa
c
b
d
B

J. C. H. sc.



Mem de l'Acad Tom XIII. p. 172.

J. C. Frisch. sc.

Tab. II.
ad pag. 162.

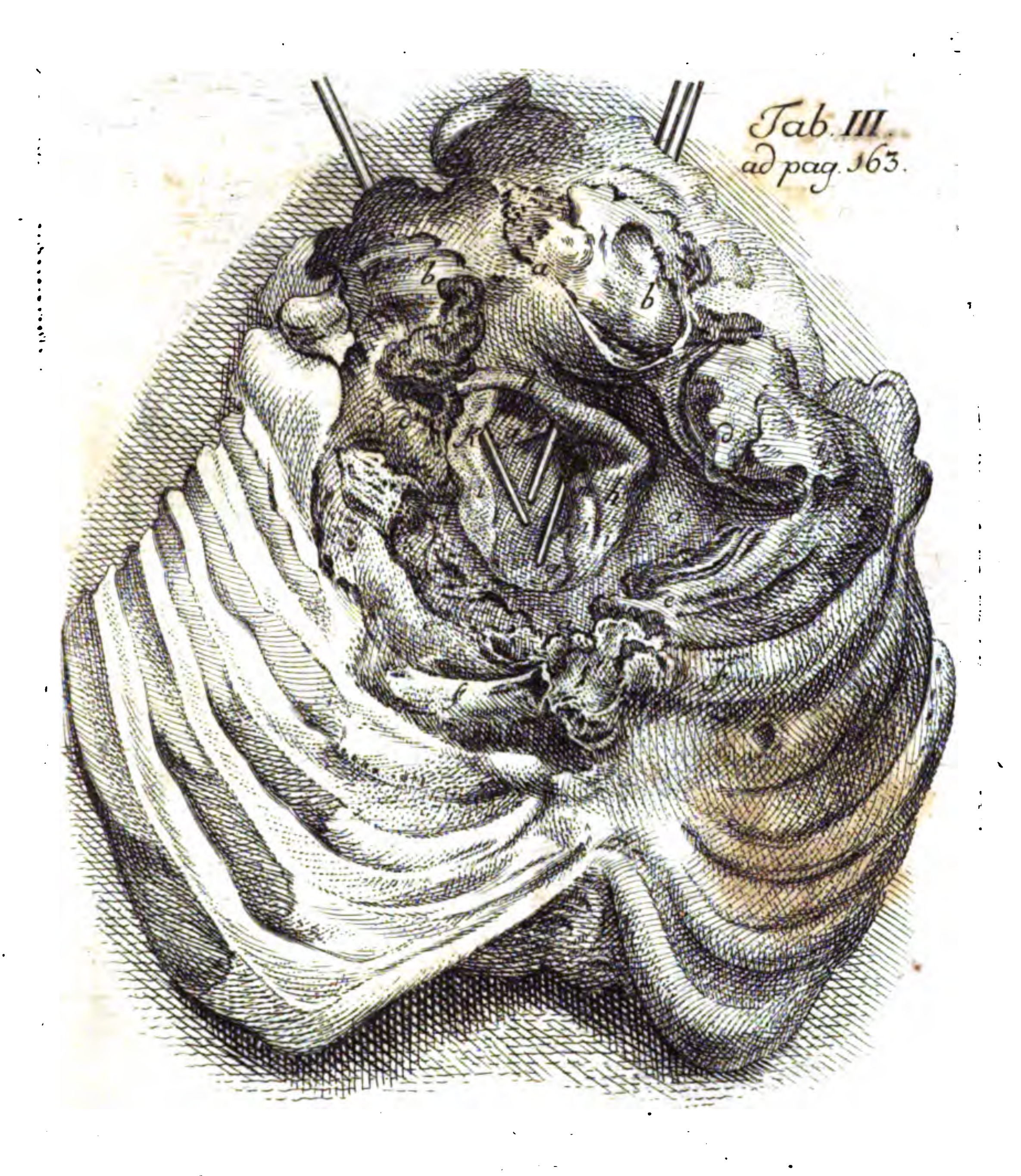
a

a

a

Mem. de l'Acad. Tom. XIII. p. 172.

J. C. Fr. sc.



Mem de l'Acad Tom. XIII. p. 172.

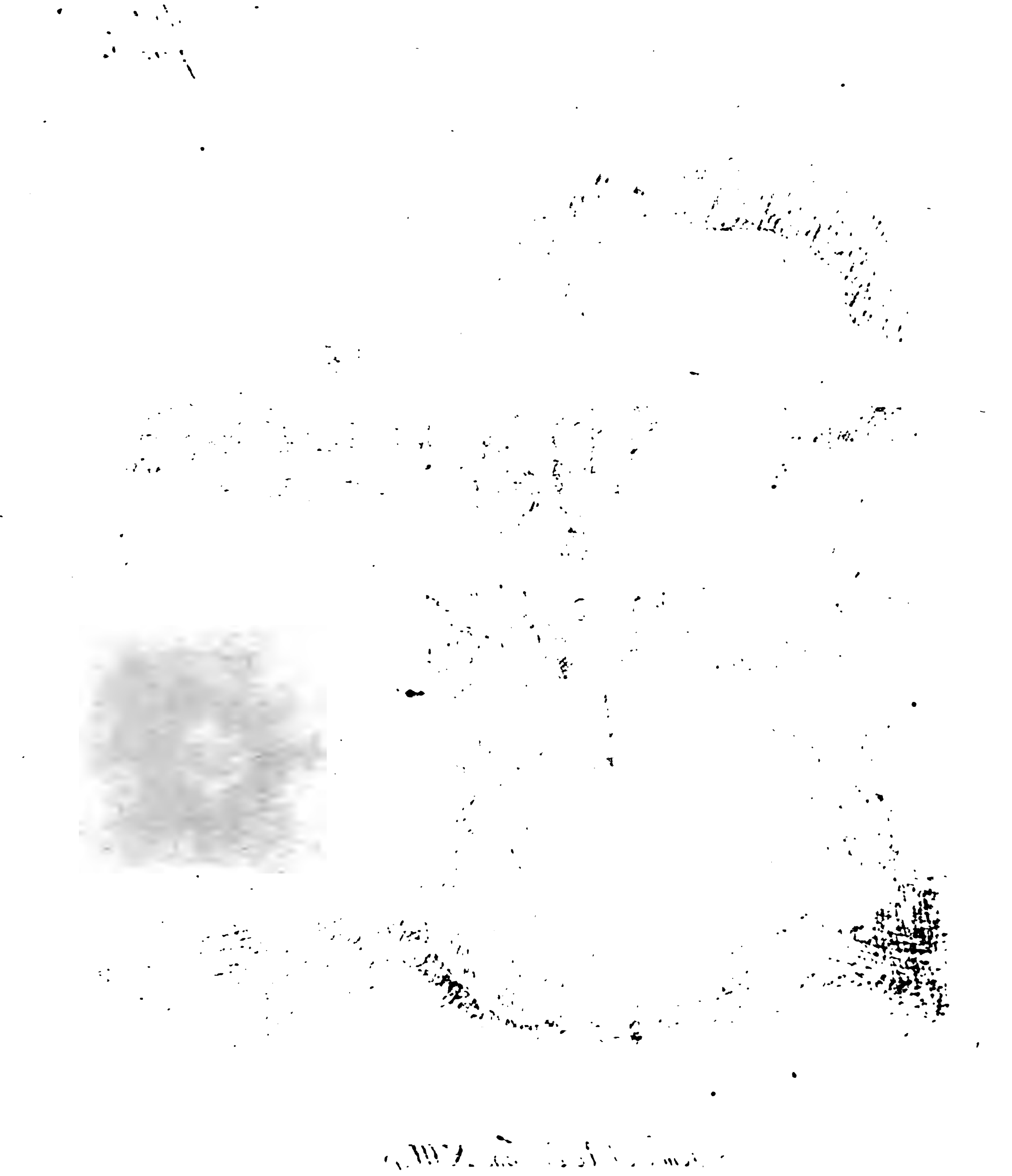
J. C. H. sc.

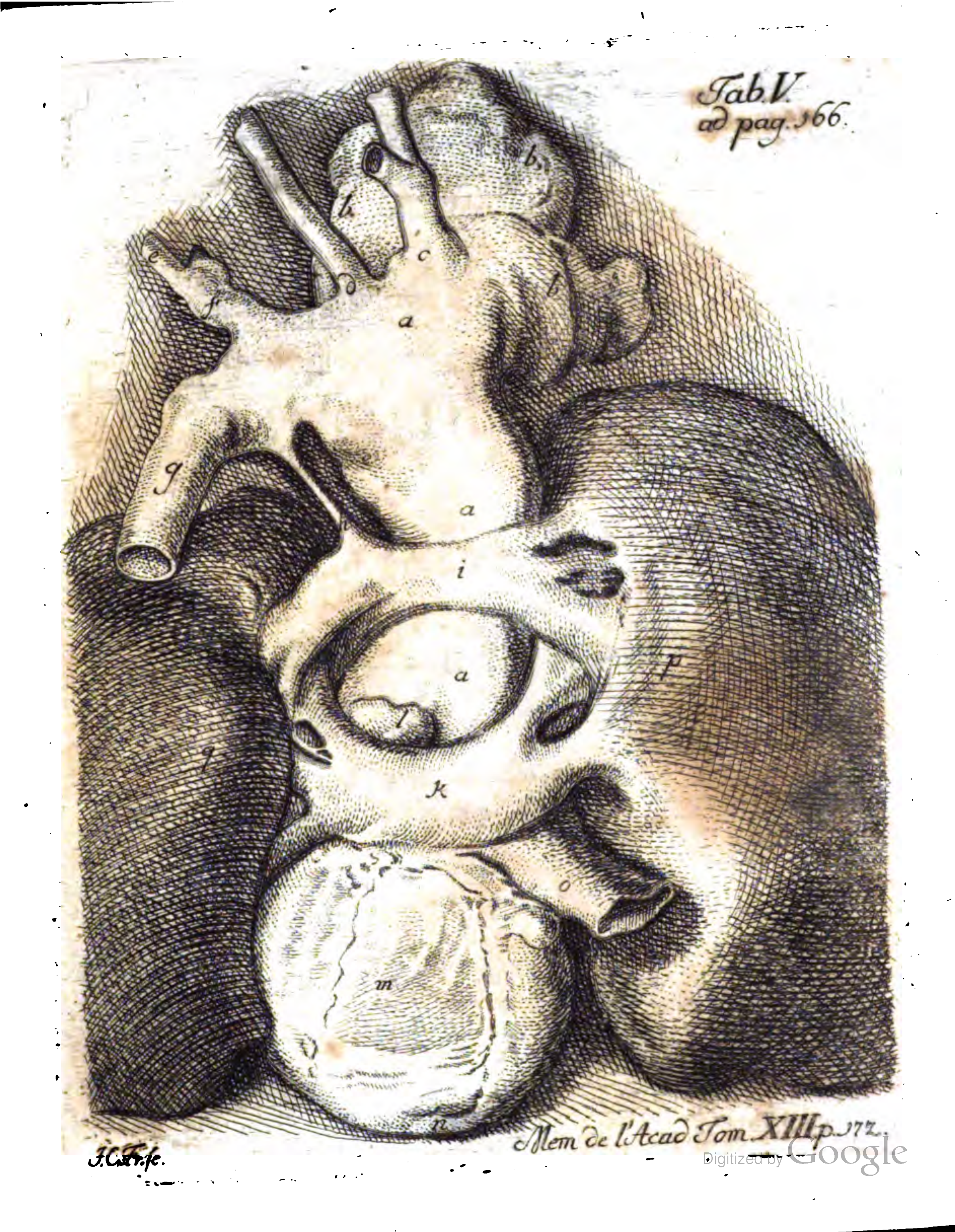
Tab IV
ad pag. 165.



Mem de l'Acad Tom. XIII. p. 172.

J.C.Fr. sc.

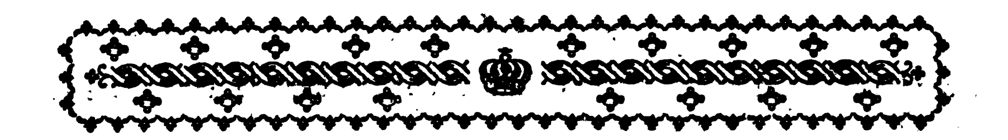



Tab.V.
ad pag. 166.
a
b
c
d
e
f
g
i
k
l
m
n
o
p
q
Mem de l'Acad Tom. XIII p. 172.
J.C. ... fe.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHEMATIQUE.

* * *



RECHERCHES
SUR LA DÉCLINAISON DE L'AIGUILLE AIMANTÉE.
PAR M. EULER.

La Carte que feu M. *Halley* a donnée sur la déclinaiſon de l'aiguille aimantée eſt trop connue, pour que j'aye beſoin d'en donner une deſcription détaillée. On y voit d'abord deux lignes courbes, qui paſſent par les endroits de la Terre, où la déclinaiſon a été nulle au commencement de ce ſiècle, pour lequel tems cette Carte fut dreſſée. Enſuite elle contient auſſi des lignes tirées par les endroits, où la declinaiſon fut alors de 5°, ou de 10°, ou de 15° &c. tant vers l'eſt que vers l'oüeſt. Comme cette Carte n'eſt fondée que ſur des obſervations, elle offre un très important ſujet à la Théorie, pour rendre raiſon de la figure de ces lignes, qui au premier coup d'oeil paroiſſent extrèmement bizarres. Or tous ceux qui ont entrepris cette recherche, furent bientôt obligés de l'abandonner par les difficultés presque inſurmontables, qu'ils y ont rencontrées. La principale cauſe n'étoit pas tant la figure bizarre des lignes Halleyennes, qui ne ſemble ſusceptible d'aucune loi geomètrique, que la perſuaſion, où l'on étoit par l'autorité de M. *Halley*, que les phénomenes de la déclinaiſon magnétique étoient cauſés par quatre poles magnétiques, qui ſe trouvoient dans les entrailles de la Terre, dont il avoit ſuppoſé deux fixes & deux mobiles, pour ren-

rendre raison des changemens, qu'on observe avec le tems dans la déclinaison du même endroit.

Si nous étions bien assurés, qu'il y eut effectivement quatre poles magnétiques dans la Terre, comme on le croit généralement sur l'autorité de M. *Halley*, je conviens qu'une telle entreprise seroit trop hardie du moins pour l'état présent de nos connoissances, puisque la force directrice, dont deux ou plusieurs aimants agissent à la fois sur une aiguille, nous est encore tout à fait inconnue : & il vaudroit sans doute mieux d'abandonner d'abord cette entreprise, que de la fonder sur des hypotheses arbitraires. Il y a aussi grande apparence, que quand même on connoitroit à fond l'action simultanée de deux aimants sur une aiguille, le dévelopement demanderoit des calculs trop compliqués. Mais, avant que nous renoncions tout à fait à cette recherche, il faudroit examiner plus soigneusement, si la raison, pourquoi M. *Halley* a établi quatre poles dans la Terre, est bien solide: car, en cas que la Terre n'eut que deux poles magnétiques, le problême se réduiroit à la pure Geomètrie. Or la principale & l'unique raison, que M. *Halley* apporte pour établir quatre poles magnétiques, se réduit à ce raisonnement :

Si la Terre n'avoit que deux poles magnétiques, sous chaque méridien la boussole devroit décliner par tout en même sens, ou vers l'est ou vers l'oüest.

Mais on a observé que sous le méridien, qui passe par la baye de Hudson & les côtes du Bresil, la déclinaison étoit occidentale dans la baye de Hudson & orientale sur les côtes du Bresil, & même fort grande dans l'un & l'autre endroit.

D'où il s'ensuit, que deux poles magnétiques ne sont pas suffisans pour expliquer les phénomenes de la déclinaison.

Pour examiner la force de ce raisonnement, je remarque d'abord, que, si les deux poles magnétiques étoient diamètralement opposés, il ne

ne ſauroit arriver, que ſous un même méridien la déclinaiſon fut quelque part orientale, & dans un autre endroit occidentale. Mais, dès que les deux poles magnétiques ne ſont plus diamètralement oppoſés l'un à l'autre, la premiere propoſition perd toute ſa force, & il peut alors fort bien arriver, que ſous un même méridien la déclinaiſon ſoit quelque part orientale, & en d'autres endroits occidentale. Comme je prouverai cela indubitablement dans la ſuite, il me ſera permis de regarder l'hypotheſe de quatre poles magnétiques comme fort douteuſe; & avant qu'on ait très évidemment prouvé, que deux poles magnétiques ne ſont pas ſuffiſans pour expliquer les phénomenes de la declinaiſon magnétique, ce ſeroit contre les régles d'une bonne Phyſique ſi l'on vouloit recourir à quatre poles. Après cette remarque, voilà un probleme bien important, qui eſt de déterminer la déclinaiſon de l'aiguille aimantée pour tous les lieux de la terre, lorsque les deux poles magnétiques ne ſont pas diamètralement oppoſés. Pour mieux épuiſer ce probleme, qui eſt, comme on verra, d'une fort grande étendue, & qui renferme des recherches très curieuſes, je commencerai par conſidérer le cas, où les deux poles magnétiques ſont diamètralement oppoſés; enſuite je les ſuppoſerai en deux méridiens oppoſés, mais non pas également éloignés des poles de la Terre. En troiſième lieu, je les ſuppoſerai dans un même méridien; & enfin quatrièmement, en deux méridiens différens, d'où je partagerai mes recherches en quatre Sections. Si la Terre n'a que deux poles magnétiques, comme j'eſpère de le prouver, ces quatre cas peuvent devenir également intéreſſans; car, puisqu'il eſt certain, que ces poles changent de place avec le tems, il eſt poſſible que chaque cas ait déjà exiſté, ou qu'il aura un jour lieu.

PRE-

PREMIERE SECTION.

Les deux Poles magnétiques de la Terre étant diamètralement opposés.

I.

Comme cette recherche, de même que les ſuivantes, demandent la réſolution analytique des triangles ſphériques, il ſera bon d'en mettre les formules devant les yeux, afin qu'on n'ait pas beſoin de les chercher ailleurs. Je commencerai donc par les triangles rectangles; marquant les trois angles par les lettres A, B, C dont C eſt ſuppoſé droit, & les côtés qui leur ſont oppoſés par les lettres *a*, *b*, *c*, dont *c* ſera l'hypotenuſe. Les régles pour la réſolution ſont contenuës dans les Lemmes ſuivans.

Fig. 1.

LEMME 1.

II. L'hypothenuſe *c* avec un cathete *a* d'un triangle ſphérique ABC étant donnés, trouver l'autre cathete *b* avec les angles A & B.

RESOLUTION.

I. $\cos b = \frac{\cos c}{\cos a}$; II. $\sin A = \frac{\sin a}{\sin c}$; III. $\cos B = \frac{\tang a}{\tang c}$.

LEMME 2.

III. Les deux cathetes *a* & *b* d'un triangle rectangle ſphérique étant donnés, trouver l'hypotenuſe *c* avec les angles A & B.

RÉSOLUTION.

I. $\cos c = \cos a \cos b$; II. $\tang A = \frac{\tang a}{\sin b}$; III. $\tang B = \frac{\tang b}{\sin a}$.

LEMME 3.

IV. L'hypotenuſe *c*, avec un des angles A d'un triangle rectangle ſphérique, étant donnés, trouver l'autre angle B avec les cathetes *a* & *b*.

RESO-

RÉSOLUTION.

I. $\cot. B = \cos c \tan A$; II. $\sin a = \sin c \sin A$; III. $\tan b = \tan c \cos A$.

LEMME 4.

V. Un cathete *a* avec l'angle, qui lui eſt oppoſe A, d'un triangle rectangle ſphérique, étant donnés, trouver l'hypotenuſe *c*, & l'autre cathete *b*, avec l'angle, qui lui eſt oppoſé B.

RÉSOLUTION.

I. $\sin c = \frac{\sin a}{\sin A}$; II. $\sin b = \frac{\tan a}{\tan A}$; III. $\sin B = \frac{\cos A}{\cos a}$.

LEMME 5.

VI. Un cathete *a* avec l'angle B, qui lui n'eſt pas oppoſé, d'un triangle ſphérique rectangle, étant donnés, trouver l'hypotenuſe *c*, & l'autre cathete *b* avec l'angle A.

RÉSOLUTION.

I. $\tan c = \frac{\tan a}{\cos B}$; II. $\tan b = \sin a \tan B$; III. $\cos A = \cos a \sin B$.

LEMME 6.

VII. Les deux angles A & B d'un triangle rectangle ſphérique étant donnés, trouver l'hypotenuſe *c* avec les deux cathetes *a* & *b*.

RÉSOLUTION.

I. $\cos c = \cot. A \cot B$; II. $\cos a = \frac{\cos A}{\sin B}$; III. $\cos b = \frac{\cos B}{\sin A}$.

VIII. Soit maintenant ABC un triangle ſphérique quelconque, dont les angles ſoient indiqués par les lettres A, B, C, & les côtés entant qu'ils leur ſont oppoſés par les lettres *a*, *b*, *c*. Les réſolutions de tous les cas ſe reduiſent aux Lemmes ſuivans.

LEMME 7.

IX. Dans un triangle ſphérique quelconque, les trois côtés *a*, *b*, *c* étant donnés, trouver les angles A, B, C.

RÉSOLUTION.

I. $\text{coſ}\, A = \dfrac{\text{coſ}\, a - \text{coſ}\, b \,.\, \text{coſ}\, c}{\text{ſin}\, c \,.\, \text{ſin}\, b}$

II. $\text{coſ}\, B = \dfrac{\text{coſ}\, b - \text{coſ}\, a \,.\, \text{coſ}\, c}{\text{ſin}\, a \,.\, \text{ſin}\, c}$

III. $\text{coſ}\, C = \dfrac{\text{coſ}\, c - \text{coſ}\, a \,.\, \text{coſ}\, b}{\text{ſin}\, a \,.\, \text{ſin}\, b}$

LEMME 8.

X. Dans un triangle ſphérique quelconque, les trois angles A, B, C étant donnés, trouver les côtés *a*, *b*, *c*.

RÉSOLUTION.

I. $\text{coſ}\, a = \dfrac{\text{coſ}\, A + \text{coſ}\, B \,.\, \text{coſ}\, C}{\text{ſin}\, B \,.\, \text{ſin}\, C}$

II. $\text{coſ}\, b = \dfrac{\text{coſ}\, B + \text{coſ}\, A \,.\, \text{coſ}\, C}{\text{ſin}\, A \,.\, \text{ſin}\, C}$

III. $\text{coſ}\, c = \dfrac{\text{coſ}\, C + \text{coſ}\, A \,.\, \text{coſ}\, B}{\text{ſin}\, A \,.\, \text{ſin}\, B}$

LEMME 9.

XI. Dans un triangle ſphérique quelconque, deux côtés *a* & *b* avec l'angle C compris entr'eux, étant donnés, trouver le troiſième côté *c* avec les deux autres angles A & B.

RÉSOLUTION.

I. $\text{coſ}\, c = \text{coſ}\, a \,.\, \text{coſ}\, b + \text{ſin}\, a\, \text{ſin}\, b\, \text{coſ}\, C$

II. $\text{tang}\, A = \dfrac{\text{ſin}\, a\, \text{ſin}\, C}{\text{coſ}\, a\, \text{ſin}\, b - \text{ſin}\, a\, \text{coſ}\, b\, \text{coſ}\, C}$

III. $\text{tang}\, B = \dfrac{\text{ſin}\, b\, \text{ſin}\, C}{\text{coſ}\, b\, \text{ſin}\, a - \text{ſin}\, b\, \text{coſ}\, a\, \text{coſ}\, C}$

LEMME 10.

XII. Dans un triangle ſphérique quelconque, deux angles A & B avec le côté compris entr'eux c étant donnés, trouver le troiſième angle C avec les deux autres côtés a & b.

RÉSOLUTION.

$$\text{I.}\quad \operatorname{cof} C = \operatorname{cof} c.\ \operatorname{fin} A.\ \operatorname{fin} B - \operatorname{cof} A.\ \operatorname{cof} B$$

$$\text{II.}\quad \operatorname{tang} a = \frac{\operatorname{fin} A \operatorname{fin} c}{\operatorname{cof} A \operatorname{fin} B + \operatorname{fin} A \operatorname{cof} B \operatorname{cof} c}$$

$$\text{III.}\quad \operatorname{tang} b = \frac{\operatorname{fin} B \operatorname{fin} c}{\operatorname{cof} B \operatorname{fin} A + \operatorname{fin} B \operatorname{cof} A \operatorname{cof} c}$$

LEMME 11.

XIII. Dans un triangle ſphérique quelconque, deux côtés a & b avec les angles A & B, qui leur ſont oppoſés, étant donnés trouver le troiſième côté c avec le troiſième angle C.

Il faut ici remarquer, qu'il ſuffit, que des quatre élémens a, b, & A, B trois ſoient donnés, puiſqu'on a toujours $\operatorname{fin} a : \operatorname{fin} A = \operatorname{fin} b : \operatorname{fin} B$.

RÉSOLUTION.

$$\text{I.}\quad \operatorname{tang} c = \frac{\operatorname{fin} a \operatorname{fin} A - \operatorname{fin} b \operatorname{fin} B}{\operatorname{cof} a \operatorname{fin} A \operatorname{cof} B - \operatorname{cof} b \operatorname{cof} A \operatorname{fin} B}$$

$$\text{ou}\quad \operatorname{fin} c = \frac{\operatorname{fin} a \operatorname{fin} A - \operatorname{fin} b \operatorname{fin} B}{\operatorname{cof} a \operatorname{cof} A \operatorname{fin} B - \operatorname{cof} b \operatorname{fin} A \operatorname{cof} B}$$

$$\text{II.}\quad \operatorname{tang} C = \frac{\operatorname{fin} a \operatorname{fin} A - \operatorname{fin} b \operatorname{fin} B}{\operatorname{cof} a \operatorname{fin} b \operatorname{cof} B - \operatorname{fin} a \operatorname{cof} b \operatorname{cof} A}$$

$$\text{ou}\quad \operatorname{fin} C = \frac{\operatorname{fin} a \operatorname{fin} A - \operatorname{fin} b \operatorname{fin} B}{-\operatorname{cof} a \operatorname{fin} b \operatorname{cof} A + \operatorname{fin} a \operatorname{cof} b \operatorname{cof} B}$$

PROBLEME I.

Fig. 2. XIV. *La position des poles magnétiques* A & B *à l'égard des poles de la terre* P & p *étant donnée, déterminer, pour un lieu quelconque de la terre* L *la déclinaison de la bouſſole.*

SOLUTION.

Soit P le pole arctique, & p l'antarctique de la terre: que le pole magnétique boreal ſe trouve en A, & le méridional qui lui eſt diamètralement opposé en B. Qu'on tire un méridien P Ap, qui étant continué paſſe par les deux poles magnétiques; & j'enviſagerai ici comme le premier méridien, celui PAp, qui paſſe par le pole magnétique boreal. Puisqu'on ſuppoſe donnée la poſition de ces poles, & que les arcs AP & Bp ſont égaux, je poſe $AP = Bp = a$. Soit maintenant un lieu quelconque de la terre L, par lequel faiſant paſſer le méridien PLp, ſoit ſa longitude exprimée par l'angle $APL = q$, & ſa diſtance au pole arctique ou l'arc $PL = p$. Qu'on tire auſſi par L & les poles magnétiques A & B le grand cercle ALB, & il eſt clair que l'aiguille aimantée en L doit ſuivre la direction de ce grand cercle; de ſorte que l'angle PLA en marque la déclinaiſon, qui ſelon la figure ſera orientale, en ſuppoſant l'orient vers E & l'occident vers F: où il faut remarquer que je compterai toujours la longitude ou l'angle APL vers l'oüeſt. On aura donc dans le triangle ſphérique APL les deux côtés $AP = a$; $PL = p$, avec l'angle compris $APL = q$; d'où l'on trouvera l'angle PLA, ou la déclinaiſon magnétique. Donc, ſi nous poſons cette déclinaiſon $= \delta$ entant qu'elle eſt ſuppoſée orientale, on aura

$$\text{tang}\,\delta = \frac{\text{ſin}\,a\ \text{ſin}\,q}{\text{coſ}\,a\ \text{ſin}\,p - \text{ſin}\,a\ \text{coſ}\,p\ \text{coſ}\,q}$$

d'où l'on connoitra pour tous les lieux de la terre la déclinaiſon magnétique.

CO-

COROLL. 1.

XV. Tant que la valeur de cette formule est positive, la déclinaison sera orientale: mais, si elle devient négative, l'angle δ devenant aussi négatif, marquera une déclinaison occidentale.

COROLL. 2.

XVI. Or l'angle δ ne sauroit devenir négatif, à moins qu'on ne prenne l'angle q plus grand que de 180°; car, tant que sin q, est positif, la déclinaison est partout tournée vers l'Est, comme l'on voit par la figure. Car, quoique le dénominateur devienne négatif, cette négation se rapporte au cosinus de l'angle δ, qui surpassera alors 90°.

COROLL. 3.

XVII. Dans le premier méridien PEp, où $q = 0$, il y aura partout tang $\delta = 0$, donc ou $\delta = 0$ ou $\delta = 180°$. Or il est évident, que partout l'arc AP la déclinaison sera nulle: mais dans l'intervalle AP, où le bout méridional de l'aiguille est tourné vers P, la déclinaison doit être censée de 180°.

COROLL. 4.

XVIII. Il en est de même du méridien opposé PFp, qui passe par l'autre pole magnétique B, où par toute l'étendue de l'arc PFB la déclinaison est $= 0$, & par l'intervalle Bp de 180°. Partout ailleurs, où sin q n'est pas $= 0$, la déclinaison ne sauroit évanouir.

COROLL. 5.

XIX. Dans cette hypothése donc, la ligne où il n'y a point de déclinaison, est composée des méridiens PEp & PFp, si nous y comprenons aussi les endroits où la déclinaison est de 180°: que le calcul représente conjointement.

COROLL. 6.

XX. Pour calculer plus promtement la déclinaison, on n'a qu'à chercher un angle t, en sorte que tang t = tang a cos q, & alors on aura tang $\delta = \frac{\text{tang } q \ \text{fin } t}{\text{fin } (p - t)}$.

1. REMARQUE.

XXI. Il ſemble douteux dans les cas, où l'expreſſion trouvée pour tang δ devient négative, s'il faut alors prendre l'angle δ négatif, ou plus grand que de 90°, puisque deux angles $-\Phi$. & $180° - \Phi$, ont la même tangente négative. Mais toute équivoque évanouira dabord, ſi l'on procede par degrés en cherchant la déclinaiſon: car alors, quand la valeur de tang δ devient négative après avoir paſſé par o, l'angle δ eſt certainement négatif: mais ſi tang δ de poſitif devient négatif en paſſant par l'infini, où l'on a $\delta = 90°$, alors on eſt bien aſſuré, que l'angle δ eſt obtus.

2. REMARQUE.

XXII. Sous un même méridien, les quantités q & t demeurant les mêmes, la déclinaiſon magnétique δ eſt fort variable. Car ſi $p = t$, on aura $\delta = 90°$, & où $p < t$, la déclinaiſon eſt encore plus grande. Or ſi $p > t$, la déclinaiſon décroit jusqu'à ce qu'il devienne $p - t = 90°$ où elle doit être la plus petite, & augmentera de nouveau dès qu'on prend $p + t > 90°$. Cet endroit où la déclinaiſon eſt la plus petite ſous le même méridien, mérite une recherche particuliere, à laquelle le problême ſuivant eſt deſtiné. D'ailleurs il eſt bien clair, que dans cette hypothéſe il eſt impoſſible, que ſous un même méridien la déclinaiſon ſoit orientale & occidentale à la fois; comme M. *Halley* l'a obſervée ſous le méridien de la baye de Hudſon: & ſi la même impoſſibilité avoit lieu en général pour deux poles magnétiques, de quelque maniere qu'ils fuſſent ſitués, nous ſerions bien obligés d'embraſſer le ſentiment de 4 poles magnétiques. Mais le contraire ſera mis hors de doute dans la ſuite.

3. REMARQUE.

XXIII. Il eſt ici fort important d'ajouter une remarque ſur le principe, d'où la ſolution du problême a été tirée. J'ai ſuppoſé du conſentement de tous les Phyſiciens, que la direction de l'aiguille ſuit le grand cercle, qui paſſe par le lieu propoſé aux poles magnétiques. Quel-

Quelqu' évident que paroiſſe ce principe par rapport au cas préſent, il s'en faut beaucoup qu'il ſoit ſi général, qu'on pourroit penſer. Car, dès que les deux poles magnétiques ne ſont plus diamètralement oppoſés, on pourroit bien tirer d'un lieu propoſé quelconque un arc de grand cercle à chaque pole magnétique; mais ces deux arcs feroient un angle enſemble, & il n'y auroit point de raiſon, pourquoi l'un plutôt que l'autre marquât la direction magnétique. D'où je conclus que dans le cas préſent auſſi, où les deux poles magnétiques ſont diamètralement oppoſés, le grand cercle ALB ne marque pas la direction magnétique, parce que ce cercle eſt le plus court chemin du point L à chaque pole magnétique: mais que la raiſon doit être cherchée dans un autre principe. Ce principe ne dépend pas ſans doute de la ſurface de la terre: car, quand même la terre ſeroit couverte d'une croûte quelconque non magnétique, la direction magnétique demeureroit la même. Il faut donc qu'elle dépende uniquement des poles magnétiques, & il eſt évident qu'elle ſera toujours dans un même plan avec les poles magnétiques. C'eſt auſſi la raiſon, pourquoi dans notre cas le grand cercle tiré par les poles magnétiques & le lieu propoſé marque la juſte direction, puiſqu'il repréſente le plan qui paſſe par les poles magnétiques. Donc, en quelque endroit, ſoit hors de la terre, ſoit au dedans, qu'on veuïlle déterminer la direction magnétique, elle ſe trouvera toujours dans le plan tiré par cet endroit propoſé & les poles magnétiques.

PROBLEME II.

XXIV. *Sous chaque méridien de la terre* PLp *determiner le lieu* L, *où la déclinaiſon magnétique eſt la plus petite, les deux poles magnétiques étant diamètralement oppoſés.*

SOLUTION.

Ayant poſé les diſtances $AP = Bp = a$, & pour un lieu quelconque L l'angle $APL = q$, & l'arc $PL = p$, la déclinaiſon en L, qui ſoit $= \delta$. tournant vers l'orient, nous avons trouvé

$$\text{tang } \delta = \frac{\sin a \sin q}{\cos a \sin p - \sin a \cos p \cos q},$$

où il s'agit de déterminer l'arc p ensorte, que cette expression devienne la plus petite. Or on trouvera

$$\cos a \cos p + \sin a \sin p \cos q = 0, \quad \text{ou} \quad \text{tang } p = \frac{-1}{\text{tang } a \cos q}.$$

Pour connoitre mieux cette expression, tirons aussi du triangle sphèrique APL le coté AL, qu'on trouve

$$\cos AL = \cos a \cos p + \sin a \sin p \cos q,$$

d'où l'on voit que la déclinaison sous le méridien PLp est la plus petite là, où $\cos AL = 0$, c'est à dire, où l'arc AL est de $90°$.

Ayant trouvé ce point L, ou $\cos a \cos p + \sin a \sin p \cos q = 0$, on aura pour la plus petite déclinaison

$$\text{tang } \delta = \frac{\sin a \sin p \sin q}{\cos a} = \text{tang } a \sin p \sin q.$$

Mais sachant à présent, que dans le triangle sphèrique APL le côté AL est un quart de cercle, on en tirera cette proportion

$$1 : \sin q = \sin a : \sin \delta \quad \text{donc} \quad \sin \delta = \sin a \sin q,$$

d'où l'on voit que parmi les plus petites déclinaisons de tous les méridiens la déclinaison sera la plus grande dans celui qui est perpendiculaire au méridien PEp, où $q = 90$, ou l'on aura $\delta = a$ & $p = 90°$.

COROLL. 1.

XXV. Donc si nous tirons un grand cercle COD perpendiculaire à l'axe magnétique AB, qui représentera l'équateur magnétique, ce grand cercle coupera tous les méridiens aux points O, où la déclinaison magnétique est la plus petite pour chacun. Fig. 3.

COROLL. 2.

XXVI. Puisque l'arc $AC = BC = 90°$, on aura l'arc $PAC = a + 90°$, & l'angle ACO étant droit, la résolution du tri-

triangle PCO donnera : $\text{tang}\ OC = \text{cof}\ a\ \text{tang}\ q$, & comme nous avons déjà trouvé $\text{tang}\ PO = \frac{-1}{\text{tang}\ a\ \text{cof}\ q}$.

COROLL. 3.

XXVII. Que α marque la plus petite déclinaiſon ſous le méridian POp, de ſorte que $\text{ſin}\ \alpha = \text{ſin}\ a\ \text{ſin}\ q$, & poſant $PO = m$, de ſorte que $\text{cot.}\ m = -\text{tang}\ a\ \text{cof}\ q$. Pour un autre lieu quelconque L du même méridien, où $PL = p$, on trouvera la déclinaiſon δ en ſorte $\text{tang}\ \delta = \frac{\text{ſin}\ \alpha\ \text{ſin}\ m}{\text{cof}\ a\ \text{cof}\ (m-p)} = \frac{\text{tang}\ \alpha}{\text{cof}\ (m-p)}$.

COROLL. 4.

XXVIII. Cela devient plus évident ſi nous tirons les arcs OA & LA, où ayant dans le triangle AOL les côtés $AO = 90°$, $OL = m-p$ avec l'angle $POA = \alpha$, on trouve l'angle $PLA = \delta$, en ſorte que $\text{tang}\ \delta = \frac{\text{tang}\ \alpha}{\text{cof}\ OL}$: d'où l'on voit que de part & d'autre du point O, à égales diſtances $OL = Ol$, la déclinaiſon ſera la même.

COROLL. 5.

XXIX. Si l'on prend $CZ = 90°$, ou que Z ſoit le pole du grand cercle $PApB$, la déclinaiſon magnétique y eſt $= a$, qui eſt la plus grande dans tout l'équateur magnétique COD. Car en C & D la déclinaiſon évanouït, & ſi nous poſons l'arc $CO = r$, la déclinaiſon en O étant $= \alpha$, on trouve $\text{tang}\ \alpha = \text{tang}\ a\ \text{ſin}\ r$.

REMARQUE.

XXX. Puisque la plus petite déclinaiſon ſous le méridien POp en O eſt $= \alpha$, en ſorte que $\text{ſin}\ \alpha = \text{ſin}\ a\ \text{ſin}\ APO$, par tout ailleurs la déclinaiſon ſera plus grande. Donc ſi nous cherchons ſelon l'idée de M. *Halley* des lignes, qui paſſent par tous les endroits, où la déclinaiſon eſt donnée & moindre que α, ces lignes ne ſauroient couper nulle part le méridien POp. Et puisque la déclinaiſon en Z eſt $= a$, tou-

tes les lignes Halleyennes qui marquent une moindre déclinaison que a, n'atteindront nulle part au méridien qui passe par le point Z. Or les lignes Halleyennes, qui marquent une plus grande déclinaison que a, doivent passer par tous les méridiens, comme nous verrons dans le problème suivant, où nous examinerons la figure des lignes Halleyennes.

PROBLEME III.

XXXI. *Les poles magnétiques étant diamètralement opposés, déterminer les lignes Halleyennes qui passent par tous les endroits, où la déclinaison de la boussole est d'une quantité donnée.*

SOLUTION.

Si l'on cherche la ligne, où il n'y a aucune déclinaison, à cause de $\tang \delta = 0$ on aura $\sin q = 0$, d'où l'on voit que cette ligne comprend les deux méridiens opposés PAp & PBp: sous lesquels la déclinaison magnétique évanouït comme j'ai déjà remarqué.

Mais que la déclinaison proposée δ ait une valeur quelconque, & prenant l'angle q à plaisir, on trouvera la distance $PL = p$ par cette équation : $\cos a \sin p - \sin a \cos p \cos q = \sin a \sin q \cot. \delta$ dont la construction la plus commode se tire du §. 27. Qu'on cherche un arc m tel que $\cot. m = - \tang a \cos q$, & ayant $\tang \delta = \frac{\tang a \sin q \sin m}{\cos(m-p)}$, on aura $\cos(m-p) = \frac{\tang a \sin q \sin m}{\tang \delta}$. Ou bien, après avoir trouvé l'angle m, qu'on cherche un autre n en sorte que $\cos n = \frac{\tang a \sin q \sin m}{\tang \delta}$; & de là on tirera deux valeurs pour l'arc $PL = p$, savoir ou $p = m + n$ ou $p = m - n$. Puisque $\tang a = - \frac{\cot. m}{\cos q}$, on pourra aussi déterminer l'arc n par cette équation : $\cos n = - \frac{\tang q \cos m}{\tang \delta}$.

CO-

COROLL. 1.

XXXII. La solution deviendra impossible, ou la ligne Halleyenne cherchée ne passera point par le méridien P L p, lorsque tang $\delta <$ tang q cos m, ou bien lorsque tang $\delta^2 < \frac{\sin a^2 \ \sin q^2}{\cos a^2 + \sin a^2 \cos q^2}$ à cause de cot $m = -$ tang a cos q. C'est à dire lorsque $1 + \text{tang}\,\delta^2 > \frac{1}{\cos a^2 + \sin a^2 \cos q^2}$, ou lorsque $\sin \delta < \sin a \sin q$ ou bien $\sin q > \frac{\sin \delta}{\sin a}$, comme nous l'avons déjà remarqué §. XXX.

COROLL. 2.

XXXIII. Si l'on prend q négatif, l'arc m demeure le même, & si l'on prend outre cela δ négatif, l'arc n ne changera pas non plus: d'où l'on entend que dans l'autre hemisphère les lignes Halleyennes sont les mêmes, en se rapportant à une déclinaison égale & contraire $-\delta$.

COROLL. 3.

XXXIV. Si la déclinaison δ doit être $= a$, on aura cos n $= \sin q \sin m$, ce qui est toujours possible: & prenant outre cela $q = 90°$, à cause de $m = 90°$, on aura $n = 0$, & les deux valeurs de p se réunissent dans une seule $p = 90°$ ou bien cette ligne aura en Z un point double.

COROLL. 4.

XXXV. Si l'on pose $q = 0$, on aura cos $m = -$ tang a, ou $90° - m = - a$, & partant $m = 90° + a$. Ensuite cos $n = 0$, donc $n = 90°$, les deux valeurs de p seront donc $p = a$ & $p = 180 + a$. D'où nous voyons que toutes les lignes Halleyennes passent par les deux poles magnétiques A & B.

COROLL. 5.

XXXVI. Toutes ces lignes passent aussi par les deux poles P & p: car faisant $p = 0$, on a: $- \sin a \cos q = \sin a \sin q \cot \delta$ ou

ou bien $\tan q = -\tan \delta$: ce qui donne $q = 180° - \delta$, laquelle valeur eſt toujours poſſible. De même faiſant $p = 180$, on aura $\tan q = \tan \delta$ ou $q = \delta$, qui eſt auſſi toujours poſſible.

I. REMARQUE.

XXXVII. Mais poſant $q = 180° - \delta$, outre la valeur $p = 0$ on trouve encore une autre $\frac{\cos a}{\sin a \cos \delta} = \frac{1 - \cos p}{\sin p} = \tan \frac{1}{2} p$ & poſant $q = \delta$, la premiere équation donne

$$\cos a \sin p - \sin a \cos p \cos \delta = \sin a \cos \delta \quad \text{donc}$$

$$\frac{\cos a}{\sin a \cos \delta} = \frac{1 + \cos p}{\sin p} = \cot \tfrac{1}{2} p \quad \text{ou bien}$$

$$\tan \tfrac{1}{2} p = \tan a \cos \delta.$$

Au reſte il ne faut pas être ſurpris, que toutes les lignes Halleyennes paſſent tant par les poles magnétiques que par les poles naturels de la terre : car dans les poles magnétiques toute déclinaiſon doit être cenſée y avoir lieu, & dans les poles naturels de la Terre il en eſt de même, puiſque tous les méridiens s'y confondent.

2. REMARQUE.

XXXVIII. Il ne ſera pas hors de propos d'enſeigner ici en général la réſolution d'une telle équation :

$$A \sin p + B \cos p = C$$

ſans extraction de la racine quarrée. On n'a qu'à chercher un angle m de ſorte $\tan m = \frac{A}{B}$, & puiſque

$$B \tan m \sin p + B \cos p = C \quad \text{ou}$$

$$B \cos (m - p) = C \cos m \quad \text{on aura}$$

$$\cos (m - p) = \frac{C \cos m}{B} = \frac{C \sin m}{A} = \cos n.$$

d'où à cauſe de $\cos n = \cos - n$ on tire deux valeurs ſavoir $p = m \pm n$.

PRO-

PROBLEME IV.

XXXIX. *Déterminer plus exactement la figure des lignes Halleyennes, lorsque la déclinaison magnétique δ est plus petite que la distance des poles magnétiques aux poles de la terre* AP $=$ Bp $= a$.

SOLUTION.

Une telle ligne passera d'un pole magnétique A au pole opposé p de la Terre. Soit donc A Y F p une telle ligne, & pour en connoitre mieux le cours, qu'on prenne un arc A X $= x$ pour abscisse & l'arc XY $= y$, pour appliquée qui y soit perpendiculaire. Donc, puisque PX $= a + x$, à cause de APY $= q$ & PY $= p$, on aura $\cos p = \cos(a + x)\cos y$; $\sin q = \frac{\sin y}{\sin p}$ & $\cos q = \frac{\text{tang}(a + x)}{\text{tang}\, p}$; substituons ces valeurs dans l'équation $\text{tang}\,\delta(\cos a \sin p - \sin a \cos p \cos q)$ $= \sin a \sin q$ pour avoir Fig. 4.

$$\text{tang}\,\delta\left(\cos a \sin p - \frac{\sin a \cos p^2\, \text{tang}(a + x)}{\sin p}\right) = \frac{\sin a \sin y}{\sin p}$$

qui se réduit en substituant pour p sa valeur à celle-cy

$$\text{tang}\,\delta\,(\cos a - \cos x \cos(a + x)\cos y^2) = \sin a \sin y$$

D'où l'on voit que l'appliquée y évanouit en prenant tant $x = 0$, que $x = 180 - a$; ensuite si $x = -a$, & sin $x = 180°$, de sorte que l'appliquée y évanouit dans les quatre points A, p, P & B. Ensuite la valeur de y demeure la même quand on écrit au lieu de x tant $180 - a - x$; que $-a - x$ & $180 + x$; d'où l'on connoit que la courbe sort par des branches semblables des quatre poles A, p, P & B, de sorte que la courbe A F p ayant deux branches semblables A F & p F, il y a de l'autre côté pour la même déclinaison δ une courbe semblable qui passe de P à B. La courbe AFp aura donc un point F, qui répond à l'abscisse $x =$ A E $= 90 - \frac{1}{2}a$, où l'appliquée E F sera la plus grande. Pour la trouver, posons $x = 90° - \frac{1}{2}a$, & puisque $\text{cs}\,x\,\text{cs}(a + x) = -\sin\frac{1}{2}a.\sin\frac{1}{2}a = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\text{cs}\,a$ notre équation sera

tang

$$\text{tang}\ \delta\ (\cos a + \tfrac{1}{2}\cos y^2 - \tfrac{1}{2}\cos a \cos y^2) = \sin a \sin y$$

qui se réduit à celle-cy :

$$\sin y^2 + \frac{2\ \text{cot.}\ \frac{1}{2} a \sin y}{\sin \delta} = \text{cot.}\ \tfrac{1}{2}\ a^2$$

ou $\sin y = - \dfrac{\text{cot.}\ \frac{1}{2} a\ (\cos \delta \pm 1)}{\sin \delta}$

L'une de ces deux valeurs donne

$$\sin y = - \text{cot.}\ \tfrac{1}{2}\ a\ \text{cot.}\ \tfrac{1}{2}\ \delta$$

& l'autre $\sin y = \text{tang}\ \frac{1}{2}\ \delta\ \text{cot.}\ \frac{1}{2}\ a = \dfrac{\text{tang}\ \frac{1}{2}\ \delta}{\text{tang}\ \frac{1}{2}\ a}$.

Or la premiere est impossible, puisque $a < 90$ & $\delta < a$. d'où tant cot. $\frac{1}{2}\ a$ que cot. $\frac{1}{2}\ \delta$ surpasseront le sinus total : & partant nous aurons $\sin \text{EF} = \dfrac{\text{tang}\ \frac{1}{2}\ \delta}{\text{tang}\ \frac{1}{2}\ a}$, qui ne peut avoir lieu à moins qu'il ne soit $\delta < a$, comme nous le supposons.

Par la différentiation nous apprenons que la branche F Y A fait en A avec le premier méridien un angle $= \delta$: & toutes les autres branches font un angle égal avec ce premier méridien.

COROLL. 1.

XL. Si l'on prend δ négatif, on n'a qu'à poser aussi y négatif pour avoir la même équation, ce qui est une marque, que pour les déclinaisons occidentales on a sur l'autre hemisphére les mêmes lignes Halleyennes.

COROLL. 2.

XLI. Plus la déclinaison δ est petite, plus la ligne Halleyenne A F p approche du méridien Ap; & plus elle approche de la quantité a, plus son milieu F approche du sommet Z de l'hemisphére.

COROLL. 3.

XLII. On voit aussi, que ces lignes se rapportent également aux poles naturels de la Terre, qu'aux poles magnétiques ; & que tant

que

que $\delta < a$, ces lignes sortent d'un pole magnétique, & qu'elles rentrent dans le pole naturel opposé, sans atteindre jusqu'au méridien, qui passe par le milieu de l'hemisphére.

1. REMARQUE.

XLIII. Quand on construit quelques unes de ces lignes, on verra qu'elles ont au milieu F une prominence vers le sommet de l'hemisphére, qui devient de plus en plus grande & pointue, plus la déclinaison δ approche de la quantité a: & quand $\delta = a$, elle acquiert une vraye pointe angulaire, qui se change en une interfection de deux courbes, comme nous verrons après.

2. REMARQUE.

XLIV. Comme toutes les appliquées XY se réunissent au sommet Z de l'hemisphére, le quart de cercle EFZ sera un diamètre de la courbe: auquel si nous tirons de Y perpendiculairement l'arc YV & que nous nommions $ZV = t$ & $VY = u$, nous aurons $\cos ZY = \sin y = \cos t \cos u$, & $\operatorname{tang} XE = \operatorname{tang}(90° - \frac{1}{2}a - x)$ $= \cot.(\frac{1}{2}a + x) = \frac{\operatorname{tang} u}{\sin t} = \frac{\sin u}{\sin t \cos u}$. De là nous tirons

$$\cos(\tfrac{1}{2}a + x) = \frac{\sin u}{\cos y} \text{ \& } \sin(\tfrac{1}{2}a + x) = \frac{\sin t \cos u}{\cos y}; \text{ donc}$$

$$\cos x = \frac{\cos\frac{1}{2}a \sin u + \sin\frac{1}{2}a \sin t \cos u}{\cos y} \text{ \& } \cos(a+x) = \frac{\cos\frac{1}{2}a \sin u - \sin\frac{1}{2}a \sin t \cos u}{\cos y}$$

& partant

$$\cos x \cos(a+x) \cos y^2 = \cos\tfrac{1}{2}a^2 \sin u^2 - \sin\tfrac{1}{2}a^2 \sin t^2 \cos u^2$$

d'où nous trouvons entre t & u cette équation

$$\cos a - \cos\tfrac{1}{2}a^2 \sin u^2 + \sin\tfrac{1}{2}a^2 \sin t^2 \cos u^2 = \cot.\delta \sin a \cos t \cos u$$

qui se change en celle-cy:

$$\sin\tfrac{1}{2}a^2 \cos t^2 \cos u^2 = -2\cot.\delta \sin\tfrac{1}{2}a \cos\tfrac{1}{2}a \cos t \cos u + \cos\tfrac{1}{2}a^2 \cos u^2 - \sin\tfrac{1}{2}a^2 \sin u^2$$

& par l'extraction de racine:

$$\sin\tfrac{1}{2}a \cos t \cos u = -\frac{\cos\delta \cos\frac{1}{2}a \pm \sqrt{(\cos\frac{1}{2}a^2 - \sin\delta^2 \sin u^2)}}{\sin\delta}.$$

De

De là on voit, que si $u = 0$, ce qui arrive au point F, il y aura $\sin\frac{1}{2}a^2 \operatorname{cs} t^2 = -2\cot.\delta \sin\frac{1}{2}a \operatorname{cs}\frac{1}{2}a \operatorname{cst} + \operatorname{cs}\frac{1}{2}a^2$, ou $\operatorname{cos} t = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\delta}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}a}$. Or posons u infiniment petit, & soit $t = f + v$, prenant $f = ZF$, de sorte que $\cos f = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\delta}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}a}$ & $FV = v$ infiniment petit, & l'on trouve :

$$v \sin a \sin f + \tfrac{1}{2} v v \sin a \cos f = u u \sin \delta - \tfrac{1}{2} u u \sin a \cos f.$$

Donc, tant que $\delta < a$, la courbe sera perpendiculaire en F à l'arc ZE, mais si $\delta = a$, & $f = 0$, on aura l'équation $\frac{1}{2}vv = \frac{1}{2}uu$, ou $u = v$, de sorte que l'angle de la courbe en F avec ZE est un demi-droit, & les branches de la courbe se couperont en Z à angles droits.

PROBLEME V.

Fig. 5 XLV. *Déterminer plus exactement la figure de la ligne Halleyenne, qui passe par les lieux, où la déclinaison magnétique δ est égale à la distance des poles* AP = Bp = a.

SOLUTION.

Posant $\delta = a$, on aura entre l'angle $APY = q$ & l'arc $PY = p$ cette équation

$$\cos a \sin p - \sin a \cos p \cos q = \cos a \sin q$$

Mais, si nous rapportons la courbe au méridien $PAEp$ par les coordonnées orthogonales $AX = x$ & $XY = y$, l'équation sera :

$$\cos a - \cos x \cos(a+x) \cos y^2 = \cos a \sin y$$

qui en divisant par $1 - \sin y$ se réduit à

$$\cos a = \cos x \cos(a+x)(1 + \sin y)$$

Or le diviseur $1 - \sin y$ marque que la courbe a un point au sommet Z, où toutes les appliquées se réunissent, l'autre équation donne

$$\sin y = \frac{\cos a - \cos x \cos(a+x)}{\cos x \cos(a+x)} = \operatorname{tang} x \operatorname{tang}(a+x)$$

Si

Si nous prenons les abſciſſes du point E en poſant $EX = z$ à cauſe de $x = 90° - \frac{1}{2}a - z$, nous aurons

$$\sin y = \cot.(z+\tfrac{1}{2}a)\cot.(z-\tfrac{1}{2}a) = \frac{\cos\frac{1}{2}a^2 - \sin z^2}{\sin z^2 - \sin\frac{1}{2}a^2} = \frac{\cos a + \cos 2z}{\cos a - \cos 2z}.$$

D'où l'on voit que $\cos 2z$ doit être négatif, & partant $z > 45°$ avant que le rayon ZX coupe la courbe, & que ſi $z = 45°$ ce rayon touche la courbe au ſommet Z, où quatre branches ſemblables ZP, ZA, Zp & ZB ſe coupent à angles droits. Or ſi nous partageons l'intervalle PA en deux parties égales en C, & que nous nommions l'arc $CX = v$, & l'arc $ZY = t$, à cauſe de $\cos t = \sin y$ & $z = 90° - v$, nous aurons $\cos t = \frac{\cos a - \cos 2v}{\cos a + \cos 2v}$: d'où nous voyons que tant que $v < \frac{1}{2}a$ ou CX < CA, la valeur de t ſurpaſſe 90°, & alors la continuation des arcs ZA & ZP paſſe dans l'autre hemiſphére, où la déclinaiſon ſera $180 + a$, puisque tang δ eſt la même, ſoit qu'on prenne $\delta = a$ ou $\delta = 180° + a$. Or prenant $v = \frac{1}{2}a$ ou CX = CA, on a $\cos t = 0$, ou $t = 90°$ ce qui donne le point A, & en augmentant v au delà de $\frac{1}{2}a$, on trouve la courbe AY, jusqu'à ce qu'on poſe $v = 45°$, où $ZY = t$ evanouit. D'ailleurs prenant x infiniment petit, y le ſera auſſi, & on aura $\frac{y}{x} = \text{tang}\, a$, ce qui indique que chaque branche ZA fait en A avec le premier méridien un angle $= a$. Après cette inclinaiſon les quatre branches montent au ſommet Z, où elles ſe croiſent à angles droits.

COROLL. I.

XLVI. Tandis que la déclinaiſon δ étoit plus petite que a, les lignes Halleyennes ſortoient du point A pour rentrer en p, par une courbe continue AFp, qui avoit au milieu F une prominence vers le ſommet Z. Or à préſent cette prominence atteint le ſommet Z & ſe change en un angle droit. Fig. 4.

COROLL. 2.

Fig. 5. XLVII. La figure AFp, qu'avoient les lignes Halleyennes pendant que $\delta < a$, s'en va lorsque $\delta = a$ en celle-cy $AYZyp$, & perd en même tems la continuité: car maintenant l'arc Zp n'eſt plus la continuation de l'arc AZ, mais plutôt celle de l'arc PZ, & l'arc AZ a ſa continuation par l'arc ZB.

COROLL. 3.

XLVIII. Maintenant donc où $\delta = a$, des deux lignes Halleyennes qui repréſentent cette déclinaiſon, l'une AZB va d'un pole magnétique A à l'autre B, & l'autre PZp va d'un pole naturel de la Terre P à l'autre p: pendant qu'auparavant où $\delta < a$ ces lignes ont été tirées d'un pole magnétique au pole naturel opposé.

REMARQUE.

XLIX. Nous verrons bientôt, que lorsque $\delta > a$, les lignes Halleyennes prennent un tour encore différent, en paſſant d'un pole magnétique au pole naturel, qui lui eſt le plus proche. Entre ces deux cours différents le cas $\delta = a$ tient un milieu, & ne ſuit ni l'un ni l'autre, participant également de chacun: d'où cette ligne, que je viens de décrire, eſt fort remarquable. Elle eſt auſſi la ſeule qui forme une interſection, pendant que les branches des autres ne ſe coupent nulle part.

PROBLEME VI.

Fig. 6. L. *Déterminer plus exactement la figure des lignes Halleyennes, lorsque la déclinaiſon magnétique* δ *eſt plus grande que la diſtance des poles* $AP = Pp = a$.

SOLUTION.

Soit AFP une de ces lignes où $\delta > a$, & pour en connoitre le cours, nous n'avons qu'à prendre l'abſciſſe $AX = x$ négative dans le problême IV. en laiſſant $XY = y$: & alors nous aurons:

$$\text{tang}\,\delta\,(\cos a - \cos x\,\cos(a - x)\,\cos y^2) = \sin a\,\sin y$$

Ou prenant E au milieu de l'arc AP, de ſorte que $AE = \frac{1}{2}a$, ſi nous po-

posons $EX = z$, à cause de $x = \frac{1}{2}a - z$, nous aurons:

$$\tang \delta (\cos a - \cos(\tfrac{1}{2}a - z) \cos(\tfrac{1}{2}a + z) \cos y^2) = \sin a \sin y$$

d'où nous voyons que prenant z négatif ou positif l'équation ne change point, de sorte que les arcs AF & PF seront semblables. Pour trouver le milieu de cette courbe F soit $z = 0$; & on aura

$$\tang \delta (\cos a - \cos \tfrac{1}{2}a^2 \cos y^2) = \sin a \sin y \quad \text{ou bien}$$

$$\tang \delta (\cos \tfrac{1}{2}a^2 \sin y^2 - \sin \tfrac{1}{2}a^2) = 2 \sin \tfrac{1}{2}a \cos \tfrac{1}{2}a \sin y$$

d'où l'on tire: $\sin y = \dfrac{\sin \frac{1}{2}a (\cos \delta \pm 1)}{\sin \delta \cos \frac{1}{2}a} = \dfrac{\tang \frac{1}{2}a}{\tang \frac{1}{2}\delta}$

qui n'est réelle que si $\delta > a$. Par conséquent ayant $\sin EF = \dfrac{\tang \frac{1}{2}a}{\tang \frac{1}{2}\delta}$, on voit que plus la déclinaison δ est grande, plus sera petit l'arc EF.

Nous avons déjà vu, que si $z = \frac{1}{2}a$ ou $x = 0$, l'appliquée y évanouit aussi, & que la courbe AY est inclinée au méridien Ap d'un angle $YAp = \delta$. Mais, posant $z = \frac{1}{2}a$, le quart de cercle ZYX coupera la courbe encore dans un autre point, Soit donc $x = 0$, & l'équation $\tang \delta \cos a \sin y^2 = \sin a \sin y$, outre la valeur $y = 0$ donne encore $\sin y = \dfrac{\tang a}{\tang \delta}$. L'abscisse $EX = z$ aura donc un *maximum*, qui sera là où

$$\cos(\tfrac{1}{2}a - z) \cos(\tfrac{1}{2}a + z) = \frac{\sin a}{2 \tang \delta \sin y} \quad \& \quad \sin y = \frac{\tang \delta - \sqrt{(\tang \delta^2 - \tang a^2)}}{\tang a}$$

& partant $\cos a + \cos 2z = \dfrac{\cos a (\tang \delta + \sqrt{(\tang \delta^2 - \tang a^2)})}{\tang \delta}$

donc $\cos 2z = \cos a \sqrt{\left(1 - \dfrac{\tang a^2}{\tang \delta^2}\right)} = \sqrt{\left(1 - \dfrac{\sin a^2}{\sin \delta^2}\right)}$ de

sorte que $\sin 2z = \dfrac{\sin a}{\sin \delta}$ & $\sin y = \dfrac{\sin \delta \cos a - \sqrt{(\sin \delta^2 - \sin a^2)}}{\cos \delta \sin a}$.

COROLL. I.

LI. Puisque $\operatorname{cof}(\frac{1}{2}a - z)\operatorname{cof}(\frac{1}{2}a + z) = \frac{1}{2}\operatorname{cof}a + \frac{1}{2}\operatorname{cof}2z$, l'équation entre y & z sera exprimée en sorte :

$$\operatorname{tang}\delta(2\operatorname{cof}a - \operatorname{cof}a\operatorname{cof}y^2 - \operatorname{cof}2z\operatorname{cof}y^2) = 2\sin a\sin y$$

d'où l'on tire sans extraction de racine :

$$\operatorname{cof}2z = \frac{\operatorname{cof}a(1+\sin y^2)}{\operatorname{cof}y^2} - \frac{2\sin a\sin y}{\operatorname{tang}\delta\operatorname{cof}y^2}.$$

COROLL. 2.

LII. Les lignes des grandes déclinaisons sont donc renfermées tant entre les poles septentrionaux P & A, que les méridionaux B & p, & approchent d'autant plus de l'arc AP, plus la déclinaison est grande : l'arc AP lui-même étant la ligne, où la déclinaison est de 180°.

REMARQUE.

Fig. 7. LIII. La 7me Figure représente l'état des lignes Halleyennes pour les déclinaisons orientales, lorsque la distance des poles AP & Bp est de 30°. Les parties du méridien Ap & PB sont les lignes, où il n'y a point de déclinaison. Ensuite on y voit de part & d'autre les lignes, où la déclinaison est de 10° & de 20°, qui étant plus petites que 30° vont d'un pole magnétique au pole naturel opposé, de A en p & de B en P. Pour la déclinaison de 30° les lignes se croisent au milieu, & tant vers le Nord que le Sud on voit les lignes, où la déclinaison est de 45° & de 90°. Les lignes du même nom ne semblent pas être liées ensemble, mais se terminer brusquement dans les poles : mais il faut remarquer, qu'elles tiennent ensemble par une ligne où la déclinaison est $180° + \delta$, ou bien $180° - \delta$ vers l'oüest, qui joint ou les poles boreaux ou méridionaux, dans l'autre hemisphére. Car puisque $\operatorname{tang}(180° + \delta) = \operatorname{tang}\delta$, ces deux cas sont compris dans la même équation. Au reste on remarque déjà un bel accord entre ces lignes & celles, qu'on voit sur la Carte de *Halley*; surtout pour les grandes déclinaisons; mais en donnant aux poles magnétiques une autre situation, on verra bientôt, qu'il sera possible de parvenir à un accord parfait, autant que l'imperfection des observations en est susceptible. *SE-*

SECONDE SECTION.

Les deux Poles magnétiques de la Terre étant en deux méridiens opposés.

PROBLEME VII.

LIV. ***Les deux poles magnétiques de la terre n'étant pas diamètralement opposés, déterminer la direction de l'aiguille aimantée pour un lieu quelconque dans la surface de la terre.***

SOLUTION.

Soient A & B les deux poles magnétiques de la terre, & L un lieu quelconque, où il faut déterminer la direction de l'aiguille. Or il est certain, que la direction magnétique se trouve toujours dans un plan qui passe par les deux poles magnétiques. Concevons donc une section du Globe, qui passe par le lieu L & les deux poles magnétiques A & B; & cette section sera un petit cercle dont la tangente en L sera la direction de l'aiguille Lδ. Cherchons donc dabord le pole ou le centre de ce petit cercle sur la surface de la terre: pour cet effet divisons l'arc du grand cercle ACB, qui passe par les deux poles magnétiques A & B, en deux parties égales au point C, & par C tirons un grand cercle COc perpendiculaire à ACB, qui sera l'équateur magnétique, dont chaque point O est également éloigné des deux poles magnétiques. Le centre du petit cercle cherché sera donc quelque part dans cet équateur magnétique en O, d'où les arcs de grands cercles OA & OL seront égaux. Posons la demi-distance des poles magnétiques ou l'arc AC $=$ BC $= c$; & pour le lieu proposé L, auquel on tire de C l'arc du grand cercle CL, soit l'angle ACL $= n$ & l'arc CL $= m$; soit de plus l'arc inconnu CO $= \Phi$. Donc, tirant l'arc du grand cercle AO, nous aurons $\cos AO = \cos c \cos \Phi$; or à cet arc AO doit être égal l'arc OL. Mais le triangle sphérique Fig. 8.

OCL,

OCL, où $CL = m$; $CO = \phi$ & $OCL = 90° - n$ donne

$$\cos OL = \cos m \cos \phi + \sin m \sin \phi \sin n = \cos c \cos \phi$$

d'où nous tirons $\tan \phi = \frac{\cos c - \cos m}{\sin m \sin n}$.

Or le même triangle OCL donne

$$\tan CLO = \frac{\sin \phi \cos n}{\cos \phi \sin m - \sin \phi \cos m \sin n}$$

où, si nous substituons pour ϕ sa valeur trouvée, nous aurons:

$$\tan CLO = \frac{\cos n (\cos c - \cos m)}{\sin m^2 \sin n - \cos m \sin n (\cos c - \cos m)}$$

ou $\tan CLO = \frac{\cos n (\cos c - \cos m)}{\sin n - \cos c \cos m \sin n}$.

Or la direction magnétique $L\delta$ étant perpendiculaire au rayon du petit cercle, ou à l'arc OL, nous aurons $\tan CL\delta = \cot . CLO$ & partant

$$\tan CL\delta = \frac{\sin n (1 - \cos c \cos m)}{\cos n (\cos c - \cos m)} = \frac{\tan n (1 - \cos c \cos m)}{\cos c - \cos m}$$

d'où nous connoissons l'angle $CL\delta$ que fait la direction magnétique $L\delta$ avec l'arc CL, dont la position est donnée.

REMARQUE.

LV. La solution de ce problème & des suivans est fondée sur ce principe, que la direction magnétique sur la terre suit toujours le petit cercle, qui passe par le lieu proposé & les deux poles magnétiques de la terre. On m'accordera bien ce principe à l'égard de la véritable direction magnétique, qui renferme ensemble l'inclinaison & la déclinaison; mais, puisque la déclinaison dont il s'agit ici, se regle sur le plan vertical, qui passe par la direction magnétique, on en pourroit tirer quantité d'objections, dont la discussion meneroit trop loin, & surpasseroit les bornes de notre connoissance. Mais on pourra en sorte fixer les idées, qui entrent ici en considération, que ces objections

tions n'y ayent plus de prise. Si l'on plaçoit là les poles magnétiques de la Terre, où l'axe magnétique traverse la surface de la Terre, on seroit sans doute fort embarrassé ; puisque la déclinaison n'y seroit plus indéterminée, à moins que l'axe magnétique ne passeroit par le centre de la Terre. Par cette raison j'établirai les poles magnétiques de la Terre là, où la véritable direction magnétique est verticale, de sorte que dans ces endroits il ne puisse y avoir question de la déclinaison ; & ce sera dans ces points, où toutes les lignes Halleyennes doivent aboutir, de même qu'aux poles naturels de la Terre. Or déterminant en sorte les poles magnétiques de la terre, sans s'embarrasser de l'axe véritable magnétique, les objections mentionnées n'empêcheront plus, qu'on n'accorde le principe établi, c'est à dire que partout l'aiguille aimantée se dirige suivant la tangente du petit cercle tiré sur la surface de la Terre par chaque lieu proposé, & lesdits poles magnétiques, où l'inclinaison devient verticale.

PROBLEME VIII.

LVI. *Les deux poles magnétiques en deux méridiens opposés étant donnés, trouver la déclinaison magnétique pour un lieu proposé quelconque* L.

SOLUTION.

Soient A & B les deux poles magnétiques, le boréal A dans le méridien $PACp$, & le méridional B dans le méridien opposé $PcBp$, à des distances inégales des poles naturels P & p, savoir: $AP = a$ & $Bp = b$. Qu'on coupe l'arc $AB = 180° - a + b$ en deux parties égales en C, & soit $AC = BC = 90° - \frac{a+b}{2} = c$; & l'arc Fig. 9.

$PC = 90° + \frac{a+b}{2} = a + c = d$. Maintenant pour le lieu proposé L, par lequel passe le méridien PLp, soit la longitude vers l'oüest ou l'angle $CPL = q$, & l'arc $PL = p$; donc, ayant dans le triangle sphérique CPL les côtés $PC = d$, $PL = p$, avec l'angle com-

compris CPL $= q$, on déterminera les élémens précedens CL $= m$ & l'angle PCL $= n$ en sorte

$$\text{cos}\,m = \text{cos}\,d\,\text{cos}\,p + \text{sin}\,d\,\text{sin}\,p\,\text{cos}\,q \quad \&$$

$$\text{tang}\;n = \frac{\text{sin}\,p\;\text{sin}\,q}{\text{sin}\,d\,\text{cos}\,p - \text{cos}\,d\,\text{sin}\,p\,\text{cos}\,q}$$

De là, posant Lδ pour la direction magnétique, on aura

$$\text{tang CL}\delta = \frac{\text{sin}\,p\;\text{sin}\,q\;(1 - \text{cos}\,c\;\text{cos}\,d\,\text{cos}\,p - \text{cos}\,c\;\text{sin}\,d\;\text{sin}\,p\;\text{cos}\,q)}{(\text{sin}\,d\,\text{cos}\,p - \text{cos}\,d\,\text{sin}\,p\,\text{cos}\,q)\,(\text{cos}\,c - \text{cos}\,d\,\text{cos}\,p - \text{sin}\,d\,\text{sin}\,p\,\text{cos}\,q)}.$$

Or le même triangle sphérique CPL fournit

$$\text{tang CLP} = \frac{\text{sin}\,d\;\text{sin}\,q}{\text{cos}\,d\;\text{sin}\,p - \text{sin}\,d\,\text{cos}\,p\,\text{cos}\,q}$$

duquel angle il faut soustraire l'angle CLδ pour avoir la déclinaison magnétique PL$\delta = \delta$ tournée vers l'Est. Posons pour rendre cette opération plus aisée :

$\text{cos}\,d\,\text{cos}\,p + \text{cos}\,d\;\text{sin}\,p\;\text{cos}\,q = \text{A}$

$\text{sin}\,d\;\text{cos}\,p - \text{cos}\,d\;\text{sin}\,p\;\text{cos}\,q = \text{B}$; $\text{cos}\,d\,\text{sin}\,p - \text{sin}\,d\,\text{cos}\,p\,\text{cos}\,q = \text{C}$

& ayant :

$$\text{tang CLR} = \frac{\text{sin}\,d\,\text{sin}\,q}{\text{C}}; \quad \text{tang CL}\delta = \frac{\text{sin}\,p\;\text{sin}\,q\;(1 - \text{A}\,\text{cos}\,c)}{\text{B}(\text{cos}\,c - \text{A})}$$

on en tirera

$$\text{tang}\,\delta = \frac{\text{cos}\,c\,\text{sin}\,q\,(\text{B}\,\text{sin}\,d + \text{AC}\,\text{sin}\,p) - \text{sin}\,q\,(\text{AB}\,\text{sin}\,d + \text{C}\,\text{sin}\,p)}{\text{cos}\,c\,(\text{BC} - \text{A}\,\text{sin}\,d\,\text{sin}\,p\,\text{sin}\,q^2) + \text{sin}\,d\,\text{sin}\,p\,\text{sin}\,q^2 - \text{ABC}}$$

Mais, en substituant les valeurs pour A, B, C on trouve

$\text{B}\,\text{sin}\,d + \text{AC}\,\text{sin}\,p = (1 - \text{AA})\,\text{c}\,\text{s}\,p$; $\text{AB}\,\text{sin}\,d + \text{C}\,\text{sin}\,p = (1 - \text{AA})\,\text{c}\,\text{s}\,d$

$\text{BC} - \text{A}\;\text{sin}\;d\;\text{sin}\;p\;\text{sin}\;q^2 = -(1 - \text{AA})\;\text{cos}\,q$

$\text{sin}\,d\,\text{sin}\,p\,\text{sin}\,q^2 - \text{ABC} = (1 - \text{AA})\;(\text{sin}\,d\,\text{sin}\,p + \text{cos}\,c\,\text{cos}\,p\,\text{cos}\,q)$

donc, divisant le haut & le bas par $1 - \text{AA}$, on obtiendra :

$$\text{tang}\,\delta = \frac{\text{cos}\,c\;\text{cos}\,p\;\text{sin}\;q - \text{cos}\,d\;\text{sin}\;q}{-\text{cos}\,c\,\text{cos}\,q + \text{sin}\;d\;\text{sin}\;p + \text{cos}\,d\;\text{cos}\,p\;\text{cos}\,q}.$$

COROLL. 1.

LVII. Puisque $c = 90° - \frac{a+b}{2}$ & $d = 90° + \frac{a+b}{2}$: la formule trouvée prendra cette forme:

$$\text{tang}\,\delta = \frac{\left(\sin\frac{a-b}{2}\cos p + \sin\frac{a+b}{2}\right)\sin q}{\cos\frac{a+b}{2}\sin p - \sin\frac{a+b}{2}\cos p\cos q - \sin\frac{a-b}{2}\cos q}$$

où je remarque que le numérateur est toujours positif pour l'hemisphere supérieur que nous avons en vûe, où $\sin q$ est positif: & quand même on prend $\cos p = -1$, l'autre facteur $\sin\frac{a-b}{2}\cos p + \sin\frac{a+b}{2}$ demeure pourtant positif.

COROLL. 2.

LVIII. De là il s'ensuit que par tout cet hemisphere supérieur la déclinaison est positive, ou dirigée vers l'est; car, quoique le dénominateur devienne négatif, l'angle δ ne devient pas pour cela négatif, mais seulement plus grand que 90°.

COROLL. 3.

LIX. La raison en est, que le dénominateur ne sauroit devenir négatif sans passer par zero: or dans ce cas il marque un angle droit, & partant s'il devient négatif, la tangente négative de δ ne sauroit subitement indiquer un angle négatif. Mais l'autre signification d'un angle obtus aura uniquement lieu.

COROLL. 4.

LX. Pour l'autre hemisphere il y en a de même, à l'égard des déclinaisons occidentales, qui y auront uniquement lieu; comme dans le cas précédent, où les poles magnétiques étoient diamètralement opposés. D'où l'on comprend qu'il n'y a d'autre ligne sans déclinaison, que les deux méridiens opposés, qui passent par les poles magnétiques.

REMARQUE.

LXI. Par rapport à la réduction de l'expression, que nous avons dabord trouvée pour tang δ, on évitera des calculs fort ennuyans, quand on sait faire usage de la rélation, que les trois lettres A, B, C ont entr'elles. Dabord il faut remarquer que

$$1 - AA = \sin p^2 \sin q^2 + BB = \sin d^2 \sin q^2 + CC$$

ensuite leur comparaison fournit ces formules,

$$B \sin d + A \cos d = \cos p\,; \quad C \sin p + A \cos p = \cos d$$
$$A \sin d - B \cos d = \sin q\,; \quad A \sin p - C \cos p = \sin d \cos q$$
$$C + B \cos q = \cos q^2\,; \quad B + C \cos q = \sin d \cos p \sin q^2.$$

Pour en faire usage prenons la derniere formule,

$\sin d \sin p \sin q^2 - ABC$, qui à cause de $C = \cos d \sin p \sin q^2 - B \cos q$ se change en

$$\sin d \sin p \sin q^2 - AB \cos d \sin p \sin q^2 + ABB \cos q\,.$$

Mais $BB = 1 - AA - \sin p^2 \sin q^2$ donne

$$\sin d \sin p \sin q^2 - AB \cos d \sin p \sin q^2 + A(1 - AA) \cos q$$
$$- A \sin p^2 \sin q^2 \cos q$$

Or $- B \cos d = \sin p \cos q - A \sin d$ produit

$$\sin d \sin p \sin q^2 + A \sin p^2 \sin p^2 \cos q - AA \sin d \sin p \cos q^2$$
$$+ A(1 - AA) \cos q - A \sin p^2 \sin q^2 \cos q,$$

ou $(1 - AA) \sin d \sin p \sin q^2 + A(1 - AA) \cos q$, le reste est évident. Ce même artifice sera d'une grande utilité dans la suite.

PROBLEME IX.

LXII. *Trouver les lignes Halleyennes, qui passent par tous les lieux de la terre, où la déclinaison de la boussole est d'une quantité donnée.*

SOLUTION.

Soit δ la déclinaison proposée, qui étant positive sera dirigée vers l'Est, mais vers l'oüest, si elle est négative. Par la position des po-

poles magnétiques les quantités c & d feront données, & si L est un lieu, par où passe la ligne cherchée, il s'agit de trouver une équation entre PL $= p$ & CPL $= q$. Or l'équation trouvée dans le problème précédent fournit celle-cy

$$\text{tang}\,\delta \sin d \sin p + (\text{tang}\,\delta \cos d \cos q - \cos c \sin q) \cos p = \text{tang}\,\delta \cos c \cos q - \cos d \sin q,$$

au lieu de laquelle je considérerai cette forme générale

$$A \sin p + (B \cos q - C \sin q) \cos p = D \cos q - E \sin q$$

de sorte que pour le cas présent,

$$A = \text{tang}\,\delta \sin d\,; \quad B = \text{tang}\,\delta \cos d\,; \quad C = \cos c$$
$$D = \text{tang}\,\delta \cos c\,; \quad E = \cos d$$

Maintenant, pour trouver la valeur de p pour chaque angle donné q, je commence par chercher un angle r de sorte que

$$\text{tang}\,r = \frac{A}{B \cos q - C \sin q} \text{ \& j'aurai } \frac{A \cos(r-p)}{\sin r} = D \cos q - E \sin q.$$

Qu'on cherche ensuite deux angles m & n de sorte que

$$\text{tang}\,m = \frac{B}{C} \quad \& \quad \text{tang}\,n = \frac{D}{E} \quad \text{\& on aura :}$$

$$\text{tang}\,r = \frac{A \cos m}{C \sin(m-q)} = \frac{A \sin m}{B \sin(m-q)}$$

$$\frac{A \cos(r-p)}{\sin r} = \frac{E \sin(n-q)}{\cos n} = \frac{D \sin(n-q)}{\sin n}.$$

Cela posé, en substituant pour les lettres A, B, C, D, E leurs valeurs, on fera les opérations suivantes :

$$\text{tang}\,m = \frac{\text{tang}\,\delta \cos d}{\cos c}\,; \quad \text{tang}\,n = \frac{\text{tang}\,d \cos c}{\cos d}$$

$$\text{tang}\,r = \frac{\text{tang}\,d \sin m}{\sin(m-q)}\,; \quad \cos(r-p) = \frac{\cos c \sin(n-q) \sin r}{\sin d \sin n}.$$

Ces

Ces formules étant fort propres pour le calcul trigonométrique, on trouvera aisément r & $r-p$; car supposons qu'on trouve $\cos(r-p) = \cos s$, à cause de $r-p = \pm s$, les deux valeurs de p seront $p = r \pm s$.

COROLL. 1.

LXIII. En chaque méridien donc il y a deux points par où chaque ligne Halleyenne passe, à moins que ces deux points ne se réunissent dans un seul, ou qu'ils ne deviennent imaginaires. Le premier arrive si l'expression $\frac{\cos c \ \sin(n-q) \sin r}{\sin d \sin n}$ devient égale à l'unité, & l'autre si elle surpasse l'unité.

COROLL. 2.

LXIV. Concevons qu'on tire par C un grand cercle GO, qui coupe le méridien PLp en sorte en O, qu'il devienne $PO = r$; & partant $OL = r-p$: & ayant dans le triangle CPO les côtés $CP = d$; $PO = r$ & $CPO = q$, à cause de $\operatorname{tang} r = \frac{\sin d \sin m}{\cos d \sin(m-q)}$ on trouve

$$\operatorname{tang} PCO = \frac{\sin m \ \sin q}{\cos d \sin(m-q) - \cos d \sin m \cos q} = -\frac{\operatorname{tang} m}{\cos d}$$

de sorte que, puisque $\operatorname{tang} m = \frac{\operatorname{tang} \delta \ \cos d}{\cos c}$, on aura

$$\operatorname{tang} PCO = -\frac{\operatorname{tang} \delta}{\cos c} \quad \text{ou} \quad \operatorname{tang} pCO = \frac{\operatorname{tang} \delta}{\cos c}.$$

COROLL. 3.

LXV. Il est donc remarquable que la position du grand cercle CO ne dépend pas de l'angle $CPO = q$ & qu'elle a lieu pour tous les méridiens. Et puisque l'arc $OL = r-p$, est tant négatif que positif, ce grand cercle CO sera le diamètre des lignes Halleyennes pour la même déclinaison magnétique δ.

CO-

COROLL. 4.

LXVI. Puisque $AC = c$, si nous tirons de A un grand cercle AE, qui fasse avec CA un angle $CAE = \delta$, on trouvera l'arc AE égal à un quart de cercle. Donc, pour construire le cercle diamètral CO, on n'a qu'à appliquer en A un quart de cercle AE sous un angle $CAE = \delta$, & les deux points C, E détermineront ce cercle.

COROLL. 5.

LXVII. Si nous posons $q = 0$, nous aurons $r = d$ & $r - p = c$ donc $p = d \pm c$. Mais, ayant posé $c = 90^\circ - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ & $p = 90^\circ + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, ces deux valeurs de p sont a & $180^\circ + b$, qui marquent les deux poles magnétiques, auxquels toutes les lignes Halleyennes aboutissent.

1. REMARQUE.

LXVIII. Par la premiere équation on voit, que prenant la déclinaison δ négative, ou occidentale, l'équation demeure la même, pourvu qu'on prenne aussi l'angle q négatif. Dans ce cas les lignes Halleyennes tomberont dans l'autre hemisphére, & seront tout à fait semblables à celles du supérieur : il suffit donc d'avoir calculé ces lignes pour un hemisphére.

2. REMARQUE.

LXIX. Les formules que nous avons données pour l'usage du calcul, ne sont pas applicables au cas, où la déclinaison doit évanouir, puisque alors l'angle q évanouit nécessairement : la ligne sans déclinaison étant l'un & l'autre méridien, qui passent par les poles magnétiques. Or, si la déclinaison est très petite, l'angle q ne sauroit surpasser une certaine grandeur : pour la trouver, soit la déclinaison δ & l'angle q extrèmement petit, & à cause de $m = \frac{\delta \cos d}{\cos c}$ & $n = \frac{\delta \cos c}{\cos d}$:

nous aurons $\tang r = \frac{\delta \sin d}{\delta \cos d - q \cos c}$ & ensuite

$$\cos (r - p) = \frac{\delta \cos c - q \cos d}{\sqrt{(\delta\delta - 2\delta q \cos c \cos d + qq \cos c^2)}}$$

où

où la plus grande valeur, dont q est susceptible, est $\sin q = \frac{\delta \sin c}{\sqrt{(\sin c^2 - \sin d^2)}} = \frac{\delta \cos \frac{1}{2}(a - b)}{\sqrt{\sin a \sin b}}$, d'où l'on voit, combien les lignes Halleyennes pour les très petites déclinaisons s'éloignent des méridiens PAp & PBp. Mais il est clair en même tems, que ces lignes s'avancent d'autant plus vers le milieu de l'hemisphére, plus la déclinaison croit, & qu'il y en aura une, comme dans le cas précédent, dont les branches se coupent mutuellement; & qui sera la limite entre les petites & les grandes déclinaisons.

PROBLEME X.

LXX. *Trouver la déclinaison δ, dont la ligne Halleyenne est composée des branches, qui se coupent mutuellements.*

SOLUTION.

A l'endroit où les deux branches se coupent, l'arc du méridien PL qui passe par cet endroit, aura deux valeurs égales. Donc, dans la solution du problême précédent, l'expression $\frac{\cos c \sin (n - q) \sin r}{\sin d \sin n}$, sera égale à l'unité, prise positivement ou négativement. Or, afin que cette expression ne devienne pas plus grande que l'unité, il faut que l'unité soit la plus grande valeur. Voilà donc à quoi revient la solution du problème: Il faut que l'expression $\frac{\cos c \sin (n - q) \sin r}{\sin d \sin n}$ soit égale à l'unité, & que son différentiel soit en même tems $= 0$. Mais, tant pour la facilité du calcul, que pour rendre notre recherche plus générale, je me tiendrai aux formules plus générales

$$\tang r = \frac{A}{B \cos q - C \sin q} \quad \& \quad \cos (r - p) = \frac{(D \cos q - E \sin q) \sin r}{A}$$

& il faut qu'il soit

premierement $\quad (D \cos q - E \sin q) \sin r = \pm A$

& ensuite $\quad dr \cos r \, (D \cos q - E \sin q) = dq \sin r \, (D \sin q + E \cos q)$.

Or

Or le différentiel logarithmique de l'équation $\text{tang}\, r = \frac{A}{B \cos q - C \sin q}$

donne $\frac{dr}{\sin r \cos r} = \frac{dq (B \sin q + \cos q)}{B \cos q - \sin q}$: d'où nous tirons :

$$\cos r^2 = \frac{(B \cos q - C \sin q)(D \sin q + E \cos q)}{(B \sin q + C \cos q)(D \cos q - E \sin q)}$$

& partant $\sin r^2 = \frac{CD - BE}{(B \sin q + C \cos q)(D \cos q - E \sin q)}$

d'où la valeur de tang r fournit $\frac{AA}{CD - BE} = \frac{B \cos q - C \sin q}{D \sin q + E \cos q}$,

& la premiere égalité : $\frac{AA}{CD - BE} = \frac{D \cos q - E \sin q}{B \sin q + C \cos q}$.

Posons pour abréger $\frac{AA}{CD - BE} = M$, & nous trouverons

$$\text{tang}\, q = \frac{D - MC}{E + MB} = \frac{B - ME}{C + MD},$$ & partant

$$(1 - MM)(CD - BE) = M(BB + CC - DD - EE)$$

ou bien

$$A^4 + AA(BB + CC - DD - EE) = (CD - BE)^2.$$

Maintenant, si nous substituons les valeurs du problème précédent, on aura

$$BB + CC - DD - EE = -(1 - \text{tang}\, \delta^2)(\cos d^2 - \cos c^2)$$

$$CD - BE = -\text{tang}\, \delta (\cos d^2 - \cos c^2)$$ & $A = \text{tang}\, \delta \sin d$,

& de là on tirera enfin

$$\text{tang}\, \delta = \frac{\sqrt{(\cos d^2 - \cos c^2)}}{\sin d} = \frac{\sqrt{\sin a \sin b}}{\cos \frac{1}{2}(a+b)},$$ ou $\cos \delta = \frac{\sin d}{\sin c}$,

à cause de $\cos d = -\sin \frac{1}{2}(a+b)$ & $\cos c = \sin \frac{1}{2}(a-b)$.

 En-

Ensuite, pour le lieu de l'intersection, on aura à cause de $M = -\frac{\text{tang}\,\delta \sin d^2}{\cos d^2 - \cos c^2} = -\frac{1}{\text{tang}\,\delta}$, & $E + MB = 0$, l'angle $q = 90°$; & $\sin r^2 = \frac{BE - CD}{BE} = \frac{\cos d^2 - \cos c^2}{\cos d^2}$; & $\cos r = \frac{\cos c}{\cos d}$, donc $\cos(r-p) = -\frac{E}{A}\sin r = 1$, & puisque $p = r$, on aura $\sin p = \frac{\sqrt{(\cos d^2 - \cos c^2)}}{\cos d} = -\text{tang}\,\delta\,\text{tang}\,d = \frac{\text{tang}\,\delta \cos\frac{1}{2}(a+b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)} =$

$$= \frac{\sqrt{\sin a \sin b}}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}; \quad \text{ou} \quad \cos p = -\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)};$$

ayant déjà trouvé $q = 90°$.

COROLL. 1.

LXXI. Puisque $\frac{B\cos q - C\sin q}{D\sin q + E\cos q} = \frac{D\cos q - E\sin q}{B\sin q + C\cos q}$, cette équation donne d'abord la tangente de $2q$ savoir

$$\text{tang}\,2q = \frac{2(BC - DE)}{-BB + CC + DD - EE},$$

& puisque dans notre cas $BC = DE$, on en conclud d'abord $2q = 180°$ & $q = 90°$. Donc, $E + MB = 0$, ou $C + MD = 0$, & partant $M = -\frac{C}{D}$, ou $\frac{\text{tang}\,\delta \sin d^2}{\cos d^2 - \cos c^2} = \frac{1}{\text{tang}\,\delta}$, c'est à dire $\text{tang}\,\delta = \frac{\sqrt{(\cos d^2 - \cos c^2)}}{\sin d}$ comme auparavant.

COROLL. 2.

LXXII. Or la même valeur de tangente $2q$ donne

$$\sin 2q = \frac{2(BC - DE)}{\sqrt{[4(BC - DE)^2 + (BB - CC - DD + EE)^2]}}$$

&

& ensuite ayant

$$2AA+BB+CC-DD-EE=\sqrt{[4(CD-BE)^2+(BB+CC-DD-EE)^2]}$$

l'égalité des signes radicaux fournit

$$2AA+BB+CC-DD-EE=\frac{2(BC-DE)}{\sin 2q}, \text{ ou bien}$$

$$2AA+BB+CC-DD-EE=-\frac{BB+CC+DD-EE}{\cos 2q}$$

donc $\tan q^2=\dfrac{AA+BB-DD}{AA+CC-EE}$.

COROLL. 3.

LXXIII. Pour notre cas nous aurons donc :

$$\tan q^2=\frac{\tan \delta^2 \sin d^2}{\tan \delta^2 \sin d^2-\cos d^2+\cos c^2},$$

& puisque $\tan 2q=0$, & partant $q=90$, nous en concluons d'abord

$\tan \delta^2 \sin d^2=\cos d^2-\cos c^2$, ou $\tan \delta=\dfrac{\sqrt{(\cos d^2-\cos c^2)}}{\sin d}$,

ou bien $\tan \delta=\dfrac{\sqrt{\sin a \sin b}}{\cos \frac{1}{2}(a+b)}$

COROLL. 4.

LXXIV. Le signe radical marque tant une valeur positive que négative pour la déclinaison δ : de sorte que si δ donne une intersection dans la ligne Halleyenne, la déclinaison $-\delta$ en donnera aussi une, qui sera toujours dans un méridien perpendiculaire à ceux qui passent par les poles magnétiques.

COROLL. 5.

LXXV. Si $Bp=AP$ ou $b=a$, la déclinaison $\delta=\pm a$ donnera une ligne à intersection, & pour l'intersection on aura $q=90°$, & $p=90°$. Mais, si $b=0$, ou si un pole magnétique étoit dans

 un

un pole naturel de la Terre, on auroit $\delta = 0$, & $p = 0$: l'interſection ſéroit alors dans ce pole de la Terre, pour une déclinaiſon infiniment petite.

1. REMARQUE.

LXXVI. Examinons plus ſoigneuſement le cas, où l'intervalle $Bp = b$ évanouït, & puisque alors $c = 90° - \frac{1}{2}a$ & $d = 90° + \frac{1}{2}a$, pour trouver les lignes Halleyennes nous aurons d'abord $\tang m = \tang n = - \tang \delta$. Soit donc $m = n = - \delta$, & nous trouverons

$$\tang r = - \frac{\sin \delta}{\tang \frac{1}{2} a \sin (\delta + q)} \quad \& \quad \cos (r - p) = - \cos r$$

donc $r - p = \pm (180° - r)$ de ſorte que

$$p = 180° \quad \text{ou} \quad p = 2r - 180°$$

Chaque méridien n'eſt donc coupé que dans un point, l'autre ſe perdant dans le pole p. Or, pour trouver plus commodément l'autre point, poſons $a = 90° + t$, & il faudra chercher l'angle t de ſorte que $\tang t = \frac{\tang \frac{1}{2} a \sin (\delta + q)}{\sin \delta}$, & alors on aura $p = 2t$.

Si $q = 0$, on a $t = \frac{1}{2} a$: d'où l'on voit que toutes les lignes Halleyennes ſortent du pole A, & qu'elles rentrent dans l'autre pole P.

2. REMARQUE.

LXXVII. Dans la ſuppoſition que le pole méridional magnétique ſoit réuni avec le pole antarctique p, j'ai poſé la diſtance
Fig. 10. AP $= 30°$, & la figure 10 répréſente les lignes Halleyennes pour les déclinaiſons de 5°, 10°, 15° &c. qui ſont toutes ſemblables à celles, que nous avons trouvées dans la premiere ſection pour les grandes déclinaiſons. Toutes ces courbes, à ce qu'on voit, aboutiſſent aux poles P & A, & n'entrent nulle part dans le pole B, quoique ce point ſelon le calcul appartienne à chacune de ces lignes. En conſtruiſant ces lignes on s'apperçoit dabord, qu'elles contiennent des branches ſemblables, & qu'un grand cercle perpendiculaire à PAB, & tiré par le

le milieu de l'intervalle AP, en feroit le diamètre. Or, si nous rapportons les lignes Halleyennes à ce diamètre, on verra bientôt, qu'elles sont toutes de petits cercles, qui passent par les deux poles A & P. Soit R le rayon d'un de ces petits cercles pour la déclinaison δ, prenant pour R l'arc du grand cercle, qui en représente le rayon dans la surface de la sphére, & on trouve $\cos R = \cos \frac{1}{2} a \cos \omega$, prenant $\tang \omega = \frac{\sin \frac{1}{2} a}{\tang \delta}$, ou bien on aura $\tang R = \frac{\tang \frac{1}{2} a}{\sin \delta}$. La démonstration de ces formules peut conduire à de fort beaux Théoremes de la Trigonomètrie sphérique, mais ce cas est trop particulier, pour que je m'y arrête.

PROBLEME XI.

LXXVIII. *Déterminer plus exactement la figure des lignes Halleyennes, lorsque les poles magnétiques ne sont pas diamètralement opposés, mais qu'ils se trouvent pourtant en des méridiens opposés.*

SOLUTION.

Ayant distribué cy-dessus les lignes Halleyennes en trois ordres, dont le premier contient les lignes, qui vont d'un pole magnétique au pole naturel qui lui est contraire; & le troisième celles, qui vont d'un pole magnétique au pole naturel, qui lui est le plus proche. Entre ces deux ordres le second est quasi la limite, & ne renferme qu'une seule ligne, composée de deux branches, qui se croisent quelque part, & forment un point d'intersection, comme on peut voir dans la septième figure. Ces trois ordres ont lieu dans tous les cas; quoiqu'il puisse arriver quelquefois, qu'un ou deux évanouissent ou se confondent ensemble, comme nous venons de voir dans le cas, où un pole magnétique tomboit dans un pole naturel: car, puisque la ligne du second ordre répondoit à une déclinaison infiniment petite, tant elle que le premier ordre tout entier se confondoit avec la ligne sans déclinaison, & toutes les déclinaisons donnoient des lignes du troisième or-

ordre. Mais, si aucune des distances AP $= a$ & B$p = b$ n'évanouït, les trois ordres seront distingués, & pour les bien connoitre, on n'a qu'à déterminer la ligne du second ordre, qui répond à la déclinaison δ, en sorte que

$$\text{tang}\ \delta = \frac{\sqrt{(\cos d^2 - \cos c^2)}}{\sin d} = \frac{\sqrt{\sin a \sin b}}{\cos \frac{1}{2}(a+b)}$$

d'où l'on tire

$$\sin\delta = \frac{\sqrt{(\cos d^2 - \cos c^2)}}{\sin c} \ \&\ \cos\delta = \frac{\sin d}{\sin c} = \frac{\cos\frac{1}{2}(a+b)}{\cos\frac{1}{2}(a-b)}$$

cette derniere expression rationelle est la plus commode pour en tirer la déclinaison δ requise pour la ligne du second ordre; qui marque aussi tant $+\delta$ pour la déclinaison orientale que $-\delta$ pour l'occidentale. Ensuite nous avons vu que le point d'intersection tombe dans le méridien, où $q = 90°$, & sa distance du pole boréal P sera l'arc PL, en sorte que $\cos \text{PL} = \frac{\cos c}{\cos d} = -\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}$. De là on voit que, si $a > b$, ou AP > Bp, cette intersection tombe vers le sud, & si AP < Bp vers le nord.

Après avoir déterminé cette ligne, dont une branche passe d'un pole magnétique à l'autre, & l'autre branche d'un pole naturel à l'autre, les moindres déclinaisons donneront des lignes du premier ordre, & les plus grandes des lignes du troisiéme ordre: qu'on construira par les formules du §. LXII.

EXEMPLE.

LXXIX. Soit la distance des poles au nord AP $= 10°$, & au sud B$p = 20°$: ayant donc $a = 10$, & $b = 20$, on aura $c = 90 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = 95°$, & $d = 90 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = 105°$.

De là pour la ligne du second ordre on trouvera la déclinaison $\delta = 14°, 9', 36\frac{2}{3}''$. Soit cette déclinaison orientale, & cherchons dans tous les méridiens de 10° à 10° les points, par où cette ligne passera:

φ	r	s	PL	Pl
0′	105°, 0′	95°, 0′	10°, 0′	200°, 0′
10	101, 24	84, 37	16, 47	186, 1
20	97, 22	73, 58	23, 24	171, 20
30	93, 3	63, 7	29, 56	156, 10
40	88, 35	52, 10	36, 25	140, 45
50	84, 11	41, 16	42, 55	125, 27
60	80, 1	30, 31	49, 30	110, 32
70	76, 16	20, 1	56, 15	96, 17
80	73, 0	9, 52	63, 8	82, 52
90	70, 19	0, 0	70, 19	70, 19
100	68, 15	9, 36	77, 51	58, 39
110	66, 50	18, 56	85, 46	47, 54
120	66, 4	28, 8	94, 12	37, 56
130	65, 57	37, 16	103, 13	28, 41
140	66, 29	46, 26	112, 55	20, 3
150	67, 40	55, 54	123, 34	11, 46
160	69, 29	65, 12	134, 41	4, 17
170	71, 57	74, 57	146, 54	- 3, 0
180	75, 0	85, 0	160, 0	- 10, 0

Cette ligne eſt repréſentée dans la figure 11[me], où l'on voit outre les lignes ſans déclinaiſon, les lignes pour la déclinaiſen de 5° & 10° du premier ordre, & du troiſième ordre, on voit les lignes de 20° & 25° de déclinaiſon. De là on jugera aiſément, quelle doit être la figure de ces lignes dans tout autre cas, où les poles magnétiques ſe trouvent en deux méridiens oppoſés, quelles que ſoient leurs diſtances aux poles naturels de la Terre. Fig. II.

TROI-

TROISIÈME SECTION.

Les deux Poles magnétiques de la Terre se trouvant dans le même méridien.

PROBLEME XII.

Fig. 12. LXXX. *Les deux poles magnétiques* A & B *étant situés dans un même méridien* P C p, *déterminer la déclinaison magnétique pour chaque lieu proposé de la terre* L.

SOLUTION.

Soit la distance du pole magnétique boréal A au pole arctique AP $= a$, & la distance du pole méridional B au pole antarctique B$p = b$. La distance des poles magnétiques AB$= 180° - a - b$ soit partagée au milieu C; soit la moitié CA$=$CB$= 90 - \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b = c$, & l'arc du méridien CP$= d = 90° + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$. Qu'on tire par le lieu proposé de la Terre L le méridien PLp, & soit la longitude APL$= q$, comptant cet angle depuis le méridien PCp vers l'occident, & la distance au pole arctique PL$= p$; enfin soit δ la déclinaison de la boussole en L, laquelle étant positive soit orientale, de sorte qu'une valeur négative trouvée pour δ marque une déclinaison occidentale. Cela posé, tout le raisonnement demeurant le même, comme dans la section précédente, puisque la différence se trouve uniquement dans les quantités c & d, entant qu'elles dépendent des distances a & b, on trouvera comme cy-dessus la déclinaison magnétique exprimée en sorte

$$\text{tang}\,\delta = \frac{(\cos c \cos p - \cos d)\sin q}{-\cos c \cos q + \sin d \sin p + \cos d \cos p \cos q}, \quad \text{où}$$

$\cos c = \sin\frac{1}{2}(a+b)$, $\cos d = \sin\frac{1}{2}(b-a)$ & $\sin d = \cos\frac{1}{2}(b-a)$.
Donc, en substituant ces valeurs, nous aurons

$$\text{tang}\,\delta = \frac{[\sin\frac{1}{2}(a+b)\cos p - \sin\frac{1}{2}(b-a)]\sin q}{-\sin\frac{1}{2}(a+b)\cos q + \cos\frac{1}{2}(b-a)\sin p + \sin\frac{1}{2}(b-a)\cos p \cos q}.$$

co-

COROLL. 1.

LXXXI. Par tout l'hemiſpheré que la figure repréſente, que je nommerai le ſupérieur, tant ſin q que ſin p ont partout des valeurs poſitives; mais ſi q & p ſurpaſſent 90°, leurs coſinus deviennent négatifs. D'où l'on voit que le numérateur ne demeure pas toujours poſitif, comme dans la ſection précédente.

COROLL. 2.

LXXXII. Quand l'arc p eſt pris ſi grand, que $\cos p = \frac{\sin \frac{1}{2}(b-a)}{\sin \frac{1}{2}(b+a)}$ la déclinaiſon δ évanouit, & ſi l'on augmente au delà l'arc $PL = p$, la déclinaiſon deviendra ſur ce même hemiſphere négative ou occidentale. Et par la même raiſon les deux eſpeces de déclinaiſon auront auſſi lieu ſur l'autre hemiſphere.

COROLL. 3.

LXXXIII. Car, puisque l'équation demeure inaltérée quoiqu'on prenne δ & q négatifs, la déclinaiſon ſur l'hemiſphere inférieur ſuivra la même loi que ſur le ſupérieur, pourvu qu'on change le titre.

COROLL. 4.

LXXXIV. Si les deux diſtances AP & Bp ſont égales $a = b$; notre expreſſion deviendra $\tang \delta = \frac{\sin a \cos p \sin q}{-\sin a \cos q + \sin p}$. Donc, ſi $p = 90°$, c'eſt à dire partout ſous l'équateur, la déclinaiſon magnétique ſera $= 0$. Or ſi $p = 0$, on aura $\tang \delta = - \tang q$, ou $\delta = 180 - q$; dans l'autre pole ou $p = 180°$, ayant $\tang \delta = \frac{-\sin q}{-\cos q}$, à cauſe du numérateur & dénominateur négatif, on aura $\delta = 180° + q$.

COROLL. 5.

LXXXV. Ces deux dernieres concluſions ont auſſi lieu en général, d'où l'on voit que ſur l'hemiſphere ſupérieur proche du pole boréal P la déclinaiſon ſera $\delta = 180° - q$, & partant orientale; mais

mais proche du pole antarctique p, la valeur $\delta = 180° + q$ indique une déclinaiſon occidentale.

REMARQUE.

LXXXVI. Voilà donc déjà une grande différence entre le cas de cette ſection & celui de la précédente. Car auparavant la déclinaiſon étoit par tout l'hemiſphere ſupérieur orientale, & ſur l'autre hemiſphere partout occidentale, de ſorte que ſous chaque méridien elle fut partout de la même eſpece. Mais dans le cas préſent nous voyons, que ſur le même hemiſphere les deux eſpeces ont lieu, de ſorte que ſous un même méridien l'aiguille décline tant vers l'eſt que vers l'oüeſt. Par là eſt renverſé le fondement, ſur lequel M. *Halley* avoit établi ſon ſyſtême de quatre poles magnétiques, croyant que s'il n'y en avoit que deux, il ſeroit impoſſible, que les deux eſpeces de déclinaiſon régnaſſent ſous un même méridien, ce qui ſera mis dans un plus grand jour par les recherches ſuivantes.

PROBLEME XIII.

LXXXVII. *Les deux poles magnétiques* A *&* B *étant placés dans un même méridien* PCp, *trouver les lignes Halleyennes, qui paſſent par tous les endroits, où il n'y a point du tout de déclinaiſon.*

SOLUTION.

Ayant poſé comme auparavant les diſtances $AP = a$ & $Bp = b$, puisque pour un lieu quelconque L déterminé par l'angle $CPL = q$ & l'arc $PL = p$, la déclinaiſon δ eſt exprimée en ſorte

$$\tang \delta = \frac{[\sin \frac{1}{2}(a+b)\cos p - \sin \frac{1}{2}(b-a)]\sin q}{-\sin \frac{1}{2}(a+b)\cos q + \cos \frac{1}{2}(b-a)\sin p + \sin \frac{1}{2}(b-a)\cos p \cos q},$$

on voit que la déclinaiſon δ évanouit en deux cas, l'un où $\sin q = 0$, & l'autre où $\cos p = \frac{\sin \frac{1}{2}(b-a)}{\sin \frac{1}{2}(a+b)}$; le premier donne ou $q = 0$, ou $q = 180°$, & partant la déclinaiſon ſera nulle, tant ſous le méridien PCp qui paſſe par les deux poles magnétiques A & B, que ſous le méridien Pcp qui lui eſt oppoſé.

Mais

Mais, puisque l'autre équation $\cos p = \frac{\sin \frac{1}{2}(b-a)}{\sin \frac{1}{2}(a+b)}$ est aussi possible, il y a outre ces deux méridiens encore d'autres endroits, où la déclinaison évanouit également; & il est évident, que tous ces lieux sont situés dans un cercle parallele à l'équateur, dont le sinus de latitude est $= \frac{\sin \frac{1}{2}(b-a)}{\sin \frac{1}{2}(a+b)}$. La latitude de ce parallele sera donc boréale si $b > a$, ou si l'intervalle méridional Bp est plus grand que le boréal AP; & elle sera méridionale, si $AP > Bp$. Si ces deux intervalles étoient égaux, ce seroit partout sous l'équateur même, que l'aiguille n'eut point de déclinaison.

COROLL. 1.

LXXXVIII. Dans ce cas donc, où les deux poles magnétiques A & B se trouvent dans le même méridien PCp, il y a outre les deux méridiens PCp & Pcp encore un cercle parallele MKN, où la déclinaison est nulle, ce qui produit une différence bien remarquable entre ce cas, & celui que j'ai consideré dans la section précédente. Fig. 13.

COROLL. 2.

LXXXIX. Pour déterminer ce parallele MKN, sa distance au pole arctique P, ou l'arc PM, est tel que $\cos PM = \frac{\cos d}{\cos c} = \frac{\cos CP}{\cos CA}$: d'où l'on déduit cette construction. Du point C comme centre avec l'intervalle CA qu'on décrive sur la sphére le petit cercle AKB, & qu'on tire un méridien PK, qui le touche en K, alors le parallele cherché MKN passera par le point K.

COROLL. 3.

XC. Par ce parallele MKN, & les deux méridiens PCp & Pcp, la surface de la Terre est en sorte partagée en quatre parties, que sur l'hemisphére supérieur, la déclinaison est orientale dans la partie boréale, & occidentale dans la partie méridionale. Or au contraire sur l'autre hemisphére la déclinaison est occidentale sur la partie boréale & orientale sur la partie méridionale.

COROLL. 4.

XCI. En passant donc tant l'un des deux méridiens que ce parallele MKN on rencontrera toujours une déclinaison contraire à celle qu'on a eu auparavant, à moins qu'on ne passe par les points d'intersection M ou N, un tel passage devant être censé double.

REMARQUE.

XCII. Puisque les lignes sans déclinaison forment deux intersections M & N, il est évident qu'aucune autre ligne Halleyenne ne sauroit donner des intersections. Cela est aussi clair par la détermination de la ligne du second ordre, que nous avons donnée dans la section précédente; car, puisqu'ici l'intervalle b doit pris négatif, la déclinaison δ à laquelle devroit repondre la ligne du second ordre, seroit déterminée ainsi $\tan \delta = \frac{\sqrt{-\sin a \sin b}}{\cos \frac{1}{2}(a+b)}$, & partant imaginaire. Cependant, puisque le cas $\delta = 0$ donne en effet une intersection, il faut remarquer, que l'équation, qui nous a fourni cy-dessus cette valeur (69) a été divisible par tang δ, de sorte que ce cas n'en est pas exclus. Donc, parce que la ligne du second ordre se confond ici avec la ligne sans déclinaison, il n'y aura point de lignes du premier ordre, mais toutes les lignes Halleyennes seront du troisième ordre. Il ne reste donc que d'en enseigner la construction, ce que je ferai dans le problème suivant.

PROBLEME XIV.

XCIII. *Dans le cas de cette section déterminer les lignes Halleyennes pour tous les degrés de déclinaison tant vers l'Est que vers le Oüest.*

SOLUTION.

Fig. 12. Que δ marque la déclinaison proposée, & soit L un point dans la ligne que nous cherchons. Posant maintenant $AC = c$; $CP = d$, $CPL = q$ & $PL = p$, la solution de ce problême sera la même que celle du problême 9, la diversité de la détermination des quantités c & d par a & b n'y causant aucun changement, puisqu'ici nous avons

avons $c = 90° - \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ & $d = 90° + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$. On commencera donc par chercher deux angles m & n en ſorte que

$$\tang m = \frac{\tang \delta \cos d}{\cos c} = \frac{\tang \delta \sin \frac{1}{2}(b-a)}{\sin \frac{1}{2}(a+b)}$$

$$\tang n = \frac{\tang \delta \cos c}{\cos d} = \frac{\tang \delta \sin \frac{1}{2}(a+b)}{\sin \frac{1}{2}(b-a)}.$$

Alors pour une longitude CPL $= q$ quelconque on cherchera deux arcs r & s en ſorte que

$$\tang r = \frac{\tang d \sin m}{\sin(m-q)} = \frac{\cos \frac{1}{2}(b-a) \sin m}{\sin \frac{1}{2}(b-a) \sin(m-q)}, \quad \&$$

$$\cos s = \frac{\cos c \sin(n-q) \sin r}{\sin d \sin n} = \frac{\sin \frac{1}{2}(a+b) \sin(n-q) \sin r}{\cos \frac{1}{2}(b-a) \sin n}$$

De là on conclura deux valeurs pour la diſtance du point L au pole arctique P, ſavoir $p = r \pm s$. Or il ſuffit de calculer les lignes pour les déclinaiſons orientales, puiſque celles qui répondent aux occidentales, où δ négatif, leur ſont ſemblables, & tombent dans l'hemiſphére oppoſé. Toutes ces lignes ſeront du troiſième ordre, & ſortiront de chaque pole magnetique pour rentrer dans le pole voiſin de la Terre ; elles feront auſſi de part & d'autres avec le grand cercle P C p c P des angles égaux à la déclinaiſon δ. Par cette détermination on verra, que les lignes Halleyennes ſeront à peu près telles, qu'elles ſont répréſentées dans la figure 14. qui n'a pas beſoin d'explication. Fig. 14.

COROLL. I.

XCIV. On peut obſerver ici comme cy-deſſus, que ſi l'on applique en A un quart de cercle AE, qui faſſe avec le méridien P C p un angle CAE $= \delta$ vers l'occident, ſi δ eſt poſitif, le grand cercle tiré par les points C & E coupera tous les méridiens P L p en ſorte en O que PO $= r$. Fig. 12.

COROLL. 2.

Fig. 13. & 14. XCV. Or le petit cercle parallele à l'équateur MKN, où la déclinaison est nulle, coupe en sorte les méridiens de l'hemisphére supérieur, que sous la partie vers le Nord la déclinaison est orientale, & sous la partie vers le Sud occidentale.

REMARQUE.

XCVI. Puisque toutes les lignes Halleyennes sont du troisième ordre, & que chacune ne s'éloigne du pole qu'à une certaine distance, il sera bon de déterminer pour chaque déclinaison la plus grande distance du pole arctique, afin qu'on sache jusqu'à quelle latitude chaque degré de déclinaison s'étend. Ce sera le sujet du probléme suivant.

PROBLEME XV.

XCVII. *Pour chaque déclinaison proposée déterminer la distance, à laquelle la ligne Halleyenne, qui lui répond, s'éloigne du pole boreal de la Terre.*

SOLUTION.

Ayant trouvé entre p & q cette équation :

$$\text{tang}\,\delta\,\sin d\,\sin p + (\text{tang}\,\delta\,\cos d\,\cos q - \cos c\,\sin q)\cos p = \text{tang}\,\delta\,\cos c\,\cos q - \cos d\,\sin q$$

il s'agit de déterminer la plus grande valeur de p, laquelle se trouve par la différentiation en supposant $dp = 0$, en sorte

$$(\text{tang}\,\delta\,\cos d\,\sin q + \cos c\,\cos q)\cos p = \text{tang}\,\delta\,\cos c\,\sin q + \cos d\,\cos q$$

multiplions la premiere par $\cos q$ & celle-cy par $\sin q$, pour avoir leur somme.

$$\text{tang}\,\delta\,\sin d\,\sin p\,\cos q + \text{tang}\,\delta\,\cos d\,\cos p = \text{tang}\,\delta\,\cos c$$

ou $\sin d\,\sin p\,\cos q = \cos c - \cos d\,\cos p$

Multiplions aussi la premiere par $\sin q$ & la seconde par $-\cos q$; & alors leur somme donnera

$$\text{tang}\,\delta\,\sin d\,\sin p\,\sin q - \cos c\,\cos p = -\cos d$$

 ou

ou $\quad \sin d \sin p \sin q = \frac{\cos c \cos p - \cos d}{\tang \delta}$.

Ajoutons ensemble les quarrés de ces deux formules pour éliminer q, & nous aurons

$$\tang \delta^2 \sin d^2 \sin p^2 = \tang \delta^2 (\cos c - \cos d \cos p)^2 + (\cos c^2 \cos p^2 - \cos d)^2$$

qui se réduit à celle-cy :

$$\sin \delta^2 \sin d^2 \sin p^2 = \sin \delta^2 \cos c^2 - 2 \sin \delta^2 \cos c \cos d \cos p + \sin \delta^2 \cos d^2 \cos p^2$$
$$+ \cos \delta^2 \cos d^2 - 2 \cos \delta^2 \cos c \cos d \cos p + \cos \delta^2 \cos c^2 \cos p^2$$

& posant pour $\cos \delta^2$ sa valeur $1 - \sin \delta^2$, on parvient à

$$\sin \delta^2 \sin c^2 \sin p^2 = (\cos d - \cos c \cos p)^2$$

par conséquent :

$$- \sin \delta \sin c \sin p + \cos p = \cos d$$

dont la résolution est très aisée en cherchant un angle g, que $\tang g = \sin \delta \tang c$, & on aura

$$\cos (p + g) = \frac{\cos d \cos g}{\cos c},$$

d'où l'on trouve p doublement.

Pour la longitude q à laquelle répond cette plus grande valeur de p, à cause de $\cos c \cos p - \cos d = \pm \sin \delta \sin c \sin p$, on obtiendra

$$\sin d \sin p \sin q = \pm \cos \delta \sin c \sin p, \text{ ou } \sin q = \pm \frac{\cos \delta \sin c}{\sin d}$$

& partant tous ces lieux les plus éloignés du pole P ne tombent pas dans un même méridien, mais plus la déclinaison δ approche de 90°, l'angle q sera plus petit : qui évanouira, si $\delta = 90°$.

COROLL. I.

XCVIII. Si l'on pose $\frac{\cos d \cos g}{\cos c} = \cos h$, on aura $p + g = \pm h$ & les deux valeurs de p seront $p = g \pm h$. Car puisque pour chaque

que déclinaiſon δ il y a deux lignes Halleyennes, l'une boréale, l'autre méridionale, dans les hemiſphéres oppoſés, la plus petite valeur de p ſert pour la boréale, & la plus grande pour la méridionale.

COROLL. 2.

XCIX. Les deux valeurs de q répondent auſſi à ces deux lignes, de ſorte que la poſitive convient à celle qui eſt dans l'hemiſphére ſupérieur; & la négative pour l'inférieur. Nous avons déjà obſervé que ſi δ eſt poſitif, ou la déclinaiſon orientale, la ligne boréale eſt dans l'hemisphére ſupérieur & la méridionale dans l'inférieur.

COROLL. 3.

C. Si la déclinaiſon δ évanouit, on aura $g = 0$, & partant $\text{cof}\, h = \frac{\text{cof}\, d}{\text{cof}\, c}$, & de là $p = \pm h$, ce qui eſt la diſtance du parallele, où il n'y a point de déclinaiſon au pole P. Alors, quoique tous les points de cette ligne ſoyent également éloignés du pole, on trouve pourtant $\text{fin}\, q = \pm \frac{\text{fin}\, c}{\text{fin}\, d}$, & cet angle convient aux déclinaiſons extrémément petites.

COROLL. 4.

CI. Pour de plus grandes déclinaiſons la longitude q devient plus petite, & ſi $\delta = 90°$, on aura $q = 0$, dans ce cas les points les plus éloignés des poles de la Terre ſeront dans les poles magnétiques, par leſquels toutes les ligne Halleyennes paſſent.

EXEMPLE.

CII. Soit $PA = a = 10°$ & $pB = b = 20°$; donc $c = 90° - \frac{1}{2}a - b = 75°$ & $d = 85°$: & calculons pour chaque déclinaiſon tant la plus grande diſtance p au pole P que l'angle $CPL = q$.

Décli-

Déclinaison	Ligne boreale distance p	Ligne boreale angle q +	Ligne méridionale distance p	Ligne méridionale angle q —
0°	70°, 19′	75°, 51′	70°, 19′	75°, 51′
5°	53, 19	75, 0	89, 21	75, 0
10	40, 38	72, 43	106, 32	72, 43
15	31, 58	69, 29	120, 0	69, 29
20	26, 6	65, 40	129, 56	65, 40
25	21, 59	61, 30	137, 15	61, 30
30	19, 2	57, 7	142, 40	57, 7
35	16, 51	52, 35	146, 47	52, 35
40	15, 10	47, 58	149, 56	47, 58
45	13, 54	43, 17	152, 24	43, 17
50	12, 54	38, 27	154, 20	38, 27
55	12, 6	33, 47	155, 52	33, 47
60	11, 29	29, 0	157, 5	29, 0
70	10, 37	19, 22	158, 47	19, 22
80	10, 9	9, 42	159, 43	9, 42
90	10, 0	0, 0	160, 0	0, 0

REMARQUE.

CIII. On voit par ce calcul, que les intervalles entre les lignes Halleyennes deviennent d'autant plus petits, plus la déclinaiſon augmente : ainſi dans les lignes boréales, celle qui répond à 5° eſt éloignée de 17° de la ligne ſans déclinaiſon; or de 5° à 10° il n'y a que 12°, 41′ d'intervalle, & de 10° à 15° l'intervalle eſt 8°, 40′ & ainſi de ſuite. Dans les lignes méridionales les intervalles ſont plus grands, puisque la diſtance des poles du Sud eſt plus grande : car en général plus les poles magnétiques ſont éloignés des pôles de la Terre, plus les lignes Halleyennes s'éloignent auſſi des poles ; & ſi les poles magnétiques ſe trouvoient effectivement dans un même méridien, par quelques obſervations des grandes déclinaiſons il ne ſeroit pas difficile d'eſtimer la vraye diſtance des poles magnétiques aux poles de la Terre;

re ; mais, comme il n'eſt pas probable que cela arrive, & quand même il arriveroit, il ne ſauroit durer long tems à cauſe de leur variabilité, il ne vaut pas la peine que je m'y arrête. Cependant le cas où les deux diſtances $AP = a$ & $Bp = b$ ſont égales, ſemble en lui même ſi remarquable, qu'il mérite bien un dévelopement particulier, ce que je ferai dans le problème ſuivant.

PROBLEME XVI.

Fig. 12. CIV. *Si les deux poles magnétiques* A & B *ſont dans le même méridien également éloignés des poles de la Terre* P & p, *déterminer les lignes Halleyennes, pour tous les degrés de déclinaiſon.*

SOLUTION.

Puiſqu'ici $b = a$, on aura $c = 90° - a$, & $d = 90°$: donc à l'endroit L déterminé par l'arc $PL = p$, & l'angle $CL = q$, la déclinaiſon δ ſera déterminée en ſorte :

$$\operatorname{tang}\delta = \frac{\sin a \cos p \cos q}{-\sin a \cos q + \sin p}.$$

Et partant, ſi la déclinaiſon δ eſt donnée, on aura entre p & q cette équation : $\operatorname{tang}\delta \sin p - \sin a \sin q \cos p = \operatorname{tang}\delta \sin a \cos q$,

pour la conſtruire poſons $\operatorname{tang} r = \frac{\operatorname{tang}\delta}{\sin a \sin q}$,

& nous aurons $-\cos(p + r) = \sin a \cos q \sin r$. Soit donc s un tel angle que $\cos s = \sin a \cos q \sin r$, & puiſque $p + r = 180° \pm s$, nous aurons les deux valeurs ſuivantes p :

$$p = 180° - r - s \quad \& \quad p = 180° - r + s.$$

La ligne ſans déclinaiſon ſera donc, outre les méridiens PCp & Pcp, l'équateur même de la Terre, & les déclinaiſons orientales ſe trouveront tant ſur l'hemiſphére ſupérieur vers le nord, que ſur l'inférieur vers le ſud : le contraire arrive à l'égard des déclinaiſons occidentales. Toutes ces lignes Halleyennes appartiennent au troiſième ordre, & ſi

si l'on veut savoir seulement leur plus grand éloignement des poles, le problème précédent fournit une régle bien facile. Car, à cause de $c = 90 - a$ & $d = 90$, la plus grande distance de la ligne Halleyenne pour la déclinaison δ au pole étant posée $= p$, sera exprimée par cette égalité

$$\sin\delta \cos a \sin p + \sin a \cos p = 0, \quad \text{ou} \quad \operatorname{tang} p = \frac{\operatorname{tang} a}{\sin\delta},$$

& la longitude q, à laquelle cette plus grande distance p se trouve, en sorte : $\sin q = \cos\delta \cos a$.

COROLL. 1.

CV. On peut rendre le calcul des lignes Halleyennes plus commode, en cherchant les arcs r & s en sorte que

$$\operatorname{tang} r = \frac{\operatorname{tang}\delta}{\sin a \sin q} \quad \& \quad \cos s = -\sin a \cos q \sin r,$$

car alors les deux valeurs de p seront

$$p = s - r \quad \& \quad p = -s - r.$$

COROLL. 2.

CVI. En prenant δ positif, si l'on donne à q successivement toutes les valeurs depuis $0°$ jusqu'à $180°$, l'arc r sera toujours moindre que $90°$, & tant que q est $< 90°$, l'arc s sera plus grand que $90°$, & partout la premiere valeur $p = s - r$ positive, & l'autre $p = -s - r$ négative plus grande que $90°$, qui s'étendra dans l'hemisphére inférieur au delà de l'équateur.

COROLL. 3.

CVII. Si l'on pose $q = 90° + \Phi$, on aura pour r la même valeur que posant $q = 90° - \Phi$, mais alors au lieu de s on trouvera $180° - s$: donc les deux valeurs de p seront :

$$p = 180° - s - r \quad \& \quad p = -180° + s - r$$

dont la premiere est positive & l'autre négative.

COROLL. 4.

CVIII. Il suffit donc de pousser le calcul seulement jusqu'à $q = 90$, & puisque les lignes Halleyennes dans les quatre quartiers de la Terre sont semblables entr'elles, il suffit de les calculer pour un seul quartier, car alors

$$q = 90^\circ - \phi \quad \text{donne} \quad p = s - r$$

& $\quad q = 90^\circ + \phi \quad$ donne $\quad p = 180 - s - r$

prenant $\quad \operatorname{tang} r = \dfrac{\operatorname{tang} \delta}{\sin a \cos \phi} \quad$ & $\quad \cos s = - \sin a \sin \phi \sin r.$

COROLL. 5.

CIX. Si l'on prend $\phi < \delta$, on trouvera la seconde valeur de p négative, qui répond à la longitude $q = 90^\circ + \phi$: il en sera donc marqué un point dans l'hemisphére inférieur, où la déclinaison n'est pas δ, mais $180^\circ + \delta$: qui convient avec la déclinaison occidentale de $180^\circ - \delta$, cette ligne étant la continuation de celle qui répond à la déclinaison orientale δ.

REMARQUE.

CX. La maniere dont je me sers ici pour déterminer les lignes courbes tracées sur une surface sphérique, par une équation entre l'angle $CPL = q$ & l'arc $PL = p$, peut indiquer le même point en plusieurs manieres. Ainsi l'angle q demeurant le même comme les arcs p, $\pm 360^\circ + p$, $\pm 720^\circ + p$ &c. marquent le même point de la sphére, les deux coordonnées p & q ensemble peuvent varier pour le même point: car on peut aussi rapporter le point L à la longitude $180^\circ + q$, ou à cette négative $-(180 - q)$, en prenant au lieu de p l'arc négatif $-p$, ou $360^\circ - p$. Une telle différence dans nos formules ne change donc rien dans les courbes mêmes.

QUA-

QUATRIÈME SECTION.

Les deux Poles magnétiques de la Terre étant placés en deux méridiens différens.

PROBLEME XVII.

CXI. *Les deux poles magnétiques* A & B *étant placés en deux méridiens différens* PAp & PBp, *déterminer la déclinaison magnétique pour un lieu quelconque* L *de la Terre.* Fig. 15.

SOLUTION.

Soient les distances des poles magnétiques aux poles de la Terre AP $= a$, B$p = b$, & l'angle que font les deux méridiens des poles magnétiques, APB $= \gamma$. Qu'on tire par les poles magnétiques l'arc de grand cercle ACB dont le milieu soit en C, & posons CA $=$ CB $= c$, & on aura à cause de PB $= 180° - b$;

$$\cos 2c = \sin a \sin b \cos\gamma - \cos a \cos b.$$

Tirons par C le méridien PC, & au lieu des trois élémens principaux a, b, γ, introduisons dans le calcul ces trois dérivés déterminables par ceux-là :

$$CA = CB = c;\ CP = d;\ \&\ \text{l'angle}\ ACP = e.$$

Maintenant soit proposé un lieu quelconque L de la Terre, où Lδ réprésente la direction magnétique, auquel ayant tiré l'arc du grand cercle CL, soit comme dans le problême septième CL $= m$ & l'angle ACL $= n$; & on aura $\tang CL\delta = \frac{\tang n\,(1 - \cos c \cos m)}{\cos c - \cos m}$.

Considérons PC comme le premier méridien, & ayant tiré par L le méridien PLp, soit la longitude comptée vers l'occident ou l'angle CPL $= q$, & l'arc PL $= p$. Maintenant le triangle sphérique CPL fournira $\cos CL = \cos m = \cos d \cos p + \sin d \sin p \cos q$

$$\tang PCL = \tang (n - e) = \frac{\sin p \sin q}{\sin d \cos p - \cos d \sin p \cos q}$$

 tang

$$\text{tang CLP} = \frac{\sin d \sin q}{\cos d \sin p - \sin d \cos p \cos q} = \text{tang}(\text{CL}\delta + \delta)$$

posant la déclinaison en L entant qu'elle est orientale, ou l'angle $\text{PL}\delta = \delta$. Posons comme dans le problême huitième pour abréger:

$\cos d \cos p + \sin d \sin p \cos q = \text{A}$; $\sin d \cos p - \cos d \sin p \cos q = \text{B}$
$\cos d \sin p - \sin d \cos p \cos q = \text{C}$

& nous aurons:

$$\cos m = \text{A}; \quad \text{tang}(n - e) = \frac{\sin p \sin q}{\text{B}} = \frac{\text{tang } n - \text{tang } e}{1 + \text{tang } e \text{ tang } n}$$

$$\& \quad \text{tang}(\text{CL}\delta + \delta) = \frac{\sin a \sin q}{\text{C}} = \frac{\text{tang CL}\delta + \text{tang } \delta}{1 - \text{tang } \delta \text{ tang CL}\delta}$$

d'où nous tirons: $\text{tang } \delta = \dfrac{\sin d \sin q - \text{C tang CL}\delta}{\text{C} + \sin d \sin q \text{ tang CL}\delta}$.

Or de là nous avons $\text{tang } n = \dfrac{\text{B tang } e + \sin p \sin q}{\text{B} - \text{tang } e \sin p \sin q}$

& partant $\text{tang CL}\delta = \dfrac{1 - \text{A} \cos c}{\cos c - \text{A}} \cdot \dfrac{\text{B tang } e + \sin p \sin q}{\text{B} - \text{tang } e \sin p \sin q}$

Donc substituant cette valeur il proviendra

$$\text{tang } \delta = \frac{\sin d \sin q (\cos c - \text{A})(\text{B} - \text{tag } e \sin p \sin q) - \text{C}(1 - \text{A} \cos c)(\text{B tage} + \sin p \sin q)}{\text{C}(\cos c - \text{A})(\text{B} - \text{tage} \sin p \sin q) + \sin d \sin q (1 - \text{A} \cos c)(\text{B tage} + \sin p \sin q)}$$

ou bien

$$\text{tang } \delta = \frac{-\sin q(\text{AB} \sin d + \text{C} \sin p) + \cos c \sin q(\text{AC} \sin p + \text{B} \sin d) + \text{tag } e(\text{A} \sin d \sin p \sin q^2 - \text{BC}) + \cos c \text{ tang } e(\text{ABC} - \sin d \sin p \sin q^2)}{\sin d \sin p \sin q^2 - \text{ABC} - \cos c(\text{A} \sin d \sin p \sin q^2 - \text{BC}) + \text{tag } e \sin q(\text{AC} \sin p + \text{B} \sin d) - \cos c \text{ tang } e \sin q(\text{AB} \sin d + \text{C} \sin p)}$$

Or nous avons vu cy-dessus §. LV. que

$\text{AC} \sin p + \text{B} \sin d = (1 - \text{AA}) \cos p$; $\text{AB} \sin d + \text{C} \sin p = (1 - \text{AA}) \cos d$
$\text{A} \sin d \sin p \sin q^2 - \text{BC} = (1 - \text{AA}) \cos q$; $\sin d \sin p \sin q^2 - \text{ABC} = (1 - \text{AA})$
$(\sin d \sin p + \cos d \cos p \cos q)$

donc

donc, puisque le numérateur & dénominateur est divisible par $1-AA$, on trouvera par cette réduction

$$\operatorname{tang}\delta = -\frac{\operatorname{cs} d \sin q + \operatorname{cs} c \operatorname{cs} p \sin q + \operatorname{tang} e \operatorname{cs} q - \operatorname{cs} c \operatorname{tang} e (\sin d \sin p + \operatorname{cs} d \operatorname{cs} p \operatorname{cs} q)}{\sin d \sin p + \operatorname{cs} d \operatorname{cs} p \operatorname{cs} q - \operatorname{cs} c \cos q + \operatorname{tg} e \cos p \sin q - \operatorname{cs} c \operatorname{cs} d \operatorname{tg} e \sin q}$$

d'où l'on peut déterminer la déclinaison magnétique pour tous les lieux de la Terre par les trois élémens donnés c, d & e.

COROLL. 1.

CXII. Des trois élémens principaux a, b, γ, les trois autres c, d, e, que nous avons introduits dans le calcul, sont déterminés en sorte

$$\cos 2c = \sin a \sin b \cos \gamma - \cos a \cos b$$

$$\cos d = \frac{\cos a - \cos b}{2 \cos c} \quad \& \quad \operatorname{tang} e = \frac{\sin a \sin b \sin \gamma}{(\cos a + \cos b) \cos c}$$

& de là

$$\operatorname{tang} APC = \frac{\sin b \sin \gamma}{\sin a + \sin b \cos \gamma} \quad \& \quad \operatorname{tang} BPC = \frac{\sin a \sin \gamma}{\sin b + \sin a \cos \gamma}.$$

COROLL. 2.

CXIII. Donc, pour le lieu proposé L si l'on prend $\operatorname{tang} q = \frac{\sin a \sin \gamma}{\sin b + \sin a \cos \gamma}$ le méridien PLp passe par le pole magnétique B; & si l'on prend $\operatorname{tang} q = -\frac{\sin b \sin \gamma}{\sin a + \sin b \cos \gamma}$ le méridien PLp passera par le pole magnétique A.

COROLL. 3.

CXIV. Réciproquement si les élémens c, d, e sont regardés comme donnés, les primitifs a, b, γ en sont déterminés en sorte;

$$\cos a = \sin c \sin d \cos e + \cos c \cos d$$
$$\cos b = \sin c \sin d \cos e - \cos c \cos d$$

$$\operatorname{tang} APC = \frac{\sin c \sin e}{\operatorname{cs} c \sin d - \sin c \operatorname{cs} d \operatorname{cs} e} : \operatorname{tang} BPC = \frac{\sin c \sin e}{\operatorname{cs} c \sin d + \sin c \operatorname{cs} d \operatorname{cs} e}$$

d'où

d'où $\quad \text{tang}\, \gamma = \dfrac{2 \sin c \cos c \sin d \sin e}{\sin d^2 - \sin c^2 - \sin c^2 \sin d^2 \sin e^2}$.

COROLL. 4.

CXV. Pour faciliter ce calcul, on peut chercher un angle f de forte que $\text{tang}\, f = \text{tang}\, c \cos e$, & alors on aura

$$\cos a = \frac{\cos c \cos(d - f)}{\cos f}; \quad \cos b = - \frac{\cos c \cos(d + f)}{\cos f}$$

$$\text{tang}\, APC = \frac{\text{tang}\, c \sin e \cos f}{\sin(d - f)}; \quad \text{tang}\, BPC = \frac{\text{tang}\, c \sin e \cos f}{\sin(d + f)}$$

& $\gamma = APC + BPC$.

PROBLEME XVIII.

CXVII. *Sous chaque méridien de la Terre déterminer les endroits, où la déclinaison magnétique est d'une quantité donnée ou vers l'Est ou vers l'Oüest.*

SOLUTION.

Ayant établi les élémens c, d, e, qui déterminent la position des poles magnétiques sur la Terre, soit δ la déclinaison magnétique proposée, & dirigée vers l'Est, si δ est un angle positif. Prenons PC pour le premier méridien, duquel soit éloigné le méridien proposé PLp vers l'Oüest de l'angle $CPL = q$, & il s'agit de trouver l'arc $PL = p$ par le moyen de l'équation trouvée dans le problême précédent, que je réprésente de cette façon

$$\sin d\, (\text{tang}\, \delta + \cos c\, \text{tang}\, e) \sin p$$
$$+ [\cos d (\text{tag}\, \delta + \cos c\, \text{tag}\, e) \cos q - (\cos c - \text{tag}\, \delta\, \text{tag}\, e) \sin q] \cos p =$$
$$(\text{tang}\, e + \delta \cos c) \cos q - \cos d\, (1 - \text{tag}\, \delta \cos c\, \text{tag}\, e) \sin q$$

Posons pour abréger

$A = \sin d\, (\text{tang}\, \delta + \cos c\, \text{tang}\, e)$
$B = \cos d\, (\text{tang}\, \delta + \cos c\, \text{tang}\, e)$
$C = \cos c - \text{tang}\, \delta\, \text{tang}\, e$
$D = \text{tang}\, e + \text{tang}\, \delta \cos c$
$E = \cos d\, (1 - \text{tang}\, \delta \cos c\, \text{tang}\, e)$

pour

fournit pour avoir à résoudre cette équation :

$$A \sin p + (B \cos q - C \sin q) \cos p = D \cos q - E \sin q$$

Cherchons comme cy-dessus §. LXI. deux arcs r & s, de sorte que

$$\tan r = \frac{A}{B \cos q - C \sin q} \quad \& \quad \cos s = \frac{(D \cos q - E \sin q) \sin r}{A}$$

& nous aurons pour p cette double valeur $p = r \pm s$. Mais, pour rendre ce calcul plus commode, cherchons deux arcs m & n tels que

$$\tan m = \frac{B}{C} \quad \& \quad \tan n = \frac{D}{E}$$

d'où nous aurons :

$$\tan r = \frac{A \cos m}{C \sin (m - q)} = \frac{A \sin m}{B \sin (m - q)}$$

$$\tan s = \frac{E \sin r \sin (n - q)}{A \cos n} = \frac{D \sin r \sin (n - q)}{A \sin n}$$

Il ne reste donc que de calculer commodement les valeurs des lettres A, B, C, D & E. Pour cet effet cherchons deux angles f & g tels que $\tan f = \tan e \cos c$ & $\tan g = \frac{\tan e}{\cos c}$,

d'où nous tirons

$$A = \frac{\sin d \sin (f + \delta)}{\cos \delta \cos f}; \quad B = \frac{\cos d \sin (f + \delta)}{\cos \delta \cos f}; \quad D = \frac{\cos c \sin (g + \delta)}{\cos \delta \cos g}$$

$$C = \frac{\cos c \cos (g + \delta)}{\cos \delta \cos g}; \quad E = \frac{\cos d \cos (f + \delta)}{\cos \delta \cos f}$$

Si nous substituons ces valeurs, tous revient à calculer les angles f, g, m, n, r, & s par les formules suivantes

$$\tan f = \tan e \cos c \quad ; \quad \tan g = \frac{\tan e}{\cos c}$$

$$\tan m = \frac{\cos d \cos g \sin (f + \delta)}{\cos c \cos f \cos (g + \delta)}; \quad \tan n = \frac{\cos c \cos f \sin (g + \delta)}{\cos d \cos g \cos (f + \delta)}$$

tang

$\tang r = \frac{\tang d \sin m}{\sin (m-q)}$; & enfin $\cos s = \frac{\sin r \sin (n-q)}{\tang d \tang (f+\delta) \cos n}$,

d'où l'on déduit $p = r \pm s$.

COROLL. 1.

CXVIII. Il faut ici remarquer, que les deux premiers arcs f & g ne dépendent, ni de la déclinaiſon propoſée δ, ni de la longitude q: mais uniquement de la poſition des poles magnétiques, ou des élémens c, d, e. Ces deux arcs demeurent donc les mêmes pour toutes les déclinaiſons δ & toutes les longitudes.

COROLL. 2.

CXIX. Les deux arcs ſuivans m & n renferment outre les élémens c, d, e la déclinaiſon magnétique propoſée δ; mais, comme ils ne dépendent pas de q, ils demeurent les mêmes pour toutes les longitudes: & ce ne ſont que les deux derniers arcs r & s qu'on eſt obligé de calculer pour chaque longitude.

COROLL. 3.

CXX. On peut auſſi obſerver que $\tang m . \tang n = \tang (f+\delta) \tang (g+\delta)$, d'où le calcul de ces deux arcs ſera facilité, quoiqu'il ſoit ſans cela aſſez promt, puisque la même quantité $\frac{\cos c \cos f}{\cos d \cos g}$ entre dans l'un & l'autre.

COROLL. 4.

CXXI. Par ces formules on calculera aiſément toutes les lignes Halleyennes, qui paſſent par tous les endroits, où la déclinaiſon eſt la même. Pour la ligne ſans déclinaiſon les arcs m & n ſeront déterminés plus ſimplement en ſorte

$$\tang m = \frac{\cos d}{\cos c} \tang f = \cos d \tang e \quad \& \quad \tang n = \frac{\tang e}{\cos d}$$

& de là on aura

$$\tang r = \frac{\tang d \sin m}{\sin (m-q)} \quad \& \quad \cos s = \frac{\sin r \sin (n-q)}{\cos c \sin d \sin n}$$

PRO-

PROBLEME XIX.

CXXII. *Entre toutes les lignes Halleyennes déterminer celle qui est du second ordre, dont les branches forment un point d'intersection.*

SOLUTION.

Pour trouver la déclinaison δ à laquelle répond cette ligne du second ordre, ayant représenté notre équation générale en cette forme:

$$A \sin p + (B \cos q - C \sin q) \cos p = D \cos q - E \sin q$$

la solution de ce problème est déjà donnée dans le problème X, & ses corollaires, d'où celle-cy nous fournira la plus simple :

$$\tang 2q = \frac{2(BC - DE)}{-BB + CC + DD - EE} \quad \& \quad \tang q^2 = \frac{AA + BB - DD}{AA + CC - EE}$$

Or les valeurs de A, B, C, D, E exposées dans le problème précédent donnent

$$BC - DE = - \cos d \sin c^2 \tang e (1 + \tang \delta^2)$$
$$BB + EE = \cos d^2 (1 + \cos c^2 \tang e^2)(1 + \tang \delta^2)$$
$$CC + DD = (\cos c^2 + \tang e^2)(1 + \tang \delta^2)$$

& partant

$$\tang 2q = \frac{-2 \cos d \sin c^2 \tang e}{\cos c^2 + \tang e^2 - \cos d^2 (1 + \cos c^2 \tang e^2)} = \frac{2 \tang q}{1 - \tang q^2}$$

où la déclinaison δ n'entre plus. Mais pour l'autre formule nous trouvons

$$AA + BB - DD = \sin c^2 (\tang \delta^2 - \tang e^2)$$
$$AA + CC - EE = \sin d^2 (1 + \tang e^2)(\tang \delta^2 + \cos c^2)$$
$$- \cos d^2 \sin c^2 (1 - \tang \delta^2 \tang e^2)$$

& partant

$$\tang q^2 = \frac{\sin c^2 (\tang \delta^2 - \tang e^2)}{\sin d^2 (1 + \tang e^2)(\tang \delta^2 + \cos c^2) - \cos d^2 \sin c^2 (1 - \tang \delta^2 \tang e^2)}$$

 ou

ou bien $\mathrm{tang}\, q^2 =$

$$\frac{\sin c^2 (\mathrm{tang}\, \delta^2 - \mathrm{tang}\, e^2)}{(1 + \mathrm{tang}\, e^2)(\mathrm{tang}\, \delta^2 + \cos c^2) - \cos d^2 (1 + \cos c^2 \,\mathrm{tang}\, e^2)(1 + \mathrm{tang}\, \delta^2)}$$

d'où l'on tire $1 - \mathrm{tang}\, q^2 =$

$$\frac{(\cos c^2 + \mathrm{tang}\, e^2)(1 + \mathrm{tang}\, \delta^2) - \cos d^2 (1 + \cos c^2 \,\mathrm{tang}\, e^2)(1 + \mathrm{tang}\, \delta^2)}{(1 + \mathrm{tang}\, e^2)(\mathrm{tang}\, \delta^2 + \cos c^2) - \cos d^2 (1 + \cos c^2 \,\mathrm{tang}\, e^2)(1 + \mathrm{tang}\, \delta^2)}$$

& partant $\mathrm{tang}\, q =$

$$\frac{-\cos d \sin c^2 \,\mathrm{tang}\, e\, (1 + \mathrm{tang}\, \delta^2)}{(1 + \mathrm{tang}\, e^2)(\mathrm{tang}\, \delta^2 + \cos c^2) - \cos d^2 (1 + \cos c^2 \,\mathrm{tang}\, e^2)(1 + \mathrm{tang}\, \delta^2)}$$

qui se réduisent à celles-cy

$$\mathrm{tang}\, q = \frac{-\sin c^2 \cos d \sin e \cos e}{1 - \cos d^2 (\cos e^2 + \cos c^2 \sin e^2) - \cos \delta^2 \sin c^2} \quad \&$$

$$\mathrm{tang}\, q^2 = \frac{\sin c^2 (\sin \delta^2 \cos e^2 - \cos \delta^2 \sin e^2)}{1 - \cos d^2 (\cos e^2 + \cos c^2 \sin e^2) - \cos \delta^2 \sin c^2}$$

& de là nous parvenons à cette équation

$$\cos \delta^4 \sin c^2 - \mathrm{cs}\,\delta^2 \left[1 + \sin c^2 \,\mathrm{cs}\, e^2 - \mathrm{cs}\, d^2 (\mathrm{cs}\, e^2 + \mathrm{cs}\, c^2 \sin e^2)\right] + \sin d^2 \,\mathrm{cs}\, e^2 = 0$$

& à celle-cy

$$\cos \delta^4 \sin c^2 - \cos \delta^2 (\sin c^2 + \sin d^2 - \sin c^2 \sin d^2 \sin e^2) + \sin d^2 \cos e^2 = 0$$

dont la résolution nous découvre la déclinaison δ, pour laquelle la ligne Halleyenne aura des intersections. De là il est évident, que la déclinaison δ peut être prise positivement & négativement.

COROLL. I.

CXXIII. La résolution de cette équation quarré-quarrée donne $\cos \delta^2 =$

$$\frac{\sin c^2 + \sin d^2 - \sin c^2 \sin d^2 \sin e^2 \pm \sqrt{\left[(\sin c^2 + \sin d^2 - \sin c^2 \sin d^2 \sin e^2)^2 - 4 \sin c^2 \sin d^2 \cos e^2\right]}}{2 \sin c^2}$$

&

& enſuite $\cos\delta =$

$$\frac{\sqrt{(\sin c^2 + \sin d^2 - \sin c^2 \sin d^2 \sin e^2 + 2\sin c \sin d \cos e)} \pm \sqrt{(\sin c^2 + \sin d^2 - \sin c^2 \cos d^2 \sin e^2 - 2\sin c \sin d \cos e)}}{2 \sin c}$$

ou

$$\cos\delta = \frac{\sqrt{[(1 + \sin c \sin d \cos e)^2 - \cos c^2 \cos d^2]} \pm \sqrt{[(1 - \sin c \sin d \cos e)^2 - \cos c^2 \cos d^2]}}{2 \sin c}$$

COROLL. 2.

CXXIV. Mais, pour calculer cette valeur, qu'on cherche les angles h, k & l par ces formules :

$$\tang h = \sin c \sin d \sin e\,; \quad \cos k = \frac{\cot.c \cot.d \sin h}{\sin(e + h)}\,; \quad \cos l = \frac{\cot.c \cot.d \sin h}{\sin(e - h)}$$

& alors on aura $\cos\delta = \frac{\cos c \cos d \sin(k \pm l)}{2\sin c \cos k \cos l}$.

EXEMPLE I.

CXXV. Suppoſons pour la poſition des poles magnétiques $AP = a = 15°$; $Bp = b = 25°$; & $APB = \gamma = 40°$ & on trouvera les élémens dérivés :

$CA = CB = c = 71°,10'$; $CP = d = 84°,43'$; $ACP = e = 6°,38'$ & de là les angles $APC = 25°$ & $BPC = 15°$.

Enſuite pour la ligne du ſecond ordre l'équation quarré-quarrée devient $\cos\delta^4 = 2,09367 \cos\delta^2 - 1,09210$ & de là $\delta = 6°,52'$.

REMARQUE.

CXXVI. Par cet exemple on comprend, que l'angle e ſera toujours fort petit, & que l'arc $CP = d$ approchera fort d'un angle droit. De là on peut tirer une approximation pour la valeur de δ: car, ſi $e = 0$, on a ou $\cos\delta = 1$, ou $\cos\delta = \frac{\sin d}{\sin c}$: donc, puisque la derniere eſt imaginaire dans notre ſuppoſition, ou $d > c$, la

 pre-

premiere doit fournir l'approximation. Or, posant $1 - \sin\delta^2$ pour $\cos\delta^2$ notre équation sera

$$\cos c^2 \sin d^2 \sin e^2 = \sin\delta^2 (\sin d^2 - \sin c^2 - \sin c^2 \sin d^2 \sin e^2) + \sin\delta^4 \sin c^2$$

d'où l'on tire à peu près $\sin\delta^2 = \frac{\cos c^2 \sin d^2 \sin e^2}{\sin d^2 - \sin c^2}$

& encore plus exactement :

$$\sin\delta^2 = \frac{\cos c^2 \sin d^2 \sin e^2}{\sin d^2 - \sin c^2} - \frac{\sin c^2 \cos c^2 \sin d^4 \cos d^2 \sin e^4}{(\sin d^2 - \sin c^2)^3}$$

Mais la premiere donne déjà la valeur de δ à un ou deux minutes près, de sorte qu'on peut prendre $\sin\delta = \frac{\cos c \sin d \sin e}{\sqrt{(\sin d^2 - \sin c^2)}}$.

EXEMPLE 2.

CXXVII. Supposons $a = 15^\circ$, $b = 30^\circ$, & $\gamma = 45^\circ$, & on aura

$$c = 69^\circ, 4', 48''; \; d = 81^\circ, 57', 30''; \; \& \; e = 7^\circ, 57', 48''$$

ensuite les angles $APC = 30^\circ$, $BPC = 15^\circ$; & pour la ligne Halleyenne du second ordre

$$\cos\delta^4 - 2{,}10487 \cos\delta^2 + 1{,}10217 = 0, \; \& \; \delta = 8^\circ, 25'.$$

REMARQUE.

CXXVIII. Si les deux distances a & b étoient égales, d seroit de 90°; & plus la distance b surpasse a, l'arc d devient plus petit: ainsi dans le dernier exemple d est plus petit que dans le premier. L'arc c dépend principalement des distances a & b, & son complément est un peu plus petit que $\frac{a+b}{2}$. En considérant la Carte de *Halley*, il semble que la ligne pour la déclinaison de 10° étoit à peu prés celle du second ordre, d'où l'on peut convenablement déterminer les élémens c, d, e. Or il paroit aussi que la distance b étoit beaucoup plus grande que a, & partant d bien au dessous de 90°.

Si

Si nous posons $c = 70°$, & $d = 82°$, afin que pour la ligne du second ordre il devienne $\delta = 10°$, il faudroit prendre $e = 9°, 10'$. Faisons donc sur cette hypothese, qui selon toute apparence ne s'écarte pas beaucoup de l'état magnétique représenté dans la Table de *Halley*, le calcul, pour en construire une Carte, par laquelle on pourra juger, si deux poles magnétiques sont suffisans pour expliquer les phénomenes de la déclinaison.

HYPOTHESE.

CXXIX. Faisons donc les positions suivantes :

$$AC = BC = c = 70°;\ CP = d = 82° \ \&\ ACP = e = 9°, 10'$$

afin que la ligne du second ordre réponde à la déclinaison de 10°.

Pour en déduire les premiers élémens a, b, γ, cherchons un angle i, de sorte que $\tang i = \tang c \cos e$, & l'on aura

$$\cos a = \frac{\cos c \cos(d - i)}{\cos i};\quad \cos b = -\frac{\cos c \cos(d + i)}{\cos i}$$

$$\tang APC = \frac{\tang e \sin i}{\sin(d - i)};\quad \tang BPC = \frac{\tang e \sin i}{\sin(d + i)}$$

& $\gamma = APC + BPC$; d'où l'on trouve

$$i = 69°, 46';\ d - i = 12°, 14';\ d + i = 151°, 46' = 180° - 28°, 14'$$

$$a = 14°, 53';\quad APC = 35°, 33';$$
$$b = 29, 23;\quad BPC = 17, 45;\quad \&\ \gamma = 53°, 18'$$

Maintenant pour faire le calcul, qu'on commence par les angles f & g qu'on trouve : $f = 3°, 10'$ & $g = 25°, 15'$

de là on aura pour le calcul suivant en logarithmes

$$l \tang m = 9{,}56656 + l \sin(f + \delta) - l \cos(g + \delta)$$

$$l \tang n = 10{,}43344 + l \sin(g + \delta) - l \cos(f + \delta)$$

Passons donc en particulier aux Lignes Halleyennes.

Pour

Pour la Ligne sans déclinaison.

CXXX. Posant $\delta = 0$ on aura $m = 1°,17'$ & $n = 49°,13'$

& delà $\quad l \text{ tang } r = 9{,}20463 - l \sin (m - q)$

$$l \cos s = 10{,}58984 + l \sin r + l \sin (n - q)$$

d'où l'on fera le calcul pour tous les degrés de longitude en comptant depuis le premier méridien PC vers l'occident.

Longitude q	Les deux valeurs de p		
17°, 45′	150°, 37′	150°, 37′	Dans les méridiens depuis 0°, jusqu'à 17°, 45′, de même que depuis 144°,27′, jusqu'à 180° les valeurs de p sont imaginaires.
20 , —	121 , 26	—174 , 28	Les valeurs négatives de p doivent être prises dans les méridiens opposés : & par cette raison il n'est pas nécessaire de pousser le calcul au delà de 180.
30 , —	95 , 27	—132 , 19	
40 , —	84 , 32	—113 , 16	
50 , —	77 , 20	—101 , 44	
60 , —	71 , 41	— 92 , 55	
70 , —	66 , 44	— 86 , 14	
80 , —	62 , 3	— 80 , 37	
90 , —	57 , 13	— 75 , 25	
100 , —	52 , 0	— 70 , 24	
110 , —	—45 , 56	— 65 , 8	
120 , —	—35 , 57	— 56 , 39	
130 , —	—27 , 53	— 51 , 5	
140 , —	9 , 46	— 37 , 4	
144 , 27	—14 , 53	— 14 , 53	

Pour

Pour la Ligne Halleyenne de la déclinaiſon 5° Eſt.

CXXXI. Poſant $\delta = 5°$, on trouve $m = 3°, 28'$ & $n = 54°, 5'$

& de là $l \text{ tang } r = 9,63372 - l \text{ ſin } (m - q)$

$l \text{ coſ } s = 10,22257 + l \text{ ſin } r + l \text{ ſin } (n - q)$

d'où l'on obtient les déterminations ſuivantes.

Longitude q	Les deux valeurs de p	
13°, 42′	112°, 27′	112°, 27′
15 , —	97 , 34	132 , 18
20 , —	84 , 46	162 , 12
30 , —	74 , 17	—162 , 7
40 , —	67 , 54	—139 , 38
50 , —	62 , 49	—124 , 9
60 , —	58 , 12	—112 , 46
70 , —	53 , 39	—203 , 55
80 , —	48 , 58	— 96 , 42
90 , —	43 , 52	— 90 , 30
100 , —	38 , 7	— 84 , 57
110 , —	31 , 21	— 79 , 41
120 , —	22 , 58	— 74 , 20
130 , —	11 , 59	— 68 , 19
140 , —	— 4 , 0	— 60 , 2
145 , —	—16 , 22	— 52 , 58
148 , 35	—41 , 12	— 41 , 12

Pour la Ligne Halleyenne de la déclinaiſon 5° Oüeſt.

CXXXII. Poſant $\delta = -5°$, on trouve $m = -0°, 43'$ & $n = 43°, 13'$ & de là

$$l \text{ tang } r = 8,95151 - l \sin (q - m)$$

$$l \cos s = 10,77994 + l \sin r + l \sin (q - n)$$

d'où l'on obtient les déterminations ſuivantes :

Longitude q	Les deux valeurs de p	
13°, 43′	—160°, 14′	—160°, 14′
15 , —	—134 , 58	+171 , 30
20 , —	—111 , 24	+139 , 46
30 , —	— 93 , 49	+113 , 41
40 , —	— 84 , 50	+100 , 26
50 , —	— 78 , 44	+ 91 , 54
60 , —	— 73 , 56	+ 85 , 38
70 , —	— 69 , 44	+ 80 , 34
80 , —	— 65 , 48	+ 76 , 10
90 , —	— 61 , 55	+ 72 , 7
100 , —	— 57 , 37	+ 68 , 1
110 , —	— 52 , 42	+ 63 , 38
120 , —	— 46 , 41	+ 58 , 33
130 , —	— 38 , 27	+ 51 , 55
140 , —	— 25 , 2	+ 41 , 8
145 , —	— 13 , 25	+ 31 , 27
148 , 35	+ 9 , 58	+ 9 , 58

Pour

Pour la Ligne Halleyenne de la déclinaison 10° Est.

CXXXIII. Posant $\delta = 10°$, on a $m = 5°, 52'$ & $n = 58°, 7'$

& de là $\quad l \text{ tang } r = 9,86190 - l \sin (m - q)$

$\quad l \cos s = 10,05592 + l \sin r + l \sin (n - q)$

d'où l'on obtient les déterminations suivantes.

Longitude q		Les deux valeurs de p			
0°,	0′	65°,	1′	+ 98°,	59′
10,	—	63,	4	+128,	14
20,	—	60,	17	+156,	49
30,	—	57,	12	—178,	32
40,	—	53,	54	—158,	38
50,	—	50,	25	—142,	55
60,	—	46,	39	—130,	29
70,	—	42,	34	—120,	30
80,	—	38,	5	—112,	17
90,	—	33,	2	—105,	24
100,	—	27,	18	— 99,	32
110,	—	20,	38	— 94,	24
120,	—	12,	43	— 89,	15
130,	—	3,	9	— 85,	47
140,	—	— 8,	40	— 82,	6
150,	—	—23,	27	— 78,	51
160,	—	—41,	38	— 76,	24
170,	—	—60,	30	— 78,	18
172,	—	—62,	49	— 80,	34
175,	—	—64,	35	— 86,	21

Cette ligne n'est pas tout à fait celle du second ordre, mais il s'en faut fort peu; la raison en est, que je n'ai pas assez exactement déterminé cy-dessus la valeur de l'angle e pour ce but peu important. Cette ligne est déjà du troisième ordre, & dans cette hypothese la ligne du second ordre répond à la déclinaison de 9°, 46′, 18″.

Pour

Pour la Ligne Halleyenne de 10° *vers l'Oüest.*

CXXXIV. Posant $\delta = -10°$, on a $m = -2°, 36'$ & $n = 35°, 42'$

& de là $\quad l \text{ tang } r = 9,50981 - l \sin (q + 2°, 36')$

$l \cos s = 10,15963 + l \sin r + l \sin (q - 35°, 42')$

d'où l'on obtient les déterminations suivantes.

Longitude q	Les deux valeurs de p	
0°, 0'	−64°, 34'	−131°, 26'
10, —	−65, 17	+177, 17
20, —	−64, 29	+144, 39
30, —	−63, 15	+125, 13
40, —	−61, 46	+112, 52
50, —	−60, 7	+104, 25
60, —	−58, 15	+ 98, 17
70, —	−56, 9	+ 93, 35
80, —	−53, 42	+ 89, 50
90, —	−51, 22	+ 87, 16
100, —	−47, 30	+ 84, 10
110, —	−43, 20	+ 81, 56
120, —	−38, 0	+ 80, 0
130, —	−30, 53	+ 78, 19
140, —	−20, 51	+ 76, 55
150, —	− 5, 43	+ 75, 55
160, —	+18, 11	+ 75, 53
170, —	+52, 7	+ 84, 29
175, —	+61, 24	+103, 34

Pour

Pour la Ligne Halleyenne de la déclinaison de 15° vers l'Est.

CXXXV. Posant $\delta = 15°$, on a $m = 8°, 34'$, & $n = 61°, 32'$ & de là

$$l \operatorname{tang} r = 10,02527 - l \sin(8°, 34' - q)$$

$$l \cos s = 9,95954 + l \sin r + l \sin(61°, 32' - q)$$

d'où l'on obtient les déterminations suivantes ;

Longitude q	Les deux valeurs de p	
0°, 0'	+44°, 29'	+119°, 31'
10, —	+46, 50	+135, 52
20, —	+47, 1	+154, 11
30, —	+45, 48	+172, 16
40, —	+43, 40	−171, 16
50, —	+40, 52	−156, 54
60, —	+37, 32	−144, 42
70, —	+33, 43	−134, 25
80, —	+29, 24	−125, 46
90, —	+24, 30	−118, 28
100, —	+18, 59	−112, 19
110, —	+12, 42	−107, 12
120, —	+ 5, 53	−103, 1
130, —	− 2, 29	− 99, 51
140, —	−11, 30	− 97, 56
150, —	−21, 15	− 97, 49
160, —	−30, 56	−100, 30
170, —	−39, 8	−107, 26

Pour

Pour la Ligne Halleyenne de la déclinaison de 15° vers l'Oüest.

CXXXVI. Posant $\delta = -15°$, on a $m = -4°, 23'\frac{2}{3}$; $n = 26°, 15'$, & de là

$$l \text{ tang } r = 9,73640 - l \text{ tang } (q + 4°, 23')$$

$$l \text{ cos } s = 9,83368 + l \sin r + l \sin (q - 26°, 15')$$

Longitude q	Les deux valeurs de p	
0°	−25°, 22′	−170°, 38′
10°	−34 , 29	+165 , 29
20	−40 , 32	+146 , 14
30	−44 , 15	+132 , 13
40	−46 , 22	+122 , 12
50	−47 , 22	+115 , 2
60	−47 , 33	+109 , 57
70	−47 , 4	+105 , 4
80	−46 , 0	+103 , 24
90	−44 , 17	+101 , 37
100	−41 , 55	+100 , 39
110	−38 , 44	+100 , 32
120	−34 , 32	+101 , 26
130	−29 , 0	+103 , 39
140	−21 , 40	+107 , 52
150	−12 , 5	+115 , 13
160	− 0 , 5	+127 , 31
170	+13 , 12	+146 , 26

I REMARQUE.

CXXXVII. Quand on trace ces lignes ſur une Carte ou ſur un Globe, on y remarquera d'abord une ſi grande conformité avec les lignes de *Halley*, qu'on puiſſe attendre dans l'incertitude, où nous ſommes encore ſur la vraye poſition des poles magnétiques de la Terre: & l'on ne ſauroit preſque plus douter, que ſi nous en avions une connoiſſance parfaite, l'accord ne devint plus grand, puiſque ces lignes ſont ſuſceptibles d'une variété infinie en changeant tant les diſtances des poles magnétiques aux poles de la Terre, que l'intervalle des méridiens qui paſſent par les poles magnétiques.

II REMARQUE.

CXXXVIII. Cependant je ſuis obligé d'avoüer, que la Carte de *Halley* renferme quelques circonſtances, qu'on ne ſauroit jamais mettre d'accord avec l'hypotheſe de deux poles magnétiques. La principale eſt la diſtance entre les lignes ſans déclinaiſon ſur l'équateur: l'une, à la droite de laquelle la déclinaiſon eſt occidentale & à la gauche orientale, coupe ſur la Carte de *Halley* l'équateur au 17me degré vers l'Oüeſt du méridien de Londres, & l'autre, où la déclinaiſon de part & d'autre ſuit une loi oppoſée le coupe au 119° vers l'Eſt du méridien de Londres, de ſorte que l'intervalle entre ces deux interſections eſt 136°. Or, ſelon le calcul que je viens de faire ici, cet intervalle ſe trouve de 210°, lequel en changeant les élémens pourroit bien devenir plus petit: mais on ne le ſauroit diminuer au delà de 180°, tant qu'on ſuppoſe le pole méridional magnétique plus éloigné du pole antarctique que le pole boréal du pole arctique, & plus avancé vers l'Oüeſt comme les autres phénomenes l'éxigent évidemment. Et ſi l'on pouvoit bien compter ſur les interſections, je dois avoüer qu'il faudroit abandonner cette hypothéſe de deux poles magnétiques.

III REMARQUE.

CXXXIX. Examinons donc plus ſoigneuſement ſur quoi fonde M. *Halley* la poſition de ces lignes ſans déclinaiſon pour l'année

1700.

1700. Et d'abord j'obſerve, que M. *Halley* ne la donne pas lui-même pour fort exacte, tant faute d'un aſſez grand nombre d'obſervations, que principalement, puiſque la plûpart des obſervations ſur leſquelles cette Carte eſt dreſſée, ont été faites très longtems avant l'époque de 1700. Or l'on ſait que la déclinaiſon au même endroit change très conſidérablement avec le tems, & il auroit falu connoitre exactement ce changement annuel pour chaque endroit, avant qu'on ait pu faire uſage de ces obſervations. A' Paris par exemple la déclinaiſon fut nulle en 1666, & en 1756 l'aiguille déclinoit de 17°, 45′ vers l'Oüeſt, d'où il s'enſuit que la ligne ſans déclinaiſon, qui paſſoit en 1666 par Paris, s'eſt avancée dans cet intervalle de 90 ans environ par un eſpace de 100° vers l'Eſt, ce qui fait plus d'un degré par an. Or il paroit par les obſervations que M. *Halley* rapporte, qu'à l'Isle de *Helena* la déclinaiſon étoit 0°, 40′ vers l'Eſt en 1677; & la Carte montre encore pour 1700 presque la même déclinaiſon. Enſuite, aux côtes découvertes par Diemen, c'étoit en 1642, que la déclinaiſon fut obſervée nulle, & la Carte dreſſée pour 1700 repréſente la ligne ſans déclinaiſon à peu près encore au même endroit: quoique par le changement obſervé à Paris il ſemble, que cette ligne devroit être avancée dans cet intervalle vers l'Eſt par 60°, ce qui s'accorderoit fort bien avec l'intervalle de 210°, que mon calcul indique. De là je concluds que cet intervalle a été effectivement en 1700 beaucoup plus grand que la Carte Halleyenne ne le réprésente.

IV REMARQUE.

CXL. La Carte que Mrs. *Mountaine* & *Dodſon* ont publiée pour l'année 1744 s'accorde beaucoup plus à cet égard avec ma Théorie, ledit intervalle y étant de 170°: mais elle renferme d'autres irrégularités, qui ſont tout à fait incompatibles. Elle donne à la ligne ſans déclinaiſon un tour ſi bizarre par les Indes orientales, qu'il ne ſauroit être accordé avec aucune Théorie: & il ſemble que les Auteurs y ont voulu repréſenter à la fois des obſervations plus vieilles & plus modernes: d'ailleurs les erreurs auxquelles les obſervations ſont aſſujetties

ties, ne permettroient jamais de découvrir un tel tour bizarre, quand même il y en auroit un. Après cela, la route qu'ils donnent à cette ligne ſans déclinaiſon, & qu'ils tirent par le Japon, eſt ouvertement fauſſe, puiſqu'on ſait par les obſervations faites en Sibérie que cette ligne y paſſe: d'où je conclud qu'elle auroit du être continuée depuis l'équateur, par la Chine, & de là par la Tartarie: & par cette raiſon les lignes qu'ils ont tirées dans la Mer pacifique, ſurtout dans ſa partie ſeptentrionale, doivent manquer de fondement.

V REMARQUE.

CXLI. Au reſte le cas que je viens de calculer, ne différera pas beaucoup de l'état magnétique de la Terre pour l'année 1744, ſi l'on place, autant que je puis conclure des obſervations qui paroiſſent les plus certaines, le pole magnétique ſeptentrional dans le méridien marqué de 250° dans les Cartes: car alors on obtiendra, tant pour l'Europe que pour l'Amérique ſeptentrionale, les déclinaiſons qu'on a obſervées actuellement. Or pour les côtes du Bréſil elles deviendroient un peu trop petites; mais, pour redreſſer cette erreur, on n'a qu'à augmenter la diſtance du pole méridional magnétique, ou à augmenter l'angle γ entre les méridiens tirés par les poles magnétiques. Je crois qu'il faudroit faire l'un & l'autre à la fois pour expliquer les déclinaiſons obſervées ſur les côtes orientales de l'Afrique, & aux Indes orientales, puiſqu'ici les grandes déclinaiſons s'étendent jusqu'à l'équateur. Comme ici j'ai ſuppoſé $a = 14°,53'$; $b = 29°,23'$; & $\gamma = 53°,18'$, il ſera bon de calculer encore quelques autres hypothéſes, en laiſſant deux élémens les mêmes, & changeant ſeulement le troiſième: car alors, ſi l'on dreſſe ſur chacune une Carte en ſorte, qu'elle reponde aux délinaiſons de l'Europe, on verra aiſément laquelle approche le mieux aux autres parties de la Terre. Par ce moyen, après avoir fait quelques repréſentations ſur des hypotheſes différentes, il ne ſera pas difficile d'en conclure la vraye ſituation des poles magnétiques, qui a eu lieu alors. Après quelques eſtimes je voudrois croire, qu'en A. 1744. la diſtance a étoit plus petite que $14°,53'$, & la dis-

distance b un peu plus grande que 29°, 23′ : mais qu'il faudroit augmenter l'angle γ au de là de 60° : ces trois corrections semblent nécessaires pour représenter les grandes déclinaisons dans les mers des Indes orientales.

HYPOTHESE.

CXLII. Pour représenter à peu près les lignes magnétiques pour à présent, j'ai dressé une Carte semblable à celle de *Halley* sur les élémens suivans : $a = 14°$, $b = 35°$, & $\gamma = 63$

d'où l'on a $c = 68°, 31'$, $d = 78°, 5'$, & $e = 10°, 41'$

& les lignes qui se croisent, répondent à la déclinaison de 12°, 5′. Si l'on compare cette Carte avec celle qui a été publiée en Angleterre pour l'année 1744. on y remarquera un assez bel accord, sur tout à l'égard des déclinaisons qui paroissent les plus sures. Et si l'on y découvre quelques aberrationis, il ne sera pas difficile de trouver les corrections qu'il faudra apporter aux élémens supposés. Les réflexions suivantes nous pourront fournir les éclaircissemens nécessaires là dessus.

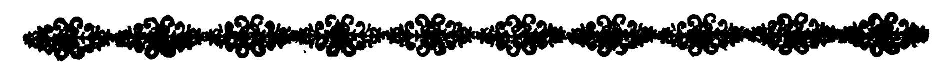
I. Puisque la déclinaison à l'Isle de S. Helene a surpassé 5°, & qu'à Paris la déclinaison n'a pas été si grande que sur ma Carte, je voudrois d'abord reculer toutes les lignes magnétiques de 10° vers l'ouëst, pour la mettre d'accord avec les observations. Or, si depuis 1744. jusqu'à présent les poles magnétiques étoient avancés vers l'est de 10°, la Carte devroit répondre à l'état présent, ce qui est la raison que je les ai fixés en sorte sur la Carte.

II. Maintenant les déclinaisons marquées sur la Carte aux côtes orientales du Brésil, étant parfaitement d'accord avec celles que marque la Carte Angloise pour l'an 1744 : cet accord sera détruit, lorsqu'on avance toutes les lignes de 10° vers l'ouëst : mais on

on y remédiera en augmentant la distance du pole magnétique méridional au pole antarctique. Je voudrois donc mettre $b = 40°$: & par là on s'approcheroit aussi davantage des grandes déclinaisons, qui s'observent vers l'équateur dans la Mer des Indes.

III. Si la déclinaison dans le détroit de Hudson a été de 35° A. 1744, il est clair qu'il faudroit aussi augmenter la distance du pole magnétique boréal au pole arctique ; peut être suffira-t-il de poser $a = 17°$. Au reste je ne trouve aucune raison, pourquoi il faudroit changer l'angle γ ; de sorte que supposant ces élémens : $a = 17°$, $b = 40°$, & $\gamma = 63°$, on représentera assez exactement l'état des lignes magnétiques pour l'année 1744. Cependant ces élémens ne sont pas si exacts, qu'il vaudroit la peine d'y fonder un nouveau calcul.





SUR
LA FORCE DES COLONNES.
PAR M. EULER.

I.

Quand je dévelopai dans le ſupplément de mon Traité ſur les Iſopérimetres les courbes des lames élaſtiques, j'en ai tiré une régle pour juger de la force des colonnes, qui me parut dabord fort remarquable. Il s'agit de déterminer le poids qu'une colonne peut ſoutenir, ſans être ſujette à ſe plier. La Régle que j'ai trouvée, regarde les colonnes, qui ſont également fortes par toute leur longueur; & ſi l'on nomme la hauteur d'une telle colonne $= a$, & le moment de ſon reſſort $= Ekk$, dont j'ai expliqué tant la ſignification, que les moyens pour en trouver la juſte valeur en chaque cas; le poids que cette colonne eſt capable de ſoutenir ſans ſe plier, eſt $= \pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$, où π marque la circonference d'un cercle dont le diametre eſt $= 1$: d'où l'on voit que ce poids ſuit la raiſon renverſée du quarré de la hauteur de la colonne. Mais pour faire uſage de cette régle, il eſt bon que je rapporte ici ce qu'il faut entendre par l'expreſſion Ekk, que je viens de nommer *Moment du Reſſort*.

II. D'abord je dois remarquer, que ce moment n'eſt pas uniquement attaché aux corps élaſtiques, parmi lesquels on pourroit douter avec raiſon, ſi les colonnes y étoient compriſes. Il regarde proprement la force, dont un corps quelconque s'oppoſe à l'inflexion, & il eſt tout à fait indifférent, ſi le corps après l'inflexion eſt doué d'une force de ſe retablir ou non? Par cette raiſon on pourroit plutôt nommer ce moment celui de roideur, puisqu'il a effectivement lieu

lieu dans tous les corps qui s'oppoſent à l'inflexion, ſoit qu'ils ſoient élaſtiques ou non. Ces recherches peuvent donc être appliquées à toutes les colonnes, dont la force dépend de leur roideur, & qui ſont capables de ſoutenir des fardeaux, entant qu'elles réſiſtent à l'inflexion. Si cette idée paroit moins convenir aux colonnes de pierre ou de marbre, elle ſera ſans contredit appliquable à celles de bois; & c'eſt ſous cette vuë, que je me propoſe d'examiner leur force.

III. Pour déterminer ledit moment de reſſort, ou plutot de roideur, exprimé par la formule Ekk, qui convient à une colonne quelconque, que je ſuppoſe ici comme également épaiſſe par toute ſa longueur; ſoit ABCD la colonne propoſée, non ſeulement poſée verticalement, mais auſſi fermement enchaſſée au fond AB, qu'elle ne puiſſe abandonner cette ſituation verticale, qu'en ſe pliant. Maintenant qu'on lui applique en haut une force horizontale CF, qui ſoit $= F$, & qui plie tant ſoit peu la colonne, en la forçant dans la ſituation $ABcd$. Qu'on meſure exactement tant la hauteur de la colonne AC, que l'eſpace $D\delta$, par lequel la force a fait avancer le haut de la colonne, & l'expreſſion $F.\,AC^2\left(\frac{AC}{3D\delta} - \frac{1}{2}\right)$ donnera le moment de roideur Ekk. Or puisque $D\delta$ eſt extrèmement petit par rapport à AC, on peut ſuppoſer ſans erreur $Ekk = \frac{F.\,AC^3}{3D\delta}$. La raiſon de cette détermination ſe trouve expoſée dans le §. 39. du ſupplément allegué. Fig. 1.

IV. Cette quantité Ekk exprimant le moment de roideur dans chaque endroit de la colonne, elle dépend uniquement de l'épaiſſeur de la colonne, & de la roideur de la matiere, dont elle eſt compoſée. Donc l'épaiſſeur & la matiere demeurant les mêmes, l'expérience rapportée fournira toujours la même valeur pour Ekk, quelle que ſoit la hauteur de la colonne AC, & la force F. D'où l'on voit, que ſi la force F demeure la même, l'eſpace de $D\delta$ doit ſe trouver pro-

portionnel au cube de la hauteur de la colonne : mais si la force F varie, la hauteur AC demeurant la même, l'espace Dδ sera proportionnel à la force F : or en général si tant la hauteur de la colonne que la force varie, l'espace Dδ sera proportionnel à $F.AC^3$. On pourra donc varier à l'infini les expériences pour découvrir la valeur Ekk, & en faisant plusieurs telles expériences, on s'assurera avec d'autant plus de certitude de la véritable quantité du moment de roideur Ekk.

V. Après avoir déterminé ce moment de roideur Ekk pour une certaine épaisseur & matiere, il seroit bon de faire de semblables expériences pour en connoitre la valeur, si tant l'épaisseur que la matiere de la colonne étoit différente. Or pour l'épaisseur, à moins qu'elle ne soit ronde ou circulaire, il la faut considerer dans un double sens ; ou bien il y faut distinguer la largeur & l'épaisseur proprement ainsi nommée. Si la colonne a la forme d'un prisme rectangulaire, la dimension exprimée dans la figure par la ligne AB sera l'épaisseur, suivant laquelle la force tend à rompre la colonne : & si le rectangle ABab marque la base de la colonne, la dimension Aa en sera la largeur. Pour celle-cy il est assez évident, que le moment de roideur lui est proportionnel ; mais pour l'épaisseur, puisqu'elle s'oppose davantage à l'inflexion, il semble que le moment de roideur en suive la raison doublée, ou même triplée : d'où l'on pourroit conclure, que si la colonne est un cylindre, son moment de roideur seroit proportionnel au cube, ou peut être plutôt au quarré quarré du diamètre de sa base.

VI. Cependant il seroit à souhaiter, qu'on fit plusieurs expériences sur plusieurs figures différentes, & qu'on les pliât par la force F en plusieurs sens différens, pour connoitre plus exactement, combien tant la largeur que l'épaisseur contribuent à augmenter le moment de roideur. On pourroit ensuite étendre ces recherches à plusieurs matieres différentes, & ensuite par le secours de quelque Théorie on découvrira peut être une régle, par laquelle on sera en état de déterminer d'abord le moment de roideur d'une colonne proposée quel-

con-

conque, tant par rapport à la matiere dont elle eſt compoſée, que par rapport à ſa largeur & épaiſſeur. Alors, quand même la colonne ne ſeroit pas cylindrique ou prismatique, mais que ſon épaiſſeur ſeroit variable, on en pourroit aſſigner pour chaque endroit le vrai moment de roideur.

VII. Connoiſſant ce moment de roideur, il eſt facile de déterminer la courbure, que l'action d'une force quelconque doit produire: car une force n'y agiſſant qu'en vertu de ſon moment rapporté à l'endroit où ſe fait la courbure, ſi nous poſons ce moment de force $= Pf$, le moment de roideur étant $= Ekk$, le rayon de courbure imprimée au corps au même endroit, ſera $= \frac{Ekk}{Pf}$. C'eſt la raiſon, que le moment de roideur eſt le produit d'une force par le quarré d'une ligne, & qu'il eſt ſemblable aux expreſſions qui marquent le moment d'inertie des corps. Donc réciproquement, ſi le rayon de courbure eſt poſé $= r$, le moment de force requis à produire cette courbure eſt $= \frac{Ekk}{r}$; & c'eſt ſur ce principe qu'eſt fondée toute la Théorie, qui ſert à déterminer l'inflexion de tous les corps tant élaſtiques que ſimplement roides: car, tant qu'on ne regarde que l'inflexion, ſans ſe ſoucier ſi le corps après la ceſſation de la force ſe retablit ou non, l'élaſticité n'entre point en conſidération.

VIII. Ayant établi ce principe, il eſt aiſé d'en déduire la regle que je viens d'expoſer, pour déterminer par des expériences le moment de roideur. Car, poſons pour un point quelconque M de la colonne cy-deſſus les coordonnées $BP = x$, & $PM = y$, & conſidérant que l'appliquée PM eſt quaſi infiniment petite, le rayon de courbure en M eſt $= \frac{dx^2}{ddy}$ prenant l'élément dx pour conſtant. Donc le moment de la force $CF = F$, à cauſe de $AC = a$, étant $= F(a-x)$

pour

pour le point M, nous aurons $\frac{dx^2}{ddy} = \frac{Ekk}{F(a-x)}$, posant Ekk pour le moment de roideur par toute l'étendue de la colonne. De là nous tirons $\frac{ddy}{dx} = \frac{F(a-x)dx}{Ekk}$, & en intégrant $\frac{dy}{dx} = \frac{F(2ax - xx)}{2Ekk}$, sans y ajouter de constante, puisque par l'hypothese il faut que $\frac{dy}{dx}$ évanouïsse au point A. La seconde intégration donne $y = \frac{F(3axx - x^3)}{6Ekk}$: donc posant $x = a$, puisque y devient $= D\delta$, nous aurons $D\delta = \frac{Fa^3}{3Ekk}$, d'où découle la régle donnée $Ekk = \frac{Fa^3}{3D\delta} = \frac{F.AC^3}{3D\delta}$, savoir pour les cas où $D\delta$ est extrèmement petit par rapport à AC.

IX. Nous voyons donc que, quelque petite que soit la force F, qui est supposée agir horizontalement, elle doit toujours produire quelque inflexion, puisque l'espace $D\delta$ est proportionnel à la force F même. Mais il n'en est pas de même lorsque la force agit verticalement, ou que la colonne a à soutenir un poids, dont elle est pressée par en haut. Or d'abord il semble, qu'une telle force, quelque grande qu'elle soit, ne sauroit plier la colonne : puisqu'il n'y auroit point de raison, pourquoi la colonne se plieroit dans un sens plutôt que dans un autre. Mais la moindre inégalité dans les parties de la colonne, ou le moindre effort qu'elle éprouve par quelque côté, fournit bientôt la raison suffisante, pour la faire plier dans un certain sens. Cependant je dis, que tant que la force, ou le fardeau, que la colonne soutient, ne surpasse point la quantité $\pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$, il n'y a point à craindre que la co-

lonne

lonne ſubiſſe la moindre inflexion: mais un fardeau plus peſant ne manquera pas de la faire plier, & cela d'autant plus, plus le fardeau ſurpaſſe la quantité marquéee $\pi\pi.\frac{Ekk}{aa}$.

X. Cette différence entre l'action d'une force horizontale & verticale ne paroitra pas peu paradoxe: & il ſemble que, ſi une grande force fait plier une colonne, une moindre devroit toujours produire un ſemblable effet, quoiqu'il fut peut-être imperceptible. Cela ſemble exiger le principe de continuité: car, quel que ſoit le rapport entre la force & l'inflexion produite, il eſt difficile à concevoir, comment des forces, qui ſe trouvent au deſſons d'une certaine quantité, ne puiſſent produire abſolument aucune inflexion, tandis que de plus grandes en produiſent inconteſtablement. Mais ce raiſonnement n'eſt que précipité, puiſqu'on pourroit produire une infinité de cas ſemblables dans les lignes courbes, où nonobſtant le principe de continuité il arrive, qu'il ne répond aucune appliquée aux abſciſſes, tant qu'elles ſont au deſſous d'un certain terme, lequel étant paſſé les appliquées deviennent réelles.

XI. Donc, pour expliquer ce paradoxe, on n'a qu'à dire, que tant que le poids ſoutenu par la colonne eſt moindre que la quantité $\pi\pi.\frac{Ekk}{aa}$, l'inflexion eſt imaginaire, & qu'elle devient $= 0$, lorsque le poids atteint cette limite, & que paſſant cette limite l'inflexion devienne réelle & croiſſe avec la force. Comme cela eſt conforme aux principes du calcul, lequel étant fondé ſur le principe de continuité, ne ſauroit rien donner de contraire à ce principe; on eſt ſans doute obligé d'acquieſcer à cette explication, & on peut établir pour principe général, que les réſultats du calcul fourniſſent toujours les plus ſures régles, que nous devons ſuivre dans nos raiſonnemens ſur le principe de continuité. Or on ne ſauroit reſtraindre cette maxime à la ſeule Géometrie, ou aux ſpéculations purement théoriques. Après

 que

que je viens de montrer, qu'un cas ſemblable a actuellement lieu dans les colonnes, qui ne ſont plus du reſſort d'une Théorie purement ſpéculative.

XII. La formule $\pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$ nous fournit des conſéquences auſſi importantes que curieuſes ſur la force des colonnes. D'abord nous voyons, que plus une colonne eſt haute, & moins eſt elle capable de ſoutenir, ce qui ſe trouve ſuffiſamment conſtaté par l'expérience: mais nous voyons de plus, que la force qu'une colonne peut ſoutenir, eſt réciproquement comme le quarré de ſa hauteur. Donc deux colonnes cylindriques de la même matiere & d'une égale épaiſſeur & dont l'une ſoit deux fois plus haute que l'autre, étant propoſées, on peut prononcer, que la plus longue ne ſupportera que le quart du poids, que la plus courte eſt capable de ſoutenir. Enſuite, ſi le moment de roideur eſt proportionnel au cube du diametre, les colonnes étant cylindriques, & qu'une colonne dont la hauteur eſt $= a$, & le diametre $= d$, puiſſe ſoutenir un poids $= p$; une autre colonne de la même matiere, dont la hauteur $= A$, & le diametre $= D$, ſoutiendra le poids $= P$, en ſorte qu'il ſoit

$$p : P = \frac{d^3}{aa} : \frac{D^3}{AA}, \quad \text{\& partant} \quad P = \frac{aaD^3}{AAd^3} . p.$$

D'où l'on peut comparer enſemble les forces de différentes colonnes tant par rapport à leur hauteur qu'à leur épaiſſeur.

XIII. Pour juger mieux du poids abſolu, qu'une colonne cylindrique peut ſoutenir, ſuppoſons qu'une force égale à ce poids $\pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$ ſoit appliquée horizontalement en haut à la même colonne, après l'avoir affermie en bas, en ſorte qu'elle ne puiſſe pas être renverſée, & nous aurons pour le cas de l'expérience dévelopé cy-deſſus §. VIII. $F = \pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$: or, cette valeur y étant ſubſtituée, nous

au-

aurons $D\delta = \frac{\pi\pi}{3} . a$: donc, puisque $\pi\pi$ est à peu près $= 10$, il y auroit $D\delta = 3\frac{1}{3}\, a = 3\frac{1}{3} . AC$; ce qui est sans doute impossible. Mais il faut observer, que dans ce calcul nous avons supposé l'inflexion quasi infiniment petite, & qu'il ne peut pas par conséquent être appliqué au cas présent, pour lequel si l'on achevoit le calcul selon toute la rigueur, ou trouveroit l'espace $D\delta$ beaucoup plus petit. Cependant il est assez évident, que cette force étant appliquée horizontalement à la colonne, y produiroit une inflexion énorme, d'où l'on peut juger, combien grande doit être la force qu'une colonne est capable de soutenir verticalement.

XIV. Après ces réflexions je passe à la démonstration de cette régle, ou plutôt à l'analyse qui y conduit: car, puisque celle dont je me suis servi autrefois, est principalement appliquée aux lames élastiques, où j'ai eu à examiner plusieurs autres objets à la fois, il sera bon de donner ici une analyse qui y soit uniquement attachée, afin qu'on soit d'autant plus assuré, que la considération du ressort ne change rien dans la courbe qu'une colonne forme en se pliant. Je restraindrai cette recherche d'abord, comme j'ai fait autrefois, uniquement aux colonnes cylindriques, ou qui ayent par toute leur longueur le même moment de roideur; & ensuite je tâcherai de pousser ces mêmes recherches aux colonnes dont l'épaisseur est variable. Or on verra que ce problème étant généralement proposé surpasse les bornes de l'analyse, ce qui m'oblige de n'en déveloper que quelques cas particuliers, mais qui ne laisseront pas cependant de répandre beaucoup de lumiere sur cette matiere, & qui fourniront des réflexions assez importantes, tant sur le sujet même dont il s'agit, que sur l'analyse en général.

XV. Concevons donc une colonne cylindrique chargée d'un poids si grand, qui la fasse plier tant soit peu, & soit AMC la figure infiniment peu courbe, qu'elle aura prise. Posons la hauteur de la co- Fig. 2.

colonne $= a$, qui ne différera pas de la corde AC, que je suppose verticale, le poids du fardeau, dont elle est chargée en D $=$ P, & le moment de roideur en chaque endroit M $= Ekk$. Maintenant la colonne est supposée reposer librement sur son piédestal par la base AB, sans y être affermie comme auparavant, où il s'agissoit de découvrir son moment de roideur, où un tel affermissement étoit nécessaire. La ligne verticale CA exprime donc la direction de la force P, qui produit cette inflexion : laquelle étant supposée infiniment petite, on pourra négliger le propre poids de la colonne, puisqu'il ne sauroit presque rien contribuer à l'inflexion : du moins je fais ici abstraction de son effet, pour rendre la question plus simple : me proposant d'examiner dans la suite, combien le propre poids de la colonne influe sur sa force.

XVI. Prenant maintenant sur la verticale une abscisse quelconque CA $= x$, à laquelle réponde l'appliquée PM $= y$, qui étant infiniment petite, l'abscisse x examinera en même tems l'arc CM ; & partant prenant l'élément dx constant le rayon de courbe en M sera $= \frac{-dx^2}{ddy}$, puisque la courbe tourne sa concavité vers l'axe CA. Or la force P agissant dans la direction CA, son moment pour produire cette courbe en M sera $= Py$: donc, en vertu du principe établi cy-dessus (§. 7.) nous aurons $\frac{-dx^2}{ddy} = \frac{Ekk}{Py}$, ou bien $\frac{Ekk}{P} ddy + y dx^2 = 0$. Multiplions par $2dy$ & l'intégrale sera $\frac{Ekk}{P} dy^2 + yy dx^2 = C dx^2$; ou $dx = \frac{dy \sqrt{Ekk}}{\sqrt{P(C-yy)}}$: pour déterminer la constante C, soit θ la tangente de l'angle infiniment petit PCM, & posant $y = 0$, il faut qu'il devienne $\frac{dy}{dx} = \theta$, donc $1 = \frac{\theta \sqrt{Ekk}}{\sqrt{CP}}$, de sorte que $CP = Ekk\theta\theta$. Par conséquent ayant

ayant $dx = \frac{dy\sqrt{Ekk}}{\sqrt{(Ekk\theta\theta - Pyy)}}$, l'intégration fournit : $x = \sqrt{\frac{Ekk}{P}}$. A fin $\frac{y\sqrt{P}}{\theta\sqrt{Ekk}}$, où il ne faut pas ajoûter de constante puisque l'abscisse x doit évanouïr en posant $y = o$.

XVII. Par le renversement de cette équation nous tirons $\frac{y}{\theta}\sqrt{\frac{P}{Ekk}} = \sin x\sqrt{\frac{P}{Ekk}}$. Mais la nature de la question demande, qu'il devienne encore $y = o$, en prenant $x = CA = a$, il faut donc que l'angle $a\sqrt{\frac{P}{Ekk}}$ soit égal à deux droits, & partant posant le rapport du diametre à la circonférence $= 1 : \pi$, nous aurons $a\sqrt{\frac{P}{Ekk}} = \pi$, & par conséquent $P = \pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$. D'où nous apprenons que, pour faire plier infiniment peu la colonne, il faut que le poids dont elle est chargée soit $= \pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$: & de là il s'ensuit, que tant que le fardeau est moindre, la colonne ne sera assujettie à aucune inflexion, pas même infiniment petite. Or si l'on dévelope plus exactement le calcul, sans négliger la petite différence entre l'abscisse $CP = x$, & l'arc CM, on trouvera que pour que la tangente de l'angle PCM devienne $= \theta$, il faut que le poids P soit $= \pi\pi . \frac{Ekk}{aa}\sqrt{(1 + \theta\theta)}$, cependant cette expression n'a lieu que tandis que θ est extrèmement petit.

XVIII. Voilà donc le denoûement complet du paradoxe rapporté cy-dessus : car puisqu'une inflexion qui répond à l'angle PCM, dont la tangente est supposée $= \theta$, demande un fardeau, dont le poids est $P = \pi\pi . \frac{Ekk}{aa}\sqrt{(1 + \theta\theta)}$, il est évident, que cette force

 doit

doit être plus grande que $\pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$, de sorte que, tant qu'elle est plus petite, elle ne sauroit produire aucune inflexion, ou bien, si $P < \pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$, l'on voit que la quantité θ, qui détermine la grandeur de l'inflexion, deviendroit imaginaire, comme j'ai remarqué cy-dessus. Au reste on voit, que la courbe CMA est la trochoïde infiniment allongée, ou bien la ligne des *sinus ;* quoique notre dessein n'exige pas la connoissance de cette courbe. Cependant il auroit été impossible de parvenir à notre conclusion, sans le secours de l'équation qui exprime la nature de cette courbe.

XIX. Il ne sera pas plus difficile de parvenir à une équation pour ces courbes, lorsque la colonne n'a pas partout la même épaisseur, mais qu'elle varie d'une maniere quelconque ; on la pourra considérer comme une certaine fonction de l'arc CM, ou bien de l'abscisse $CP = x$. Soit donc le moment de roideur en $M = EkkX$, où X marque une fonction quelconque de x ; & au lieu de l'équation trouvée pour le cas précédent, nous aurons celle-cy :

$$\frac{-dx^2}{ddy} = \frac{EkkX}{Py}, \text{ ou bien } \frac{Ekk}{P} . Xddy + ydx^2 = 0,$$

qui posant $y = e^{\int u dx}$ se change en celle-cy :

$$du + uudx + \frac{Pdx}{EkkX} = 0 .$$

Or on sait qu'il est impossible de resoudre celle équation en général, ce qui m'oblige de borner mes recherches à des cas particuliers, dont la résolution est connue : qui sont, lorsque X est une puissance de x, ou bien de $\alpha + \beta x$ dont l'exposant est compris dans cette serie ;

$$0 ; 4 ; \frac{4}{3} ; \frac{8}{3} ; \frac{8}{5} ; \frac{12}{5} ; \frac{12}{7} ; \frac{16}{7} ; \frac{16}{9} ; \text{ \&c.}$$

XX.

XX. Supposons donc premièrement $X = \left(\alpha + \frac{\beta x}{a}\right)^4$, de sorte que le moment de roideur en M soit $= Ekk\left(\alpha + \frac{\beta x}{a}\right)^4$, & l'équation pour la courbe :

$$\frac{Ekk}{P}\left(\alpha + \frac{\beta x}{a}\right)^4 ddy + ydx^2 = 0.$$

Posons pour abréger $\alpha + \frac{\beta x}{a} = s$, & $\frac{Paa}{\beta\beta Ekk} = nn$, & nous aurons : $s^4 ddy + nnyds^2 = 0$, où l'élément ds est constant. Soit $y = be^{\int uds}$ pour obtenir cette équation :

$$du + uuds + \frac{nnds^2}{s^4} = 0,$$

dont l'intégrale complette est $u = \frac{1}{s} - \frac{n}{ss}\cot.\left(\zeta + \frac{n}{s}\right)$, où ζ est la constante arbitraire. Maintenant ayant $\int uds = ls + l\sin\left(\zeta + \frac{n}{s}\right)$, on obtiendra $y = bs\sin\left(\zeta + \frac{n}{s}\right)$, ou bien $y = \frac{b}{a}(\alpha a + \beta x)\sin\left(\zeta + \frac{na}{\alpha a + \beta x}\right)$.

XXI. Puisque posant $x = 0$, & $x = a$, il faut que y évanouïsse, nous en déterminerons d'abord la constante $\zeta = -\frac{n}{\alpha}$; de sorte que $y = \frac{b}{a}(\alpha a + \beta x)\sin\frac{-n\beta x}{\alpha(\alpha a + \beta x)}$: où il faut remarquer qu'il est indifférent de prendre n positivement ou négativement, puisque dans l'équation différentio-différentielle il ne se trouve que le quarré nn: d'ailleurs on pourroit aussi donner à b une valeur négative. Mais, pourque y évanouïsse en posant $x = a$, il est clair qu'il doit

doit être $\frac{n\beta\alpha}{\alpha(\alpha a+\beta a)}=\pi=\frac{n\beta}{\alpha(\alpha+\beta)}$, donc $n=\frac{\pi\alpha(\alpha+\beta)}{\beta}$.
Or notre suppoſition donne $P=\frac{aa}{nn\beta\beta}.Ekk$, & partant

$$P=\frac{\pi\pi\alpha\alpha(\alpha+\beta)^2}{aa}.Ekk,$$

le moment de roideur en M étant $=Ekk\left(\alpha+\frac{\beta x}{a}\right)^4$.
Donc une telle colonne demeurera ferme tant que le fardeau qu'elle ſoutient, eſt moindre que $\frac{\pi\pi\alpha\alpha(\alpha+\beta)^2}{aa}.Ekk$: ſi $\alpha=1$, & $\beta=0$, nous avons le cas, où la colonne eſt par toute ſa longueur également épaiſſe.

XXII. Cette formule nous donne à connoître, que ſi $\alpha=0$, ou $\beta=-\alpha$, il devient $P=0$: dans le premier cas le moment de roideur évanouït en haut, & dans l'autre en bas; d'où nous voyons qu'une colonne pointue tant en haut qu'en bas n'a aucune force. Mais ſuppoſons l'épaiſſeur en haut telle, qu'il lui réponde le moment de roideur Ekk; & nous aurons $\alpha=1$, & le moment de roideur en bas ſera $=Ekk(\alpha+\beta)^4=Ekk(1+\beta)^4$; & partant plus grand: or la charge de cette colonne étant $=\frac{\pi\pi(1+\beta)^2}{aa}.Ekk$ on voit que cet élargiſſement en bas contribue conſidérablement à augmenter la force de la colonne. Si le diamètre de la baſe d'en haut eſt $=f$, & de celle d'en bas $=h$, à cauſe de $f^3:h^3=1:(1+\beta)^4$; nous aurons $(1+\beta)^2=\frac{h\sqrt{h}}{f\sqrt{f}}$, & partant s'il y avoit $h=2f$, la force de la colomne ſeroit $2\sqrt{2}$, ou bien 3 fois plus grande, que ſi l'épaiſſeur étoit partout égale à celle d'en haut.

XXIII.

XXIII. Laiſſons $a + \frac{\beta r}{a} = s$, & $\frac{Paa}{\beta\beta . Ekk} = nn$; & ſoit plus généralement le moment de roideur en $M = Ekk . s^{4\lambda}$ ce qui nous fournit cette équation: $s^{4\lambda} ddy + nnyds^2 = 0$, où λ ſoit un tel nombre, qui rende l'équation intégrable. Or, pour découvrir cette intégrale, mettons $-mm$ pour nn, puisque ſans cela nous tomberions en des expreſſions imaginaires: & poſons

$y = e^{-m:(2\lambda-1)s^{2\lambda-1}} z$, pour avoir cette équation transformée:

$$ddz + \frac{2mdsdz}{s^{2\lambda}} - \frac{2\lambda mzds^2}{s^{2\lambda+1}} = 0$$

pour laquelle ſuppoſons:

$z = As^{\lambda} + Bs^{3\lambda-1} + Cs^{5\lambda-2} + Ds^{7\lambda-3} + Es^{9\lambda-4} +$ &c.

& la ſubſtitution fournira les déterminations ſuivantes

$B = -\frac{\lambda(\lambda-1)A}{2(2\lambda-1)m}$; $C = +\frac{\lambda(\lambda-1)(3\lambda-1)(3\lambda-2)A}{2.4(2\lambda-1)^2 mm}$;

$D = -\frac{\lambda(\lambda-1)(3\lambda-1)(3\lambda-2)(5\lambda-2)(5\lambda-3)A}{2.4.6(2\lambda-1)^3 m^3}$ &c.

XXIV. Puisque $m = n\sqrt{-1}$, tant l'expreſſion exponentielle $e^{\frac{-m}{2\lambda-1}s^{-2\lambda+1}}$ que les coëfficiens B, D, F, &c. ſeront imaginaires. Donc, poſant pour abréger $(2\lambda-1)s^{2\lambda-1} = v$, nous aurons $e^{\frac{-n\sqrt{-1}}{v}} = \text{cof}\frac{n}{v} - \sqrt{-1}.\text{ſin}\frac{n}{v}$. Enſuite ſoit

λ

$$\frac{\lambda(\lambda-1)}{2(2\lambda-1)}=\mathfrak{A};\quad \frac{(3\lambda-1)(3\lambda-2)}{4(2\lambda-1)}=\mathfrak{B};\quad \frac{(5\lambda-2)(5\lambda-3)}{6(2\lambda-1)}=\mathfrak{C};$$

& notre intégrale ſera :

$$y=A\left(\text{cf}\frac{n}{v}-\sqrt{-1}.\text{ſin}\frac{n}{v}\right)\left(s^{\lambda}+\frac{\mathfrak{A}\sqrt{-1}}{n}s^{3\lambda-1}-\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}{nn}s^{5\lambda-2}-\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\sqrt{-1}}{n^3}s^{7\lambda-3}\,\&c.\right)$$

Or, puisque nous pouvons prendre avec autant de raiſon n négatif, il y aura également :

$$y=A'\left(\text{cf}\frac{n}{v}+\sqrt{-1}.\text{ſin}\frac{n}{v}\right)\left(s^{\lambda}-\frac{\mathfrak{A}\sqrt{-1}}{n}s^{3\lambda-1}-\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}{nn}s^{5\lambda-2}+\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\sqrt{-1}}{n^3}s^{7\lambda-3}\,\&c.\right)$$

Mais il eſt aiſé de voir, que ſi chacune de ces deux formules ſatisfait ſeparement à l'équation différentio-différentielle propoſée, leur ſomme lui doit ſatisfaire également: Donc leur ſomme fournira l'intégrale complette de notre équation, puisqu'elle renferme deux conſtantes arbitraires A & A'.

XXV. Mais, pour délivrer cette expreſſion des imaginaires, il faut donner aux conſtantes A & A' des valeurs imaginaires : ſoit donc $A=M+N\sqrt{-1}$, & $A'=M-N\sqrt{-1}$, par ce moyen la ſomme des deux expreſſions trouvées, & partant l'intégrale complette, ſera exprimée en ſorte :

$$y=\begin{cases}+2\left(M\,\text{cof}\frac{n}{v}+N\,\text{ſin}\frac{n}{v}\right)\left(s^{\lambda}-\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}{nn}s^{5\lambda-2}+\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}{n^4}s^{9\lambda-4}-\&c.\right)\\ -2\left(N\,\text{cof}\frac{n}{v}-M\,\text{ſin}\frac{n}{v}\right)\left(\frac{\mathfrak{A}}{n}s^{3\lambda-1}-\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}}{n^3}s^{7\lambda-3}+\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}}{n^5}s^{11\lambda-5}-\&c.\right)\end{cases}$$

Soit $M=\frac{1}{2}b\,\text{ſin}\,\zeta$, & $N=\frac{1}{2}b\,\text{cof}\,\zeta$, pour avoir

$$y=\begin{cases}b\,\text{ſin}\left(\zeta+\frac{n}{v}\right)\left(s^{\lambda}-\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}{nn}s^{5\lambda-2}+\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}{n^4}s^{9\lambda-4}-\&c.\right)\\ -b\,\text{cf}\left(\zeta+\frac{n}{v}\right)\left(\frac{\mathfrak{A}}{n}s^{3\lambda-1}-\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}}{n^3}s^{7\lambda-3}+\frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}}{n^5}s^{11n-5}-\&c.\right)\end{cases}$$

Qu'on

Qu'on pose de plus pour abréger :

$$s^{\lambda} - \frac{\mathfrak{AB}}{nn} s^{5\lambda-2} + \frac{\mathfrak{ABCD}}{n^4} s^{9\lambda-4} - \&c. = R$$

$$\frac{\mathfrak{A}}{n} s^{3\lambda-1} - \frac{\mathfrak{ABC}}{n^3} s^{7\lambda-3} + \frac{\mathfrak{ABCDE}}{n^5} s^{11\lambda-5} - \&c. = Q,$$

& qu'on introduise l'angle ϕ, dont tang $\phi = \frac{Q}{R}$, & on aura enfin

$$y = b\sqrt{(RR + QQ)} \cdot \sin\left(\zeta + \frac{n}{v} - \phi\right).$$

XXVI. Maintenant la solution de notre problème, par lequel nous cherchons la force P capable de faire plier la colonne, dont la hauteur $AC = a$, & le moment de roideur dans un endroit quelconque $M = Ekk\left(\alpha + \frac{\beta x}{a}\right)^{4\lambda}$ nommant $CP = x$, s'achevera en sorte. Premièrement on pose $x = 0$, ou $s = \alpha$, & ayant déterminé pour ce cas les quantités v & ϕ, on déterminera l'angle constant $\zeta = \phi - \frac{n}{v}$. Ensuite on mettra $x = a$, & $s = \alpha + \beta$, & après avoir conformément déterminé les quantités v & ϕ, il faut que l'angle $\zeta + \frac{n}{v} - \phi$ devienne $= \pi$, d'où l'on tirera la valeur de n ; & de là enfin la force cherchée $P = \frac{nn\beta\beta}{aa} \cdot Ekk$. Si l'on pose $\lambda = 0$, ce qui est le cas des colonnes également épaisses, on a $v = -\frac{1}{s}$; $\mathfrak{A} = 0$, $\mathfrak{B} = 0$, &c. donc $R = 1$ & $Q = 0$, par conséquent $\phi = 0$, & $\zeta + \frac{n}{v} - \phi = \zeta - ns$. Donc $\zeta - n\alpha = 0$ & $\zeta - n(\alpha + \beta) = \pi$, & partant $-n\beta = \pi$: d'où

d'où il s'ensuit comme cy-dessus la force $P = \frac{\pi\pi}{aa}.Ekk$. Si $\lambda = 1$, on aura le cas déjà dévelopé, où le moment de roideur étoit $= Ekk\left(a + \frac{\beta x}{a}\right)^4$, & pour quelques autres ajoûtons les exemples suivans.

I. EXEMPLE.

XXVII. La hauteur de la colonne AC étant $= a$, & le moment de roideur en M $= Ekk\left(a + \frac{\beta x}{a}\right)^4$, à cause de $\lambda = 1$, nous aurons $v = s$; $\mathfrak{A} = 0$, $\mathfrak{B} = 0$, &c. donc $R = s$ & $Q = 0$, & partant tang $\phi = \frac{Q}{R} = 0$, ou $\phi = 0$. Notre angle $\zeta + \frac{n}{v} - \phi$ sera donc $= \zeta + \frac{n}{s}$, & partant $\zeta = -\frac{n}{a}$. Faisons maintenant $s = a + \beta$, & posons $-\frac{n}{a} + \frac{n}{a+\beta} = \pi = -\frac{nb}{a(a+\beta)}$; d'où nous tirons $n\beta = -\pi a(a+\beta)$. Par conséquent la force capable de faire plier la colonne sera $P = \frac{\pi\pi a^2(a+\beta)^2}{aa}.Ekk$ tout comme nous l'avons trouvée cy-dessus.

2 EXEMPLE.

XXVIII. Soit $\lambda = \frac{1}{3}$, & la hauteur de la colonne étant $AC = a$, le moment de roideur en M sera $= Ekk\left(a + \frac{\beta x}{a}\right)^{\frac{4}{3}}$. Pour ce cas nous aurons $v = -\frac{1}{3}s^{-\frac{1}{3}} = \frac{-1}{3\sqrt[3]{s}}$, & $\mathfrak{A} = \frac{1}{3}$, $\mathfrak{B} = 0$, donc $R = s^{\frac{1}{3}}$ & $Q = \frac{1}{3n}$, & partant tang $\phi = \frac{1}{3n\sqrt[3]{s}}$, ou bien

bien $\phi = A \tang \frac{1}{3n\sqrt[3]{s}}$. Maintenant notre angle étant $\zeta + \frac{n}{v} - \phi = \zeta - 3n\sqrt[3]{s} - A \tang . \frac{1}{3n\sqrt[3]{s}}$, si nous posons $x = 0$, ou $s = a$ pour le point C, nous aurons l'angle constant $\zeta = 3n\sqrt[3]{a} + A \tang . \frac{1}{3n\sqrt[3]{a}}$. Soit à présent pour l'autre bout A, $s = a + 6$, & notre angle doit devenir $= \pi$, ce qui donne

$$3n\sqrt[3]{a} + A \tang . \frac{1}{3n\sqrt[3]{a}} - 3n\sqrt[3]{(a+6)} - A \,\mathrm{tg}. \frac{2}{3n\sqrt[3]{(a+6)}} = \pi,$$

d'où l'on doit déterminer la valeur du nombre n, & alors le poids cherché P, qui est capable de faire plier la colonne, sera $P = \frac{nn66}{aa}.Ekk$. Puisqu'il est difficile de trouver en général la valeur de n, soit $a = 1$, & 6 extrêmement petit, & puisque alors $\sqrt[3]{(a+6)} = 1 + \frac{1}{3}6$, &

$$A \tang \frac{1}{3n\sqrt[3]{a}} - A \tang \frac{1}{3n\sqrt[3]{(a+6)}} = A \tang . \frac{3n\sqrt[3]{(a+6)} - 3n\sqrt[3]{a}}{1 + 9nn\sqrt[3]{a(a+6)}},$$

nous aurons: $-n6 + A \tang \frac{n6}{1+9nn} = \pi = -\frac{9n^3 6}{1+9nn}$, d'où l'on voit que le nombre n est extrèmement grand : & partant assez près $-n6 = \pi + \frac{66}{9\pi}$, de sorte que $P = \left(\pi + \frac{66}{9\pi}\right)^2 . \frac{Ekk}{aa}$. Mais, en poursuivant plus exactement les approximations, on aura $P = \pi\pi\left(1 + \frac{6}{3}\right)^2 . \frac{Ekk}{aa}$, ou $P = \pi\pi\left(1 + \frac{2}{3}6\right) . \frac{Ekk}{aa}$, le moment de roideur étant en C $= Ekk$, & en A $= \left(1 + \frac{4}{3}6\right).Ekk$.

XXIX.

XXIX. Puisque nous voyons, que si β est un nombre fort petit par rapport à α, le nombre n devient très grand, les arcs seront à peu près égaux à leur tangentes, & partant nous aurons

$$3n\sqrt[3]{\alpha} - 3n\sqrt[3]{(\alpha+\beta)} + \frac{1}{3n\sqrt[3]{\alpha}} - \frac{1}{3n\sqrt[3]{(\alpha+\beta)}} = \pi,$$

d'où nous tirons assez près $n = \frac{-\pi}{3\sqrt[3]{(\alpha+\beta)} - 3\sqrt[3]{\alpha}}$, & partant $P = \frac{\pi\pi\beta\beta}{9[\sqrt[3]{(\alpha+\beta)} - \sqrt[3]{\alpha}]^2} \cdot \frac{Ekk}{aa}$. Or, si β étoit plus grand, cette formule tromperoit: cependant l'erreur ne sera pas considérable, tant que β n'excede pas considérablement α. Pour prouver cela, soit $\beta = \alpha$, & selon cette régle on auroit $n = \frac{-\pi}{3\sqrt[3]{2\alpha} - 3\sqrt[3]{\alpha}} = -\frac{4,0289}{\sqrt[3]{\alpha}}$. Or faisant le calcul on trouve $n = -\frac{4,0505}{\sqrt[3]{\alpha}}$, & $P = 16,4065\,\alpha\sqrt[3]{\alpha} \cdot \frac{Ekk}{aa}$. Donc si $\alpha = 1$, & le moment de roideur en $M = \left(1+\frac{x}{a}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot Ekk$, le poids, que cette colonne peut soutenir sera $P = 16,4065 \cdot \frac{Ekk}{aa}$. Or, si le moment de roideur étoit $= \left(1+\frac{x}{a}\right)^4 \cdot Ekk$, ce poids se trouve $P = 39,47844 \cdot \frac{Ekk}{aa}$: mais pour le cas du moment de roideur constant $= Ekk$, on a $P = 9,86961 \cdot \frac{Ekk}{aa}$.

3. EXEMPLE.

XXX. Soit $\lambda = \frac{8}{3}$, ou la hauteur de la colonne étant $AC = a$, le moment de roideur en $M = \left(\alpha + \frac{\beta x}{a}\right)^{\frac{8}{3}} \cdot Ekk$, & pour ce cas nous au-

aurons $v = \frac{1}{3}\sqrt[3]{s}$, $\mathfrak{A} = -\frac{1}{3}$, $\mathfrak{B} = 0$, donc $R = \sqrt[3]{ss}$; & $Q = -\frac{1}{3n}s$, & partant tang $\phi = -\frac{\sqrt[3]{s}}{3n}$, par conſéquent notre angle $= \zeta + \frac{3n}{\sqrt[3]{s}} + A \text{ tang } \frac{\sqrt[3]{s}}{3n}$. Soit $s = \alpha$, & nous aurons $\zeta = -\frac{3n}{\sqrt[3]{\alpha}} - A \text{ tang } \frac{\sqrt[3]{\alpha}}{3n}$. De plus poſant $s = \alpha + \beta$, il faut qu'il devienne :

$$-\frac{3n}{\sqrt[3]{\alpha}} + \frac{3n}{\sqrt[3]{(\alpha+\beta)}} - A \text{ tang } \frac{\sqrt[3]{\alpha}}{3n} + A \text{ tang}. \frac{\sqrt[3]{(\alpha+\beta)}}{3n} = \pi,$$

où il eſt encore évident, que ſi β eſt fort petit par rapport à α, le nombre n ſera fort grand, & partant il y aura fort exactement $nn = + \frac{\pi\pi\sqrt[3]{\alpha\alpha}(\alpha+\beta)^2}{9[\sqrt[3]{(\alpha+\beta)} - \sqrt[3]{\alpha}]^2}$; donc le poids que la colonne eſt capable de ſoutenir ſera : $P = \frac{\pi\pi\beta\beta\sqrt[3]{\alpha\alpha}(\alpha+\beta)^2}{9[\sqrt[3]{(\alpha+\beta)} - \sqrt[3]{\alpha}]^2} \cdot \frac{Ekk}{aa}$.
Mais, quand β ſurpaſſe α, il faut déterminer plus exactement le nombre n.

4 EXEMPLE.

XXX. Les autres cas où notre équation peut-être reſolue, conduiroient à des formules trop compliquées. Mais il y a encore un cas bien remarquable, quand $\lambda = \frac{1}{2}$, où le moment de roideur en $M = \left(\alpha + \frac{\beta x}{a}\right)^2 \cdot Ekk$; puisqu'alors notre équation différentio-différentielle poſant $\alpha + \frac{\beta x}{a} = s$ devient homogene $ssddy + nnyds^2 = 0$, à laquelle doit ſatisfaire une certaine puiſſance de s. Poſons donc $y = s^\mu$, & l'expoſant μ ſe déterminera par cette équation $\mu(\mu - 1) + nn = 0$, d'où l'on tire $\mu = \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\frac{1}{4} - nn)}$,

&

& cette double valeur nous fournit l'intégrale complette :

$$y = A s^{\frac{1}{2} + \sqrt{(\frac{1}{4} - nn)}} + B s^{\frac{1}{2} - \sqrt{(\frac{1}{4} - nn)}}.$$

Ici il est clair, que si $\sqrt{(\frac{1}{4} - nn)}$ est réél, ou $nn < \frac{1}{4}$, il est impossible que y évanouïsse dans les deux cas $s = \alpha$, & $s = \alpha + \beta$. D'où il s'ensuit que si $nn < \frac{1}{4}$, une force $P = nn\beta\beta . \frac{Ekk}{aa}$, n'est pas capable de faire plier la colonne. Il en est encore de même si $nn = \frac{1}{4}$, auquel cas l'intégrale est $y = (A + B l s)\sqrt{s}$.

XXXII. Soit donc $nn > \frac{1}{4}$ & $\sqrt{(nn - \frac{1}{4})} = v$, ou $nn = vv + \frac{1}{4}$, & notre intégrale étant $y = \left(A s^{+v\sqrt{-1}} + B s^{-v\sqrt{-1}}\right)\sqrt{s}$, les exposans imaginaires se réduisent en cette forme :

$$y = [(A + B) \operatorname{cof}. v l s + (A - B)\sqrt{-1} . \operatorname{fin} v l s]\sqrt{s},$$

& changeant les constantes nous aurons: $y = b \operatorname{fin} (\zeta + v l s) . \sqrt{s}$. Or la position $s = \alpha$ donne $\zeta = - v l \alpha$, & posant $s = \alpha + \beta$, il faut qu'il soit $- v l \alpha + v l (\alpha + \beta) = \pi = v l \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right)$,

donc $v = \dfrac{\pi}{l(1 + \frac{\beta}{\alpha})}$ & $nn = \frac{1}{4} + \dfrac{\pi\pi}{[l(+\frac{\beta}{\alpha})]^2}$,

& cette valeur de nn étant la force cherchée sera

$$P = \left(\frac{1}{4} + \frac{\pi\pi}{[l(+\frac{\beta}{\alpha})]^2}\right)\beta\beta . \frac{Ekk}{aa},$$

ou toute force moindre que celle-cy ne produira aucune inflexion.

XXXIII.

XXXIII. Ces cas peuvent suffire pour juger de la force des colonnes non cylindriques, pourvu que leur figure ne s'écarte pas très considérablement de celles qui répondent aux cas dévelopés. Si la figure ne différe pas beaucoup d'un cylindre, tous ces cas aboutissent au même resultat : car soit le moment de roideur en haut en $C = Ekk$, & celui d'en bas en $A = mmEkk$, où m soit un nombre peu différent de l'unité ; & nous aurons dans tous nos exemples $a = 1$. Or si la figure répond au premier exemple, nous aurons $(1+\beta)^4 = mm$, donc $(1+\beta)^2 = m$. Donc cette colonne pourra soutenir sans se plier un poids $P = \pi\pi m . \frac{Ekk}{aa} = 9,86961\, m . \frac{Ekk}{aa}$.

Mais, si elle convient avec le second exemple, à cause de $(1+\beta)^{\frac{4}{3}} = mm$ & $1+\beta = m^{\frac{3}{2}}$, ce poids sera

$$P = \frac{\pi\pi(m^{\frac{3}{2}}-1)^2}{9(\sqrt{m}-1)^2}\frac{Ekk}{aa} = \tfrac{1}{9}\pi\pi(m+\sqrt{m}+1)^2 . \frac{Ekk}{aa};$$

& partant, si $m = 1+\omega$, de sorte que ω soit fort petit, on aura $P = \pi\pi(1+\omega) . \frac{Ekk}{aa}$: ce même accord se trouve aussi dans les autres exemples. Mais, si m n'est pas si près de l'unité, le premier exemple demeure dans son entier, mais le quatrième donne

$$P = (m-1)^2\left(\frac{1}{4}+\frac{\pi\pi}{(lm)^2}\right) . \frac{Ekk}{aa}, \text{ à cause de } 1+\beta = m.$$

XXXIV. Si la colonne a la figure d'un cone tronqué, & que le diametre de la base d'en haut soit $= f$, & de celle d'en bas $= h$, le diametre de son épaisseur en M sera $= f + \frac{(h-f)x}{a}$. Donc, posant le moment de roideur en haut $= Ekk$, si le moment de roideur étoit comme le quarré-quarré du diametre de l'épaisseur, nous aurions le cas du premier exemple, & le poids, que la colonne peut sou-

soutenir sans se plier seroit $P = \frac{\pi\pi hh}{ff} \cdot \frac{Ekk}{aa}$. Mais, si le moment de roideur étoit comme le cube du diametre de l'épaisseur, le moment de roideur en M sera $= Ekk\left(1 + \frac{(h-f)x}{fa}\right)^3$, auquel cas notre calcul ne peut pas être appliqué. Mais, si h différe fort peu de f, puisqu'il y aura fort à peu près

$$\left(1+\frac{(h-f)x}{fa}\right)^3 = 1 + \frac{3(h-f)x}{fa} = \left(1+\frac{3(h-f)x}{4fa}\right)^4.$$

Le premier exemple, à cause de $\alpha = 1$, & $\beta = \frac{3(h-f)}{4f}$, donne le poids, que cette colonne peut encore soutenir sans se plier $P = \frac{\pi\pi(3h+f)^2}{16ff} \cdot \frac{Ekk}{aa}$. Or ce cas étant pareillement appliqué au quatrième exemple, où l'on auroit $\beta = \frac{3(h-f)}{2f}$, on trouveroit ce poids $P = \frac{9(h-f)^2}{4ff}\left(\frac{1}{4} + \frac{\pi\pi}{\left(l\frac{3h-f}{2f}\right)^2}\right) \cdot \frac{Ekk}{aa}$.

la lettre a marquant la hauteur de la colonne.

XXXV. Quoique ces deux expressions deviennent d'accord si la différence $h-f$ est extrèmement petite, elles s'écartent sensiblement, lorsque cette différence $h-f$ est considérable, la derniere donnant une valeur plus petite pour P. Cependant, comme la véritable formule $\left(1+\frac{(h-f)x}{fa}\right)^3$, tient un milieu entre celles qui repondent à nos deux exemples, il est certain que la valeur de P tirée du premier exemple est trop grande, & l'autre trop petite, de sorte qu'en prenant en chaque cas un milieu, on approchera fort de la vé-

rité

vérité. Ainsi, s'il étoit $h = 2f$ la premiere formule donneroit $P = 30,22568 . \frac{Ekk}{aa}$, & la seconde $P = 27,01186 . \frac{Ekk}{aa}$, donc prenant un milieu il y aura fort à peu près $P = 28\frac{1}{2} . \frac{Ekk}{aa}$. Or la pratique ne demande jamais un tel degré de précision.

XXVI. Examinons enfin aussi, combien le propre poids d'une colonne contribue à la plier : dans cette recherche je considérerai la colonne comme cylindrique, dont la hauteur soit, comme jusqu'ici, $AC = a$, & soit Q le poids de toute la colonne, P étant celui du fardeau dont elle est chargée. Rapportons l'inflexion qui en naît à celle de l'axe de la colonne, puisqu'il passe par les centres de gravité de toutes les sections. Soit donc CMA la figure de cet axe courbé, dont la courbure soit infiniment petite, & le moment de roideur partout $= Ekk$. Nommant maintenant $CP = x$ & $PM = y$, le rayon de courbure en M sera $= -\frac{dx^2}{ddy}$, prenant dx pour constant; & le moment de la force P pour produire cette inflexion sera $= Py$, auquel il faut ajoûter le moment qui résulte du poids de la partie CM. Or la longueur CM étant $= x$, le poids de la partie CM sera $= \frac{Qx}{a}$, lequel doit être conçu ramassé au centre de gravité de la partie CM, mais cette considération meneroit à un calcul trop ennuyant. Fig. 5.

XXXVII. Envisageons pour un moment le point M comme fixe, par rapport auquel le point Y soit variable, & nommons $CX = CY = X$ & $XY = Y$. Maintenant, quel que soit le moment du poids de l'arc CY sur le point M, son différentiel sera égal au poids de l'élément $Yy = \frac{QdX}{a}$ par $y - Y$, c'est à dire

$$= \frac{QdX}{a}(y - Y) = \frac{Q}{a}(yX - \int YdX.$$

Avan-

Avançons à présent le point Y jusqu'en M, & à cause de $X = x$ & $Y = y$, le moment du poids de la partie, qui répond à l'arc

CM sera $= \frac{Q}{a}(xy - \int y\,dx) = \frac{Q}{a}\int x\,dy$,

qui étant ajoûté au moment déjà trouvé Py, donne le moment total $= Py + \frac{Q}{a}\int x\,dy$, d'où nous tirons pour la courbe cette équation;

$$Ekk = -\frac{dx^2}{addy}(Pay + Q\int x\,dy),$$

ou bien $Ekkaddy + Paydx^2 + Qdx^2\int x\,dy = 0$,

laquelle étant encore différentiée pour la dégager de l'intégral $\int x\,dy$ donne $Ekkad^3y + Padx^2dy + Qxdx^2dy = 0$.

XXXVIII. Posons pour abréger $1 + \frac{Qx}{Pa} = s$, & l'élément ds sera maintenant constant. Donc, à cause de $dx = \frac{Pads}{Q}$, notre équation prendra cette forme:

$$\frac{QQ}{P^3} \cdot \frac{Ekk}{aa} d^3y + sds^2dy = 0.$$

Soit $dy = uds$, & à cause de $d^3y = dsddu$ nous aurons

$$\frac{QQ}{P^3} \cdot \frac{Ekk}{aa} ddu + usds^2 = 0,$$

laquelle se peut bien réduire à une équation simplement différentielle en posant $u = e^{\int vds}$, & on parviendra à celle-cy:

$$dv + vvds + \frac{P^3aa}{Q^2Ekk} \cdot sds = 0,$$

qui est un tel cas de l'équation de Riccati, qu'on s'est donné jusqu'ici en vain la peine de l'intégrer: & partant on n'en attendra pas ici le dénouëment.

XXXIX.

XXXIX. Cependant, quand le poids Q est très petit par rapport au poids P, ce qui arrivera presque toujours, puisqu'une colonne peut toujours porter un poids, qui surpasse plusieurs fois son propre poids, avant que de plier : dans ces cas il ne sera pas difficile d'approcher de la solution. Car, puisque $s = 1 + \frac{Qx}{Pa}$ différe fort peu de l'unité, & que cette quantité est presque constante ; cette considération nous fournit l'approximation suivante. Posons pour abréger : $\frac{Paa}{Ekk} = nn$ & $\frac{Q}{P} = m$, nombre très petit, & notre équation donnant $\int x\,dy = -\frac{ay}{m} - \frac{a^3 ddy}{mnn dx^2}$, ce sera une condition à remplir dans les intégrations suivantes, que $\int x\,dy$ évanouisse en posant $x = 0$. Or différentiant encore nous aurons :

$$(a + mx)\,dy + \frac{a^3 d^3 y}{nn dx^2} = 0,$$

& faisant $dy = u\,dx$ celle-cy :

$$(a + mx)\,u + \frac{a^3 ddu}{nn dx^2} = 0.$$

XL. S'il étoit $m = 0$, l'intégrale complette seroit $u = \alpha \sin\left(\zeta + \frac{nx}{a}\right)$. Mais, puisque m est très petit, on pourra envisager $1 + \frac{mx}{a}$ comme étant $= \left(1 - \frac{mx}{4a}\right)^{-4}$, desorte qu'on ait

$$nnu\,dx^2 + aaddu\left(1 - \frac{mx}{4a}\right)^4 = 0,$$

dont l'intégrale complette est

$$u = C\left(1 - \frac{mx}{4a}\right)\sin\left(\zeta + \frac{16an}{m(4a - mx)}\right) = \frac{dy}{dx},$$

 &

& partant

$$\frac{du}{dx} = \frac{ddy}{dx^2} = -\frac{Cm}{4a} \sin\left(\zeta + \frac{16an}{m(4a-mx)}\right) + \frac{4nC}{4a-mx} \cos\left(\zeta + \frac{16an}{m(4a-mx)}\right).$$

Mais en intégrant

$$y = \frac{C}{4a}\int (4a-mx)\,dx \sin\left(\zeta + \frac{16an}{m(4a-mx)}\right),$$

ce qu'il faut déterminer par approximation.

XLI. D'abord, puisque m eſt très petit, on aura $\frac{16na}{m(4a-mx)} = \frac{4n}{m} + \frac{nx}{a} + \frac{mnxx}{4aa}$. Donc poſant $\zeta + \frac{4n}{m} = \theta$;

$$u = C\left(1 - \frac{mx}{4a}\right) \sin\left(\theta + \frac{nx}{a} + \frac{mnxx}{4aa}\right), \quad \text{ou}$$

$$u = C\left(1 - \frac{mx}{4a}\right) \sin\left(\theta + \frac{nx}{a}\right) + \frac{mnCxx}{4aa} \cos\left(\theta + \frac{nx}{a}\right) = \frac{dy}{dx}$$

& en différentiant

$$\frac{du}{dx} = \frac{ddy}{dx^2} = -\frac{mC}{4a} \sin\left(\theta + \frac{nx}{a}\right) + \frac{nC}{a}\left(1 + \frac{mx}{4a}\right) \cos\left(\theta + \frac{nx}{a}\right)$$
$$- \frac{mnnCxx}{4a^3} \sin\left(\theta + \frac{nx}{a}\right).$$

Mais, puisque y évanouït au cas $x = 0$, il faut que $\frac{ddy}{dx^2}$ évanouïſſe auſſi: ce qui donne

$$-\frac{m}{4} \sin\theta + n \cos\theta = 0, \quad \text{donc} \quad \tang\theta = \frac{4n}{m}.$$

En-

Ensuite nous trouverons :

$$y = \int u\,dx = -\frac{Ca}{n}\cos\left(\theta+\frac{nx}{a}\right) + \frac{3mCx}{4n}\cos\left(\theta+\frac{nx}{a}\right) - \frac{3mCa}{4nn}\sin\left(\theta+\frac{nx}{a}\right)$$

$$+ \frac{mCxx}{4a}\sin\left(\theta+\frac{nx}{a}\right) + \frac{Ca}{a}\cos\theta + \frac{3mCa}{4nn}\sin\theta,$$

ayant ajoûté une telle constante, que y évanouïsse quand on met $x = 0$.

XLII. Maintenant, posant $x = a$, il faut qu'il devienne encore $y = 0$, d'où l'on parvient à cette équation :

$$0 = -\frac{1}{n}(\theta+n) + \frac{1}{n}\cos\theta + \frac{3m}{4n}\cos(\theta+n) - \frac{3m}{4nn}\sin(\theta+n)$$

$$+ \frac{3m}{4nn}\sin\theta + \frac{m}{4}\sin(\theta+n),$$

d'où il s'agit de trouver la valeur de n. Pour cet effet cherchons encore la valeur de tang θ, qui sera :

$$\text{tang}\,\theta = \frac{4n\cos n - 4n - 3mn\cos n + 3m\sin n - mnn\sin n}{4n\sin n - 3mn\sin n - 3m\cos n + 3m + mnn\cos n} = \frac{4n}{m},$$

d'où l'on trouve, en négligeant les termes, où m monte à la seconde dimension :

$$4n\sin n - 3mn\sin n - 4m\cos n + 4m + mnn\cos n = 0.$$

Puisque nous savons que, s'il étoit $m = 0$, il seroit $n = \pi$, posons $n = \pi - \omega$, de sorte que $\sin n = \omega$, & $\cos n = -1$, & notre équation devenant : $4\pi\omega - 3m\omega\omega + 4m - m\pi\pi = 0$ donne $\omega = \frac{(\pi\pi - 8)m}{4\pi}$; donc $n = \pi - \frac{(\pi\pi-8)m}{4\pi}$.

Par

Par conséquent le poids P qui commence à faire plier la colonne sera:

$$P = \left(\pi\pi - \frac{Q}{2P}(\pi\pi - 8)\right) . \frac{Ekk}{aa} = \pi\pi . \frac{Ekk}{aa} - \frac{(\pi\pi - 8)Q}{2\pi\pi} .$$

XLIII. Par là nous apprenons, que le poids que la colonne est capable de soutenir, est un peu diminué par le propre poids de la colonne, celui-cy contribuant quelque chose à la faire plier. Cependant cet effet est très petit, & puisque $\pi\pi = 10$ fort à peu près' il ne vaut qu'environ la dixième partie du poids entier de la colonne. Ayant donc fait voir que ce poids est fort petit par rapport à celui qui est capable de faire plier la colonne, il est certain que dans l'estime de la force des colonnes on peut hardiment négliger leur propre poids, pourvu qu'elles ne soient faites d'une matiere extrèmement fragile, ou qu'elles ne soient très hautes par rapport à leur épaisseur. Au reste, pour ce qui regarde les colonnes, ou cylindriques, ou qui ont la figure d'un cone tronqué, la matiere étant la même, tant la Théorie que quelques expériences faites sur la roideur des corps, nous assurent que le moment de roideur en chaque endroit est assez exactement proportionnel au quarré-quarré du diametre de l'épaisseur, ou au quarré de la section faite au même endroit.

XLIV. De ce que je viens d'exposer, on peut tirer les conséquences suivantes sur la force des colonnes. D'abord on peut supposer, qu'on ait une colonne cylindrique quelque petite qu'elle soit, faite de la même matiere, & qu'on ait déterminé par quelques expériences le poids qu'elle est capable de soutenir sans se plier. Soit a la hauteur de cette colonne d le diametre de l'une de ses bases, & p le poids qu'elle peut soutenir. Maintenant ayant une autre colonne cylindrique faite de la même matiere, dont la hauteur soit $= A$, & le diametre de l'une de ses bases $= D$; on trouvera le poids qu'elle peut soutenir $P = \frac{aaD^4}{AAd^4} . p$. Mais si la colonne a la figure d'un cone

tron-

tronqué de la hauteur $= A$, & que le diametre de sa base d'en haut soit $= D$, & de celle d'en bas $= E$, le poids qu'elle sera capable de soutenir sera $P = \frac{aaDDEE}{AAd^4}p$. Si l'on veut juger des colonnes faites d'une autre matiere, il faut se procurer un modele de la même matiere, pour servir de fondement à ces conclusions.

XLV. Considérons deux colonnes parfaitement semblables, & faites de la même matiere, les mesures de la premiere étant à celles de l'autre comme $1 : n$, & il est clair, que les poids soutenus par ces colonnes seroient entr'eux comme $1 : nn$, ou bien une colonne, dont la hauteur seroit double, & partant aussi le diametre de son épaisseur, ne seroit capable de porter qu'un poids quadruple, quoique son poids soit 8 fois plus grand. Or, si les batimens soutenus par les colonnes sont semblables, il faudroit que les colonnes, dont la hauteur est double, portassent un poids huit fois plus grand, & en général les poids soutenus par les colonnes devroient être proportionnels aux cubes de leurs hauteurs. A' cet égard donc, on peut dire que les colonnes plus hautes sont moins fortes; entant qu'on les construit sur le même modele, comme les Architectes ont coutume de faire. Et partant si les poids que les colonnes doivent soutenir, suivent la raison cubique de leur hauteur, leur épaisseur doit être augmentée dans une plus grande raison que leur hauteur, & on ne sauroit plus les former sur le même modele.

XLVI. Car, posant la hauteur d'une petite colonne $= a$, le diametre de son épaisseur $= d$, & le poids qu'elle est capable de soutenir $= p$; s'il faut construire une colonne de la hauteur na, qui doive porter le poids $= n^3 p$, le diametre de l'épaisseur de cette colonne ne doit pas être pris $= nd$, mais il faut qu'il soit $= nd\sqrt[4]{n}$; d'où l'on tire cette table

hauteur de la colonne	diametre de l'épaisseur	poids soutenu	hauteur de la colonne	diametre de l'épaisseur	poids soutenu
a	$1,0000\,d$	p	$7\,a$	$11,3860\,d$	$343\,p$
$2\,a$	$2,3784\,d$	$8\,p$	$8\,a$	$13,4543\,d$	$512\,p$
$3\,a$	$3,9528\,d$	$27\,p$	$9\,a$	$15,5885\,d$	$729\,p$
$4\,a$	$5,6568\,d$	$64\,p$	$10\,a$	$17,3828\,d$	$1000\,p$
$5\,a$	$7,4767\,d$	$125\,p$	$11\,a$	$20,0327\,d$	$1331\,p$
$6\,a$	$9,3905\,d$	$216\,p$	$12\,a$	$22,3345\,d$	$1728\,p$

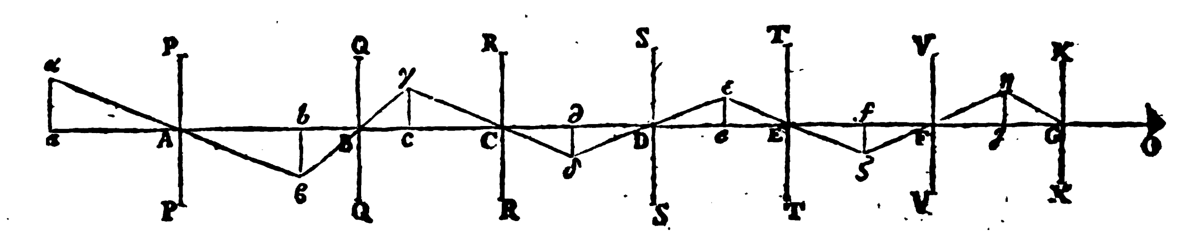
XLVII. Peut-être que ces proportions ferviroient mieux à établir les ordres & les régles pour la conftruction des colonnes, fi nous en exceptions ce qui regarde uniquement leurs ornemens. Mais, puisque le poids à foutenir n'eft pas toujours proportionnel au cube de la hauteur des colonnes, il conviendra de donner à notre régle une plus grande étendue. Soit la hauteur d'une colonne, qui nous fert de modele $= a$, le diametre de fon épaiffeur $= d$, & le poids, qu'elle eft capable de foutenir $= p$, & qu'il faille conftruire une colonne de la même matiere, dont la hauteur foit $= na$, & qui doive foutenir un poids $= mp$. Alors il faudra que le diametre de l'épaiffeur de cette colonne foit $= d\sqrt[4]{mnn}$; & de là on tirera aifément pour tous les cas la jufte épaiffeur des colonnes qu'on veut employer; dont le diametre doit fuivre la raifon compofée de la racine quarrée de fa hauteur, & de la racine quarré-quarrée du poids qu'elle doit foutenir.



RE-

RÉGLES GÉNÉRALES
POUR LA CONSTRUCTION DES TELESCOPES ET DES MICROSCOPES, DE QUELQUE NOMBRE DE VERRES QU'ILS SOIENT COMPOSÉS.

PAR M. EULER.



I.

Pour expliquer en général toutes les régles, qu'il faut obſerver dans la conſtruction tant des Teleſcopes que des Microſcopes, je conſidére un nombre quelconque de verres PP, QQ, RR, SS, &c. diſpoſés ſur le même axe aO, qui paſſe par leurs centres A, B, C, D, &c. en les traverſant à angles droits. Le premier de ces verres ſera nommé celui PP, qui eſt tourné vers l'objet $a\alpha$, & qui en reçoit immédiatement les rayons; les autres ſuivant leur ordre QQ, RR, SS, &c. ſeront nommés le ſecond, le troiſième, le quatrième, &c. jusqu'au dernier qui fournit les rayons à l'œil placé en O. Tout revient donc à déterminer, tant la figure & l'ouverture de tous ces verres, que leur diſpoſition, afin qu'il en réſulte un bon Teleſcope, ou Microſcope. Or, il eſt d'abord évident, que poſant la diſtance de l'objet Aa infinie, on aura le cas des Teleſcopes; & que la même diſtance Aa étant poſée finie & aſſez petite, donnera le cas des Microſcopes.

II. Puisqu'il faut donc avoir égard, tant à la figure & à l'ouverture de chaque verre, qu'à leurs distances mutuelles, considérons les lieux des images, où chaque verre représente l'objet. Soit donc $b\beta$ l'image représentée par le premier verre PP, $c\gamma$ celle qui est représentée par le second verre QQ, $d\delta$ par le troisième RR, $e\varepsilon$ par le quatrième SS, & ainsi de suite; & posons les distances des verres tant de ces images, que de l'objet même $a\alpha$ à l'egard du premier, & de l'œil à l'égard du dernier:

$aA = a$; $bB = b$; $cC = c$; $dD = d$; $eE = e$; $fF = f$; &c.

$Ab = \alpha$; $Bc = \beta$; $Cd = \gamma$; $De = \delta$; $Ef = \varepsilon$; $Fg = \zeta$; &c.

& soit enfin la distance de l'œil O derrière le dernier verre $= k$. Cela posé, nous aurons aussi les distances des verres

$AB = \alpha + b$; $BC = \beta + c$; $CD = \gamma + d$; $DE = \delta + e$; &c.

III. Ici il faut observer, que, quoique j'introduise dans le calcul les distances α, b, β, c, γ, d, &c. comme positives, elles peuvent néanmoins avoir des valeurs négatives; comme cela se pratique dans toutes les recherches générales de l'analyse. Ainsi, quoique j'aye représenté l'image de chaque verre derrière lui, & devant le suivant, rien n'empêche que ces images ne tombent, ou devant les verres, par lesquels elles sont représentées, ou derrière ceux qui suivent dans l'ordre: cette variété sera indiquée par l'affirmation ou la négation des quantités α, b, β, c, γ, d, &c. Mais pour la distance de l'objet $aA = a$, elle ne sauroit jamais devenir négative, aussi peu que celle de l'œil derrière le dernier verre que je nomme $= k$.

IV. Or, de quelque maniere que les quantités α, b, β, c, γ, d, &c. changent de signe, il faut absolument que les intervalles des verres demeurent toujours positifs, puisque d'ailleurs leur ordre qui est essentiel à nos recherches, seroit renversé. Il faut donc qu'il soit toujours

$\alpha + b > 0$; $\beta + c > 0$; $\gamma + d > 0$; $\delta + e > 0$; &c.

ou

ou tout au plus ces distances pourront évanouïr, ce qui est le cas, lorsque deux ou plusieurs verres sont immédiatement joints ensemble : quoique même dans ce cas leur épaisseur empêche, que leur distance évanouïsse tout à fait. Cependant la difficulté du calcul nous oblige de regarder comme nulle l'épaisseur de tous les verres. Or, outre ces conditions, il faut aussi absolument qu'il soit tant $a > 0$, que $k > 0$.

V. Ces distances des images aux verres nous déterminent déjà la distance de foyer de chaque verre, de sorte que je pourrois me dispenser de les marquer par des lettres particulieres. Cependant, comme la distance de foyer renferme un caractere trop marqué pour chaque verre, pour qu'il soit convenable de l'enveloper en d'autres dénominations, je poserai

La distance de foyer du verre

PAP $= p$; QBQ $= q$; RCR $= r$; SDS $= s$; TET $= t$; &c.

& je regarderai aussi toutes ces distances comme positives, ou comme si chaque verre étant exposé directement au Soleil jetteroit un foyer derrière lui à la distance marquée. Cela nonobstant, chacune de ces distances de foyer pourra devenir négative, ce qui marquera alors un verre concave, ou un ménisque, dont la concavité prévaut à la convexité.

VI. Or, ayant déjà imposé des noms, tant à la distance de l'image, qui fournit à chaque verre les rayons, qu'à celle de l'image qui en est formée, ces deux distances en déterminent sa distance de foyer. De là nous obtiendrons les équations suivantes :

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha};\quad q = \frac{b\beta}{b+\beta};\quad r = \frac{c\gamma}{c+\gamma};\quad s = \frac{d\delta}{d+\delta} + \&c.$$

qui s'étendent jusqu'au dernier verre exclusivement. Mais, puisque les rayons, qui sont transmis de chaque point de l'objet dans l'œil, doivent être à peu près paralleles entr'eux, la distance de foyer du

 der-

nier verre, doit être égale à la distance de la penultième image devant lui. Ainsi, s'il n'y avoit qu'un seul verre, & que le premier PP fût le dernier, on auroit $p = a$; si le second étoit le dernier, on auroit $q = b$, si c'étoit le troisième $r = c$, &c. ou bien la derniere des lettres greques $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, &c. doit être considérée comme infinie.

VII. De là on definit aussi aisément la grandeur de toutes les images, $b\beta$, $c\gamma$, $d\delta$, &c. qui répondent à l'objet $a\alpha$. Car soit $a\alpha = z$, & on aura

$$b\beta = \frac{\alpha}{a}z;\ c\gamma = \frac{\alpha\beta}{ab}z;\ d\delta = \frac{\alpha\beta\gamma}{abc}z;\ e\epsilon = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd}z;\ \&c.$$

où il faut observer que l'objet $a\alpha$ étant considéré comme debout, si toutes ces formules sont positives, l'image $b\beta$ sera renversée, la suivante $c\gamma$ droite, & ainsi de suite, les images seront alternativement droites & renversées, comme elles sont représentées dans la figure. Mais, si quelcune de ces formules devient négative, l'image qui lui répond aura une situation opposée à celle de la figure. Et si l'on examine toutes ces images, la position de celle qui est représentée par le dernier verre, nous donnera à connoitre, si l'œil verra l'objet droit ou renversé. On pourra donc établir deux especes de tels instrumens dioptriques, selon qu'ils représentent les objets, ou debout, ou renversés.

VIII. Pour juger combien un tel instrument grossit les objets, on n'a qu'à chercher l'angle, sous lequel l'objet donné $a\alpha = z$ est représenté par les verres à l'œil en O, & à comparer cet angle avec celui, sous lequel le même objet paroitroit à la vue simple, étant éloigné de l'œil à une distance donnée. Soit l cette distance donnée & $\frac{z}{l}$ donnera l'angle, sous lequel l'objet paroitroit à la vue simple. Or le même objet sera vu par un seul verre sous l'angle $bA\beta = \frac{z}{a}$: par deux verres

res ſous l'angle $cB\gamma = \frac{\alpha z}{ab}$; par trois verres ſous l'angle $dC\delta = \frac{\alpha\beta z}{abc}$; par quatre ſous l'angle $eD\varepsilon = \frac{\alpha\beta\gamma z}{abcd}$, &c. Diviſons ces angles par celui qui répond à la vue ſimple $\frac{z}{l}$, pour avoir la multiplication, ſelon laquelle le diametre des objets ſera groſſi: & ſoit m l'expoſant de cette multiplication. Cela poſé, nous aurons pour le cas d'un ſeul verre $m = \frac{l}{a}$, pour le cas de deux verres $m = \frac{\alpha l}{ab}$, de trois $m = \frac{\alpha\beta l}{abc}$, de quatre $m = \frac{\alpha\beta\gamma l}{abcd}$, & ainſi de ſuite.

IX. Après avoir conſidéré tant les intervalles entre les verres que leurs diſtances de foyer, il faut auſſi avoir egard à leurs ouvertures. Soit donc x le demi-diametre de l'ouverture du premier verre PAP, ou de l'objectif: de ſorte que de chaque point de l'objet il entre dans l'inſtrument un cone lumineux, dont la baſe à l'entrée dans l'objectif ſoit un cercle, dont le demi-diametre $= x$. Pour les autres verres l'ouverture doit être réglée ſur leurs diſtances de foyer: ſoit donc

le demi-diametre de l'ouverture

du ſecond verre QBQ $= \theta q = \frac{\theta b\beta}{b+\beta}$

du troiſième verre RCR $= \theta' r = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}$

du quatrième verre STS $= \theta'' s = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta}$

du cinquième verre TET $= \theta''' t = \frac{\theta''' e\varepsilon}{e+\varepsilon}$

& ainſi de ſuite.

X.

X. Ici il faut obſerver, que les lettres θ, θ', θ'', θ''', &c. marquent de certaines fractions, qui ne ſauroient jamais ſurpaſſer $\frac{1}{2}$; car il eſt de la derniere importance, que l'ouverture de chaque verre n'embraſſe jamais un arc de courbure de ſes faces, qui excede 60 degrés. Donc, ſi les deux faces d'un verre ſont également courbées, la valeur de la fraction θ qui lui répond pourra monter à $\frac{1}{2}$; mais, ſi les faces ne ſont pas ſemblables, l'une doit néceſſairement être plus courbe que dans le cas précédent, & partant la fraction θ doit être priſe d'autant plus petite, plus les deux faces ſeront inégalement courbées. Or, ſi l'on ne veut pas même admettre des arcs de 60°, les valeurs des fractions θ, θ', θ'', &c. doivent être priſes beaucoup plus petites que $\frac{1}{2}$.

XI. Mais il eſt très eſſentiel dans la conſtruction tant des Teleſcopes que des Microſcopes, que tous les rayons qui entrent par le premier verre ſoient transmis par tous les autres. Pour remplir cette condition, il faut que l'ouverture des autres verres tienne un certain rapport à celle de l'objectif; d'où réſultent les conditions ſuivantes, qui exigent qu'il ſoit:

1°. $\theta q > \frac{b}{a} x$, ou $\theta > \frac{b+\beta}{\alpha\beta} x$

2°. $\theta' r > \frac{bc}{\alpha\beta} x$, ou $\theta' > \frac{b(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma} x$

3°. $\theta'' s > \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma} x$, ou $\theta'' > \frac{bc(d+\delta)}{\alpha\beta\gamma\delta} x$

4°. $\theta''' t > \frac{bcde}{\alpha\beta\gamma\delta} x$, ou $\theta''' > \frac{bcd(e+\varepsilon)}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon} x$

&c.

où il n'importe rien que ces limites ſoient poſitives ou négatives: ou il eſt indifférent de prendre les fractions θ, θ', θ'', &c. poſitives ou négatives.

XII.

XII. La derniere de ces limites exprimera le demi-diametre du cylindre lumineux qui sera transmis dans l'œil de chaque point de l'objet. Or, introduisant le nombre m qui marque la multiplication, le demi-diametre du cylindre lumineux transmis par le dernier verre pour entrer dans l'œil, se trouve $= \frac{lx}{ma}$; d'où nous concluons, que si cette quantité est égale ou plus grande que le demi-diametre de la pupille, l'œil recevra autant de rayons qu'il est possible, de sorte que la vision ne sauroit devenir plus claire. Mais, si la quantité $\frac{lx}{ma}$ résulte plus petite que le demi-diametre de la pupille, ce qui n'arrive que trop souvent, alors la vision deviendra moins claire, & le degré de clarté sera diminué en raison du quarré de la fraction $\frac{lx}{ma}$.

XIII. C'est donc la quantité $\frac{lx}{ma}$, qui nous fournit la juste mesure de la clarté, dont les objets seront représentés: on n'a qu'à la comparer avec le demi-diametre de la pupille, qui soit $= \omega$, & tant qu'il y aura $\frac{lx}{ma} = \omega$, ou $\frac{lx}{ma} > \omega$, on jouira de la plus grande clarté qu'il est possible. Mais, quand il se trouve $\frac{lx}{ma} < \omega$, la clarté deviendra moindre, & sera à la plus grande comme $\frac{llxx}{mmaa}$ à $\omega\omega$, ou exprimant la plus grande clarté par l'unité, le degré de clarté sera $= \frac{llxx}{mmaa\omega\omega}$. Or l'ouverture de la pupille étant très variable, on prend une valeur moyenne pour en juger du degré de clarté, que les Telescopes & Microscopes offrent; & on suppose le demi-diametre de la pupille $\omega = \frac{1}{20}$ pouce. Donc, tant que $\frac{lx}{ma}$ ne devient pas

plus

plus que $\frac{1}{10}$ pouce, on jouira d'une pleine clarté : où on peut se contenter du degré de clarté, pourvu que la fraction $\frac{lx}{ma}$ ne soit considérablement plus petite que $\frac{1}{10}$ pouce. Mais, pour laisser cette recherche dans toute sa généralité, je poserai $\frac{lx}{ma} = y$, & la lettre y renfermera la mesure de la clarté.

XIV. Pour la multiplication, que j'indique par le nombre m, je dois encore remarquer, qu'elle se rapporte à la distance arbitraire l, & que le nombre m marque combien de fois les verres représentent le diametre des objets plus grand que si on les regardoit de la vûe simple à la distance $= l$. Cette distance l est donc arbitraire ; mais, quand il s'agit des Telescopes, ou que la distance des objets $aA = a$ est quasi infinie, on suppose toujours $l = a$, puisque nous ne sommes pas accoûtumés de regarder ces objets comme les étoiles à une autre distance. Mais dans le cas des Microscopes, où la distance $aA = a$ est communément si petite, que nous ne saurions distinctement voir de la vue simple les mêmes objets à la même distance, on prend pour l une distance de 8 pouces, qu'on regarde comme la plus propre pour considérer toutes sortes d'objets. De là naît une distinction très essentielle entre les manieres d'estimer le grossissement des Telescopes & des Microscopes.

XV. Je passe maintenant à une autre propriété aussi importante qu'on exige des Telescopes & des Microscopes, qui est celle du champ apparent. Dès qu'on se sert de plusieurs verres, on ne découvre plus à la fois dans l'objet qu'un espace circulaire, qu'on nomme le champ apparent. Soit donc $a\alpha = z$ le demi-diametre du champ apparent, d'où l'on connoitra la partie de l'objet, qu'on peut voir à la fois par les verres ; & c'est de cette maniere qu'on estime le champ apparent dans les Microscopes. Mais pour les Telescopes il ne convient pas de mesurer le champ apparent par la vraye grandeur de l'espace qu'on dé-

couvre à la fois; & on se sert plutôt de l'angle sous lequel cet espace paroitroit à la vûe simple. La moitié de cet angle sera donc exprimée par $\frac{a\alpha}{Aa} = \frac{z}{a}$, que je nommerai $= \Phi$, de sorte que $z = a\Phi$; & cet angle Φ donnera pour les Telescopes le demi-diametre du champ apparent, mais pour les Microscopes il faut multiplier cet angle $\Phi = \frac{z}{a}$ par la distance de l'objet devant le verre objectif pour avoir le demi-diametre de l'espace vû à la fois.

XVI. On peut encore distinguer un autre angle, qui est celui sous lequel on apperçoit le champ apparent en regardant par l'instrument. Soit ψ la moitié de cet angle, & pour les Telescopes, dont la multiplication est exprimée par le nombre m, on aura $\psi = m\Phi$. Mais pour les Microscopes, puisque l'espace $z = a\Phi$ seroit vû à la vûe simple dans la distance $= l$ sous l'angle $= \frac{a\Phi}{l}$, puisque le Microscope est supposé grossir cet angle m fois, on aura $\psi = \frac{ma\Phi}{l} = \frac{mz}{l}$. Or il est évident que cet angle ψ ne sauroit presque jamais surpasser $45°$, d'où l'on connoitra les limites, que le champ apparent ne sauroit jamais surpasser tant dans les Telescopes, que les Microscopes: ainsi dans les Telescopes le demi-diametre du champ apparent sera toujours moindre que $\frac{45°}{m}$, & dans les Microscopes le demi-diametre de l'espace découvert à la fois z sera toujours au dessous de $\frac{l}{m}45°$, ou de $\frac{11l}{14m}$, donc si l est pris de 8 pouces, il sera au dessous de $\frac{44}{7m}$ pouces.

XVII. Or le champ apparent dépend aussi en quelque maniere de l'ouverture des verres à l'exception de l'objectif: car, quelque grand

 que

que soit le champ apparent, il y aura toujours un ou quelques verres, desquels si l'on diminuoit l'ouverture, le champ apparent en souffriroit une diminution : & il est évident qu'il seroit même réduit à rien, si l'ouverture de quelque verre que ce soit étoit aneantie. Or quelques verres y contribuent par toute leur ouverture, pendant que d'autres n'y contribuent que par une partie ; ou bien l'ouverture de chaque verre entre en compte, ou entiere, ou en partie ; & on peut même déterminer l'arrangement des verres en sorte, que chacun contribue par une partie donnée de son ouverture au champ apparent. Il sera donc bon de conduire le calcul en sorte, qu'on puisse d'abord voir, pour combien l'ouverture de chaque verre concourt à produire le champ apparent, puisque cela nous fournira les moyens les plus surs, pour augmenter le champ apparent autant qu'il est possible.

XVIII. Ayant déterminé les ouvertures des verres par les lettres θ, θ', θ'', θ''', &c. marquons par une maniere semblable les parties qui contribuent au champ apparent, par les lettres π, π', π'', π''', &c. qui soient, ou plus petites que celles-là, ou tout au plus égales : & il y aura toujours au moins une de ces lettres π, π', π'', π''', &c. qui sera égale à sa correspondente parmi les lettres θ, θ', θ'', θ''', &c. Or pour les lettres π, π', π'', π''', &c. il est indifférent de les prendre négatives, ou positives, pourvu que leur quantité absolue ne surpasse jamais celle de la correspondante : il faudra donc prendre les lettres π, π', π'', π''', &c. en sorte qu'il soit

$$\pm\pi < \theta \;;\quad \pm\pi' < \theta' \;;\quad \pm\pi'' < \theta'' \;;\quad \pm\pi''' < \theta''' \;;\quad \&c.$$

le signe $<$ s'étendant jusqu'à celui d'égalité. Cela posé, il s'agit de trouver de tels arrangemens des verres, que leurs ouvertures contribuent précisément par leurs parties marquées à produire le champ apparent.

XIX. L'introduction de ces lettres π, π', π'', π''', &c. servira non seulement pour exprimer plus commodément le champ apparent,

mais

mais elles rendront auſſi plus traitables les autres formules, dont nous avons beſoin pour exprimer les autres qualités, que doivent avoir tant les Teleſcopes que les Microſcopes. Car, ſans le ſecours de ces lettres, on tombe dans un calcul ſi embrouillé, lorsque le nombre des verres eſt ſuppoſé plus grand que trois ou quatre, qu'on n'en ſauroit retirer presque aucun éclairciſſement pour la pratique. C'eſt après de longs calculs fort ennuyans que je ſuis enfin parvenu à l'uſage de ces lettres, & il me ſemble qu'elles nous ouvrent le plus ſur chemin, pour paſſer de la Théorie à la Pratique. Le meilleur parti ſera donc de commencer d'abord ces recherches par établir le champ apparent, ou la valeur de Φ par ces lettres jointes à la multiplication m, ce qui ſe fera moyennant cette équation :

$$\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{\text{IV}} + \&c.}{a\Phi}$$

XX. L'ambiguité du ſigne dans cette formule ſe rapporte à la repréſentation ou droite ou renverſée, en ſorte que le ſigne $+$ a lieu, ſi l'on veut que la repréſentation ſoit droite, & le ſigne $-$, ſi elle doit être renverſée. De là on aura

pour la repréſentation droite

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{\text{IV}} + \&c.}{ma - l}\, l$$

& pour la repréſentation renverſée

$$\Phi = \frac{+\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi^{\text{IV}} - \&c.}{ma + l}\, l$$

Donc, pour gagner un grand champ apparent, il faut dans le premier cas donner des valeurs négatives aux lettres π, π'', π^{IV}, &c. & des poſitives aux autres π', π''', π^{V}, &c. auſſi grandes qu'il eſt poſſible : dans l'autre cas il faut rendre poſitives celles-là, & négatives celles-cy. Or il faut en même tems avoir egard aux autres conditions rapportées cy-deſſus.

XXI. Or d'abord il eſt néceſſaire que les diſtances des verres ſoient poſitives : & pour repréſenter plus commodément ces diſtances, introduiſons dans le calcul, outre les lettres π, π', π'', π'', π''', &c. celles-cy A, B, C, D, E, &c. qui ſoit indépendantes de celles-là, en ſorte qu'il ſoit

$$\alpha = Aa\,;\ \beta = Bb\,;\ \gamma = Cc\,;\ \delta = Dd\,;\ \varepsilon = Ee\,;\ \&c.$$

& partant

$$p = \frac{Aa}{A+1}\,;\ q = \frac{Bb}{B+1}\,;\ r = \frac{Cc}{C+1}\,;\ s = \frac{Dd}{D+1}\,;\ t = \frac{Ee}{E+1}\,;\ \&c.$$

Mais toutes ces quantités pourront être déterminées par les deux ordres de lettres π, π', π'', π''', &c. & A, B, C, D, &c. en y ajoutant a & Φ ; car on aura $\alpha = Aa$; $p = \dfrac{Aa}{A+1}$; & enſuite

$$b = \frac{A(B+1)\,a\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi}\,;\ \beta = \frac{AB(B+1)\,a\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi}\,;\ q = \frac{AB\,a\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi}$$

$$c = \frac{AB(C+1)\,a\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)}\,;\ \gamma = \frac{ABC(C+1)\,a\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)}\,;\ r = \frac{ABC\,a\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)}$$

$$d = \frac{ABC(D+1)\,a\Phi}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)}\,;\ \delta = \frac{ABCD(D+1)\,a\Phi}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)}\,;\ t = \frac{ABCD\,a\Phi}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)}$$

&c.

XXII. De là on tirera aiſément les diſtances des verres qui ſe réduiront aux expreſſions ſuivantes

AB

$$AB = \frac{ABa\pi}{B\pi - (B+1)\Phi}$$

$$BC = \frac{ABa\Phi\,[C(B+1)\pi' - (C+1)\pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi]\,[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]}$$

$$CD = \frac{ABCa\Phi\,[D(C+1)\pi'' - (D+1)\pi']}{[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]\,\{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)]}$$

$$DE = \frac{ABCDa\Phi\,[E(D+1)\pi''' - (E+1)\pi'']}{[D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)]\,[E\pi''' - (E+1)(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)]}$$

$$EF = \frac{ABCDE\,a\,\Phi\,[F(E+1)\pi^{IV} - (F+1)\pi''']}{[E\pi''' - (E+1)(\pi'' - \pi + \pi - \Phi]\,[(F\pi^{IV} - (F+1)\,(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi]}$$

&c.

Il faut donc donner de telles valeurs tant aux lettres π, π', π'', π''', &c. qu'à celles-cy A, B, C, D, &c. que toutes ces distances AB, BC, CD, &c. deviennent positives.

XXIII. Or, afin que l'œil découvre en effet tout le champ apparent que les formules données pour Φ expriment, il faut qu'il se trouve dans un point déterminé de l'axe O, dont la distance au dernier verre, que j'ai marquée par k, se trouve pour chaque nombre de verres déterminée de la maniere suivante :

Pour le cas d'un seul verre . . . . $k = 0$

Pour le cas de deux verres . . . . $k = \frac{\pi bb}{Aa\Phi}$

Pour le cas de trois verres . . . . $k = \frac{\pi' cc}{ABa\Phi}$

Pour le cas de quatre verres . . . . $k = \frac{\pi'' dd}{ABCa\Phi}$

Pour le cas de cinq verres . . . . $k = \frac{\pi''' ee}{ABCDa\Phi}$

&c.

La

La distance k doit donc aussi toujours être positive : & s'il arrivoit qu'elle devint négative, alors il faudroit appliquer l'œil immédiatement au dernier verre pour voir une aussi grande partie du champ déterminée, qu'il est possible. Or ce cas arrive dans les lunettes ordinaires à deux verres, où l'oculaire est concave.

XXIV. Si l'on veut éviter les couleurs d'Iris, dont on voit ordinairement entourés les objets, on n'a qu'à satisfaire à l'équation suivante :

$$0 = \frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi'-(C+1)(\pi-\phi)} + \frac{(D+1)\pi''}{D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\phi)} + \&c.$$

qui se réduit à cette forme :

$$0 = \frac{\pi b}{A} + \frac{\pi' c}{AB} + \frac{\pi'' d}{ABC} + \frac{\pi''' e}{ABCD} + \&c.$$

& par ce moyen on préviendra l'effet de la diverse refrangibilité des rayons de lumiere. Mais ici je suppose que la confusion causée par l'ouverture des verres soit déjà renduë insensible : car, aussitôt que cette confusion est considérable, les couleurs d'iris ne manquent pas de s'y mêler, quoiqu'on satisfasse à la condition préscrite. Or les couleurs, auxquelles les Telescopes & Microscopes sont assujettis, proviennent pour la plûpart de cette dernière cause, & partant il est d'autant plus important de délivrer ces instrumens de la confusion, qui est causée par l'ouverture des verres.

XXV. Cette confusion vient de ce que la figure sphérique qu'on donne aux faces des verres, n'est pas propre pour unir dans un seul point tous les rayons qui venant d'un point de l'objet, sont transmis par le verre, mais les rayons qui passent par les bords d'un verre forment leur image dans un autre point que ceux qui passent par le milieu. Cette différence est premièrement proportionnelle au quarré du diametre de l'ouverture, & ensuite elle dépend de la figure du verre, quoique la

la distance de foyer soit la même. Or on sait qu'on peut former d'une infinité de manieres les deux faces d'un verre, pour lui procurer une distance de foyer donnée; & parmi cette infinité de figures différentes il y en a toujours une qui produit la moindre confusion. Il sera donc bon de donner à chaque verre cette figure, comme celle qui lui convient le mieux dans la composition des Telescopes & Microscopes; & partant je supposerai, que tous les verres qui entrent dans la composition, ayent déjà cette figure, qui leur est la plus avantageuse.

XXVI. Or, pour déterminer cette figure, il faut avoir égard pour chaque verre à deux distances, dont l'une est celle de l'objet ou de l'image, d'où il reçoit les rayons, & l'autre celle de l'image que ce verre forme par sa réfraction. Ainsi ces deux distances pour le premier verre PAP sont a & α, pour le second QBQ, b & β, pour le troisième RCR, c & γ, & ainsi de suite. Connoissant pour chaque verre ces deux distances a & α, les deux faces doivent être formées par la régle suivante :

Le demi-diametre de la face de devant $= \dfrac{a\alpha}{1{,}62740\,a + 0{,}19078\,\alpha}$,

Le demi-diametre de la face de derrière $= \dfrac{a\alpha}{1{,}62740\,\alpha + 0{,}19078\,a}$.

Je nomme ici toujours la face de devant celle qui regarde l'objet, & la face de derrière celle qui est tournée vers l'œil. Il faut aussi observer que, lorsque le demi-diametre d'une face se trouve négatif, cette face doit être concave.

XXVII. Or, si nous introduisons dans ces formules la distance de foyer que chaque verre doit avoir, avec la lettre A, ou B, ou C, &c. qui s'y rapporte, les rayons des faces de chaque verre doivent être pris de la maniere suivante :

Le rayon de la face	de devant	de derrière
Du premier verre PAP..	$\frac{(A+1)p}{1,62740+0,19078A}$;	$\frac{(A+1)p}{1,62740A+0,19078}$
Du second verre QBQ..	$\frac{(B+1)q}{1,62740+0,19078B}$;	$\frac{(B+1)q}{1,62740B+0,12078}$
Du troisième verre RCR..	$\frac{(C+1)r}{1,62740+0,19078C}$;	$\frac{(C+1)r}{1,62740C+0,19078}$
Du quatrième verre SDS..	$\frac{(D+1)s}{1,62740+0,19078D}$;	$\frac{(D+1)s}{1,62740D+0,19078}$
	&c.	

Il seroit bon que chaque verre eut la figure que je viens de lui assigner, pour qu'il produise la moindre confusion.

XXVIII. En donnant à un verre formé de cette maniere sur les deux distances a & α une ouverture, dont le demi-diametre soit $= x$, l'espace de diffusion, ou l'intervalle entre les images formées par les rayons extrêmes & ceux du milieu se trouve de cette quantité :

$$\frac{0,93819\,(a+\alpha)\,xx}{a^3\alpha}[(a+\alpha)^2+0,23269\,a\alpha],$$

ou posant pour abréger $\mu = 0,93819$, & $\nu = 0,23269$, à cause de $\alpha = Aa$ & $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ cet espace de diffusion sera :

$$\frac{\mu xx}{p}[(A+1)^2+\nu A],$$

& tous les autres verres rapportés aux mêmes distances a & α, en leur donnant la même ouverture, produiront toujours un plus grand espace de diffusion, qui se trouve exprimé de cette maniere

$$\frac{\mu xx}{p}[\lambda(A+1)^2+\nu A],$$

de sorte que λ y est un nombre positif plus grand que l'unité.

XXIX.

XXIX. Or les mêmes deux distances a & α étant proposées, on peut toujours d'une double maniere construire un verre, auquel réponde cet espace de diffusion

$$\frac{\mu xx}{p}\left[\lambda(A+1)^2+\nu A\right], \quad \text{où} \quad A=\frac{\alpha}{a}, \quad \& \quad p=\frac{a\alpha}{a+\alpha},$$

pourvû que le nombre λ ne soit pas moindre que l'unité. Pour cet effet il faut prendre

le demi-diametre de la face

$$\text{de devant} = \frac{(A+1)\,p}{1{,}62740+0{,}19078A \pm 0{,}90513(A+1)\sqrt{(\lambda-1)}}$$

$$\text{de derrière} = \frac{(A+1)\,p}{1{,}62740A+0{,}19078 \mp 0{,}90513(A+1)\sqrt{(\lambda-1)}}$$

Donc, pour ne pas trop restraindre nos recherches, je supposerai aux verres des figures quelconques, que je comprendrai dans les nombres $\lambda, \lambda', \lambda'', \lambda'''$, &c. rapportés respectivement aux verres PP, QQ, RR, SS, &c.

XXX. Cela posé, la confusion produite par tous les verres ensemble se trouve exprimée de cette façon :

$$\frac{\mu m x^3}{4a\alpha l}\left\{\begin{aligned}&+\frac{(A+1)\left[\lambda(A+1)^2+\nu A\right]}{A^3}+\frac{(B+1)^2\phi\left[\lambda'(B+1)^2+\nu B\right]}{A^3B^3\left[B\pi-(B+1)\phi\right]}\\&+\frac{(C+1)^2\phi\left[\lambda''(C+1)^2+\nu C\right]}{A^3B^3C^3\left[C\pi'-(C+1)(\pi-\phi)\right]}+\frac{(D+1)^2\phi\left[\lambda'''(D+1)^2+\nu D\right]}{A^3B^3C^3D^3\left[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\phi)\right]}\\&+\frac{(E+1)^2\phi\left[\lambda^{\text{IV}}(E+1)^2+\nu E\right]}{A^3B^3C^3D^3E^3\left[E\pi'''-(E+1)(\pi''-\pi'+\pi-\phi)\right]}\ \&c.\end{aligned}\right.$$

 où

ou un peu plus commodément en sorte :

$$\frac{\mu m x^3}{4a^3 l}\left\{\begin{array}{l} +\frac{\alpha(A+1)[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^4}+\frac{\beta(B+1)[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^4B^4} \\ +\frac{\gamma(C+1)[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^4B^4C^4}+\frac{\delta(D+1)[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^4B^4C^4D^4} \\ +\frac{\varepsilon(E+1)[\lambda^{IV}(E+1)^2+\nu E]}{A^4B^4C^4D^4E^4}+\&c. \end{array}\right.$$

Pour les Telescopes, où $a=\infty$, & $l=a$, la lettre A évanouit en sorte que $Aa=\alpha=p$ & $A^4a^4=\alpha^4=p^4$.

XXXI. Pour entendre, comment ces formules expriment la confusion causée par les verres dans la vision, il faut savoir, que cette confusion consiste en ce, que chaque point de l'objet n'est pas représenté au fond de l'œil par un point, mais par un petit cercle, dont le demi-diametre est indiqué par nos formules, & cela en pouces. Donc, plus ce demi-diametre sera grand, plus sera considérable la confusion: il faut donc tâcher de le rendre en chaque cas si petit, que la confusion qui en résulte soit insensible. Or pour les Telescopes l'expérience nous apprend, que la valeur de nos formules ne doit pas excéder la fraction $\frac{\mu}{4\cdot 30^3}$: mais pour les Microscopes il suffit qu'elle soit au dessus de $\frac{\mu}{4\cdot 20^3}$, & souvent elle n'est pas plus petite que $\frac{\mu}{4\cdot 16^3}$. Cependant il est très certain que la vision seroit beaucoup plus distincte, si l'on pouvoit aussi dans les Microscopes diminuer cette valeur jusqu'à $\frac{\mu}{4\cdot 30^3}$. Or je supposerai l'expression pour la confusion $=\frac{\mu}{4\cdot k^3}$, où k est un nombre $=30$, ou moindre.

XXXII.

XXXII. Puisque l'expreſſion $\lambda(A+1)^2+\nu A$ ſe change en cette forme $\lambda(AA-A+1)+(\nu+3\lambda)A$, on aura $(A+1)(\lambda(A+1)^2+\nu A)=\lambda(A^3+1)+(\nu+3\lambda)A(A+1)$ & moyennant cette réduction notre formule pour la confuſion ſera changée en celle-cy :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left[\begin{array}{l} +\dfrac{\lambda(A^3+1)+(\nu+3\lambda)A(A+1)}{A^3} \\ +\dfrac{(B+1)\phi[\lambda'(B^3+1)+(\nu+3\lambda')B(B+1)]}{A^3B^3[B\pi-(B+1)\phi]} \\ +\dfrac{(C+1)\phi[\lambda''(C^3+1)+(\nu+3\lambda'')C(C+1)]}{A^3B^3C^3[C\pi'-(C+1)(\pi-\phi)]} \\ +\dfrac{(D+1)\phi[\lambda'''(D^3+1)+(\nu+3\lambda''')D(D+1)]}{A^3B^3C^3D^3[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\phi)]} \end{array}\right.$$

&c.

& cette forme eſt quelquefois plus propre pour le calcul que les précédentes.

XXXIII. Les articles que je viens de déveloper, renferment toutes les bonnes qualités tant des Teleſcopes que des Microſcopes ; car elles nous fourniſſent les moyens de conſtruire des inſtrumens de l'une & de l'autre ſorte, qui ayent les propriétés ſuivantes :

1°. Qu'ils groſſiſſent les objets dans une raiſon donnée.
2°. Qu'ils les repréſentent avec un degré donné de clarté.
3°. Qu'ils découvrent un champ apparent auſſi grand qu'il eſt poſſible.
4°. Que la repréſentation ſoit delivrée de toute confuſion ſenſible, ou qu'elle ſoit auſſi diſtincte qu'on ſouhaite.
5°. Qu'elle ſoit delivrée des couleurs d'iris, qui ſont cauſées par la différente refrangibilité des rayons de lumiere.

Si l'instrument est composé de plusieurs verres, & qu'après avoir rempli ces cinq conditions, il reste encore quelques quantités indéterminées, on les pourra déterminer en sorte qu'elles procurent à l'instrument encore d'autres commodités, qu'on jugera les plus convenables pour la pratique.

XXXIV. Voilà donc de quelle maniere on pourra se prendre pour régler la construction de ces instrumens, afin qu'ils répondent parfaitement à notre intention. D'abord, ayant fixé la multiplication $= m$, & le degré de clarté renfermé dans la lettre y, dont on veut que l'instrument représente les objets, on déterminera l'ouverture du verre objectif dont le demi-diametre sera $x = \frac{may}{l}$ (13). Ensuite on passera aux formules données pour le champ apparent (20) & selon qu'on veut que la représentation soit droite ou renversée, on déterminera les lettres π, π', π'', π''', &c. en sorte, sans pourtatnt passer leurs limites marquées (18) que l'angle Φ devienne aussi grand qu'il est possible : mais il faut en même tems avoir égard aux distances des verres afin qu'elles ne deviennent pas négatives, d'où la détermination des lettres π, π', π'', π''', &c. n'est plus entièrement permise à notre volonté, quoique nous ayons encore d'autres quantités A, B, C, D, &c. que nous pouvons déterminer à plaisir.

XXXV. Or pour les lettres A, B, C, D, &c. il est indispensablement nécessaire de leur donner de telles valeurs, que les conditions rapportées cy-dessus (11) soient remplies : ces conditions se réduisent aux formes suivantes :

$$\theta > \frac{B+1}{AB}\cdot\frac{x}{a}; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC}\cdot\frac{x}{a}; \quad \theta'' > \frac{D+1}{ABCD}\cdot\frac{x}{a};$$

$$\theta''' > \frac{E+1}{ABCDE}\cdot\frac{x}{a}; \text{ \&c.}$$

qu'il

qu'il eſt néceſſaire de remplir, pour qu'on obtienne le degré preſcrit de clarté. Il faut ſe ſouvenir que ces lettres $\theta, \theta', \theta'', \theta'''$, &c. ſe rapportent à l'ouverture des verres excepté le premier, & qu'elles marquent des fractions moindres que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$, & ſouvent même plus petites que $\frac{1}{4}$ ſelon la figure des verres. Il eſt auſſi à obſerver que les limites marquées doivent être priſes ſelon leur quantité abſolue, ſans avoir égard au ſigne $+$ ou $-$, dont elles ſont affectées.

XXXVI. Après avoir ſatisfait à ces conditions, il eſt également néceſſaire de rendre la confuſion, cauſée par l'ouverture des verres, ſi petite, qu'elle ne ſoit plus perceptible : pour cet effet on égalera l'expreſſion donnée au §. 30. à une fraction aſſez petite d'où l'on tirera une nouvelle détermination, ou de la diſtance de foyer du verre objectif dans les Teleſcopes, ou de la diſtance de l'objet à l'objectif dans les Microſcopes. Mais, s'il reſte des lettres à déterminer, le plus grand avantage ſera de les déterminer en ſorte, que l'expreſſion qui multiplie la quantité $\frac{\mu m x^3}{4aal}$ devienne la plus petite qu'il ſoit poſſible. Car alors il ſera d'autant plus aiſé d'égaler l'expreſſion tout entiere à une fraction auſſi petite qu'on voudra, & on portera par ce moyen les inſtrumens au plus haut degré de perfection dont ils ſont ſuſceptibles. Cette recherche nous donnera à connoitre la figure la plus avantageuſe, qu'il faut donner à chaque verre.

XXXVII. Les autres conditions à remplir, que j'ai rapportées cy-deſſus, ne ſont pas ſi abſolument néceſſaires, car quoiqu'elles contribuent beaucoup à la dernière perfection des Teleſcopes & Microſcopes, on peut s'en paſſer ſouvent, ſans que les défauts qui en réſultent deviennent trop ſenſibles. La premiere de ces conditions regarde le lieu de l'œil, d'où il puiſſe découvrir tout le champ apparent, qui aura été ménagé dans les articles précédens : pour cet effet il faut abſolument que ce lieu ſe trouve derrière le dernier verre, ou que la diſtance k ſoit poſitive. On tâchera donc ſi cela ſe peut, de rendre cette

cette distance k positive, mais en cas qu'elle provienne négative, l'instrument n'est pas pour cela entièrement à réjetter: alors il faudra appliquer l'œil immédiatement au dernier verre, & se contenter de voir un moindre champ, qu'on aura eu en vuë, pourvû qu'il ne soit pas trop petit. On a recours à cet expédient dans les petits perspectifs, où le verre oculaire est concave, & quoique la distance k devienne négative, on s'en sert néanmoins avec un assez bon succès.

XXXVIII. Dans ces cas, où la distance k devient négative, & qu'on applique l'œil immédiatement au verre oculaire, la grandeur du champ vû dépend principalement de l'ouverture de la pupille. Posant donc ω pour demi-diametre de la pupille, au lieu de l'angle Φ le champ apparent sera déterminé par un autre angle $a\mathrm{A}\alpha$, qui pour chaque nombre de verres se trouve déterminé en sorte:

Pour le cas	cet angle $a\mathrm{A}\alpha$ sera
de deux verres	$\frac{\omega(\pi - \Phi)}{\mathrm{A}a\pi}$
de trois verres	$\frac{\omega(\pi' - \pi + \Phi)}{\mathrm{AB}a\pi'}$
de quatre verres	$\frac{\omega(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)}{\mathrm{ABC}a\pi''}$
de cinq verres	$\frac{\omega(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi)}{\mathrm{ABCD}a\pi'''}$

&c.

XXXIX. Si l'on rend assez petite la confusion causée par l'ouverture des verres, on n'aura guères raison pour la plus part de se plaindre des bordures de couleurs d'iris. Cependant, quand la distance de l'œil k se trouve positive, on peut aussi délivrer les instrumens de ce défaut en satisfaisant à l'équation rapportée au §. 24. après qu'on aura rempli les autres conditions, & ce sera le dernier degré de perfection. Mais, quoiqu'on observe cette régle, & qu'on ne diminuë pas

pas assez la confusion causée par l'ouverture des verres, on n'empêchera pas que les couleurs d'iris ne troublent point la représentation. Il seroit donc superflu de recourir à ce dernier remede, à moins qu'on n'ait auparavant assez diminué la premiere source de la confusion. Au reste, si le nombre des verres n'est pas au dessus de deux, on ne peut pas même remplir cette condition.

XL. Pour satisfaire à toutes ces conditions, il faut que l'instrument soit au moins composé de trois verres, & plus le nombre des verres est grand, plus la question devient indéterminée, & plus restera-t-il de lettres dont la détermination demeure arbitraire, pendant que le cas d'un & encore de deux verres n'en renferme pas assez pour remplir les conditions prescrites. Après l'explication de ces régles générales il ne reste plus, que d'en faire l'application à chaque nombre déterminé de verres, & partant je m'en vais mettre devant les yeux pour chaque cas les formules, qui renferment les élémens & toutes les bonnes qualités, que doivent avoir tant les Telescopes que les Microscopes: alors il ne sera plus difficile de trouver dans chaque espece le plus haut degré de perfection, dont elle est susceptible. Je commence donc par les instrumens, qui ne contiennent qu'un seul verre.

Des Instrumens
qui ne contiennent qu'un seul verre.

Pour ce cas les lettres A, B, C, &c. deviennent infinies, & les lettres π, π', π'', &c. évanouissent. Donc la multiplication proposée étant $= m$, & le demi-diametre de l'ouverture du verre $= x$, on aura:

1°. Pour le degré de clarté $y = \frac{lx}{ma}$.

2°. Pour la multiplication $\pm \frac{m}{l} = \frac{1}{a}$, & partant $a = \frac{l}{m}$.

Donc

Donc, puisque la valeur de m ne sauroit être négative, un seul verre représente toujours les objets debout.

3°. La confusion sera exprimée par $\frac{\mu m x^3}{4aal} \cdot \lambda = \frac{\mu m^3 x^3}{4 l^3} \lambda$.

Donc, pour qu'elle devienne la plus petite, le verre doit avoir la forme, qu'il soit $\lambda = 1$: & posant cette expression $= \frac{\mu}{4 \varkappa^3}$, on aura $x = \frac{l}{m \varkappa}$.

4°. La distance de l'œil derrière le verre doit évanouïr, ou $k = 0$, & le champ apparent demeure indéterminé.

C'est le cas des microscopes simples, dont voici la construction pour chaque multiplication proposée $= m$.

1°. La distance de l'objet au verre doit être $a = \frac{l}{m}$.

2°. Le demi-diametre de l'ouverture du verre $x = \frac{l}{m \varkappa}$.

3°. Sa distance de foyer $p = a = \frac{l}{m}$.

4°. La distance de l'œil $k = 0$.

Tout l'instrument étant déjà déterminé, on n'est plus le maitre de lui procurer un degré donné de clarté ; & on aura $y = \frac{lx}{ma} = \frac{l}{m \varkappa} = x$. Donc, posant le demi-diametre de la pupille $= \omega$, le degré de clarté sera à la clarté pleine comme xx à $\omega\omega$.

Enfin l'équation du §. 24. étant rempli d'elle même, on voit que la vision doit être exemte des couleurs d'iris.

Si l'on ne donnoit pas au verre la figure, qui produit la moindre confusion, mais que la lettre λ fut plus grande que l'unité, on auroit $x = \frac{l}{m \varkappa} \sqrt[3]{\frac{1}{\lambda}}$, ou bien il faudroit donner au verre une moindre ouverture, & le degré de clarté seroit diminué dans la raison quarrée.

Des

Des Instrumens composés de deux verres.

Pour ce cas les lettres B, C, D, &c. deviennent infinies, & celles π', π'', π''', &c. évanouïssent. Donc, pour une multiplication donnée $= m$, on aura

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{h\omega}{ma}$.

2. Cette condition demande $\theta > \frac{x}{Aa}$.

3. Pour le champ apparent $\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi}{a\Phi}$,

où le signe supérieur se rapporte à la représentation droite, & l'inferieur à la renversée : de là ayant trouvé Φ, on aura

4. La distance des verres $AB = \frac{Aa\pi}{\pi - \Phi}$, qui doit être positive.

5. La confusion causée par l'ouverture des verres est

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left(\frac{(A+1)\left[\lambda(A+1)^2 + \nu A\right]}{A^3} + \frac{\lambda'\Phi}{A^3(\pi - \Phi)}\right)$$

qui étant égalée à $\frac{\mu}{4k^3}$ fournit une nouvelle détermination.

6. Pour le lieu de l'œil derrière le verre oculaire on a $k = \frac{\pi bb}{Aa\Phi}$, cette distance étant positive, on verra tout le champ contenu dans l'angle Φ.

Mais, si la valeur de k est négative, & qu'on applique l'œil immédiatement au verre oculaire, au lieu de l'angle Φ, il faut prendre l'angle $\frac{\omega(\pi - \Phi)}{Aa\pi}$.

7. Enfin, si la distance $k = \frac{\pi bb}{Aa\Phi}$ est positive, on préviendra les

 cou-

couleurs d'iris en rempliſſant cette équation $o = \frac{\pi}{\pi - \Phi}$, ce qui eſt impoſſible.

Or, ayant ſatisfait à ces conditions, les déterminations de l'inſtrument ſeront :

1°. $\alpha = Aa$; 2°. $p = \frac{Aa}{A+1}$; 3°. $b = \frac{Aa\Phi}{\pi - \Phi}$; 4°. $q = \frac{Aa\Phi}{\pi - \Phi}$

5°. La diſtance des verres $AB = \frac{Aa\pi}{\pi - \Phi}$; & 6°. Pour le lieu de l'œil $k = \frac{\pi bb}{Aa\Phi}$, ſi cette quantité eſt poſitive, mais ſi elle eſt négative on prendra $k = o$.

Des Inſtrumens composés de trois verres.

Pour ce cas les lettres C, D, E, &c. deviennent infinies, & celles-cy π'', π''', π^{IV}, &c. évanouïſſent. Donc, pour une multiplication donnée m, on aura :

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Pour cet effet il faut qu'il ſoit $\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a}$; $\theta' > \frac{1}{AB} \cdot \frac{x}{a}$.

3. Pour le champ apparent on a $\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi + \pi'}{a\Phi}$.

où le ſigne ſupérieur + ſe rapporte à la repréſentation droite, & l'inférieur — à la renverſée.

4. Les diſtances des verres devant être poſitives, il faut ſatisfaire à ces deux conditions :

$$\frac{ABa\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} > o \text{ ; \& } \frac{ABa\Phi\,[(B+1)\pi' - \pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi](\pi' - \pi + \Phi)} > o.$$

5. La

5. La confusion causée par l'ouverture des verres

$$\frac{\mu m x^3}{4 a a l}\left\{\begin{array}{l} + \dfrac{(A+1)[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3} \\ + \dfrac{(B+1)^2 \Phi[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3 B^3 [B\pi-(B+1)\Phi]} \\ + \dfrac{\lambda'' \Phi}{A^3 B^3(\pi'-\pi+\Phi)} \end{array}\right.$$

qu'il faut égaler à $\frac{\mu}{4 k^3}$ en prenant $k = 30$, ou environ.

6. Pour le lieu de l'œil on a $k = \frac{\pi' c c}{AB a \Phi}$, où l'on découvrira l'angle Φ, mais en appliquant l'œil immédiatement au dernier verre, ce qu'il faut faire si la distance k resulte négative, au lieu de l'angle Φ on n'appercevra que l'angle $\frac{\omega(\pi'-\pi+\Phi)}{AB a \pi'}$.

7. Enfin, si la distance $k = \frac{\pi' \ell c}{AB a \Phi}$ est positive, on évitera la confusion des couleurs d'iris en remplissant cette équation :

$$0 = \frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} + \frac{\pi'}{\pi'-\pi+\Phi}.$$

Ayant satisfait à ces conditions, on aura les déterminations suivantes

$$\alpha = A a \quad ; \quad p = \frac{A a}{A+1}$$

$$b = \frac{A(B+1) a \Phi}{B\pi-(B+1)\Phi} \quad ; \quad \beta = B b \quad ; \quad q = \frac{B b}{B+1}$$

$$c = \frac{AB a \Phi}{\pi'-\pi+\Phi} \quad ; \quad \gamma = \infty \quad ; \quad r = c,$$

& les distances des verres $AB = \alpha + b$; $BC = \beta + c$.

Des Instrumens composés de quatre verres.

Pour ce cas les lettres D, E, F, &c. seront infinies, & celles-cy π''', π^{iv}, &c. évanouïssent. Donc, pour une multiplication donnée $= m$, on aura

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{lx}{mh}$

2. Les conditions requises pour cet effet

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta'' > \frac{1}{ABC} \cdot \frac{x}{a} \, .$$

3. Pour le champ apparent $\frac{m}{l} \cdot \frac{\phi - \pi + \pi' - \pi''}{a\phi}$

4. Les conditions pour que les distances des verres deviennent positives

$$\frac{AB a \phi}{B\pi - (B+1)\phi} > 0$$

$$\frac{AB a \phi \, [C(B+1)\pi' - (C+1)B\pi]}{[B\pi - (B+1)\phi] \, [C\pi' - (C+1)(\pi - \phi)]} > 0$$

$$\frac{ABC a \phi \, [(C+1)\pi'' - \pi']}{[C\pi' - (C+1)(\pi - \phi)] \, (\pi'' - \pi' + \pi - \phi)} > 0$$

5. La confusion causée par l'ouverture des verres

$$\frac{\mu m x^3}{4aal} \left[\begin{array}{l} + \frac{(A+1)^2 [\lambda (A+1)^2 + \nu A]}{A^3} \\ + \frac{(B+1)^2 \phi [\lambda' (B+1)^2 + \nu B]}{A^3 B^3 [B\pi - (B+1)\phi]} \\ + \frac{(C+1)^2 \phi [\lambda'' (C+1)^2 + \nu C]}{A^3 B^3 C^3 [C\pi' - (C+1)(\pi - \phi)]} \\ + \frac{\lambda''' \phi}{A^3 B^3 C^3 (\pi'' - \pi' + \pi - \phi)} \end{array} \right.$$

6. Pour

6. Pour le lieu de l'œil $k = \frac{[illegible]}{ABC\,a\,\Phi}$. Or en cas que cette distance soit négative au lieu de Φ on n'appercevra que l'angle $\frac{\omega(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)}{ABC.\,a\pi''}$ en appliquant l'œil immédiatement au dernier verre.

7. Enfin, si la distance k se trouve positive, on pourra éviter la confusion causée par la différente réfrangibilité des rayons en satisfaisant à cette équation :

$$o = \frac{(B+1)\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)} + \frac{\pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}.$$

Après avoir satisfait à ces conditions, les déterminations seront :

$$\alpha = Aa \; ; \; p = \frac{Aa}{A+1}$$

$$b = \frac{A(B+1)a\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi} \; ; \; \mathfrak{G} = Bb \; ; \; q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{AB(C+1)a\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)} \; ; \; \gamma = Cc \; ; \; r = \frac{Cc}{C+1}$$

$$d = \frac{ABC\,a\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} \; ; \; \delta = \infty \; ; \; s = d,$$

& les distances des verres

$$AB = \alpha + b \; ; \; BC = \mathfrak{G} + c \; ; \; CD = \gamma + d.$$

Des Instrumens composés de cinq verres.

Pour ce cas on aura $E = \infty$, $F = \infty$, &c. $\pi^{IV} = o$, $\pi^{V} = o$, &c. Donc, pour une multiplication proposée m, nous aurons :

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{fx}{ma}$.

2. Les



2. Les conditions requises pour cet effet :

$$\theta > \frac{B+1}{AB}\cdot\frac{x}{a}\,;\quad \theta' > \frac{C+1}{ABC}\cdot\frac{x}{a}\,;\quad \theta'' > \frac{D+1}{ABCD}\cdot\frac{x}{a}\,;\quad \theta''' > \frac{1}{ABCD}\cdot\frac{x}{a}.$$

3. Pour le champ apparent $\pm\frac{m}{l} = \frac{\Phi-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{a\Phi}$.

4. Les conditions, pour que les distances des verres deviennent positives :

$$\frac{ABn\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} > 0$$

$$\frac{ABa\Phi\,[C(B+1)\pi'-(C+1)\pi]}{[B\pi-(B+1)\Phi]\,[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCa\Phi\,[D(C+1)\pi''-(D+1)\pi']}{[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]\,[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCDa\Phi\,[(D+1)\pi'''-\pi'']}{[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]\,(\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi)} > 0.$$

5. La confusion causée par l'ouverture des verres :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{array}{l}
+\dfrac{(A+1)\,[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3} \\[2ex]
+\dfrac{(B+1)^2\Phi\,[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3B^3\,[B\pi-(B+1)\Phi]} \\[2ex]
+\dfrac{(C+1)^2\Phi\,[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^3B^3C^3\,[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]} \\[2ex]
+\dfrac{(D+1)^2\Phi\,[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^3B^3C^3D^3\,[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]} \\[2ex]
+\dfrac{\lambda^{\text{IV}}\Phi}{A^3B^3C^3D^3(\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi)}
\end{array}\right.$$

6. Pour

6. Pour le lieu de l'œil $k = \frac{\pi''' ee}{ABCD\,a\,\Phi}$.

Mais, si l'on applique l'œil immédiatement au dernier verre, au lieu de l'angle Φ on ne découvrira qu'un champ auquel répond cet angle

$$\frac{\omega(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi)}{ABCD\,a\,\pi'''}.$$

7. Enfin si la distance k se trouve positive, & qu'on veuille éviter la confusion des couleurs d'iris on n'a qu'à satisfaire à cette équation

$$0 = + \frac{(B+1)\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)}$$
$$+ \frac{(D+1)\pi''}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)} + \frac{\pi'''}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}.$$

Après avoir satisfait à ces conditions, les autres déterminations seront

$$\alpha = Aa \quad ; \quad p = \frac{Aa}{A+1} \ ;$$

$$b = \frac{AB(B+1)\,a\,\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi} \quad ; \quad \beta = Bb \quad ; \quad q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{AB(C+1)\,a\,\Phi}{C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)} \quad ; \quad \gamma = Cc \quad ; \quad r = \frac{Cc}{C+1}$$

$$d = \frac{ABC(D+1)\,a\,\Phi}{D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)} \quad ; \quad \delta = Dd \quad ; \quad s = \frac{Dd}{D+1}$$

$$e = \frac{ABCD\,a\,\Phi}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi} \quad ; \quad \epsilon = \infty \quad ; \quad t = e ;$$

& les distances des verres :

$$AB = \alpha + b \ ; \quad BC = \beta + c \ ; \quad CD = \gamma + d \ ;$$
$$DE = \delta + e.$$

Des Instrumens
composés de six verres.

Pour ce cas ayant $F = \infty$, $G = \infty$, &c. $\pi^{V} = 0$, $\pi^{VI} = 0$, une multiplication quelconque m étant proposée nous aurons :

1. Pour le degré de clarté . . . . $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Les conditions requises pour cet effet :

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a}; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a}; \quad \theta'' > \frac{D+1}{ABCD} \cdot \frac{x}{a};$$

$$\theta''' > \frac{E+1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a}; \quad \theta^{IV} > \frac{1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a}.$$

3. Pour le champ apparent $\pm \frac{m}{l} = \frac{\Phi - \pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{IV}}{a\Phi}$.

4. Les conditions pour que les distances des verres deviennent positives

$$\frac{AB\,a\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} > 0$$

$$\frac{AB\,a\Phi\,[C(B+1)\pi' - (C+1)\pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi]\,[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABC\,a\Phi\,[D(C+1)\pi'' - (D+1)\pi']}{[C\pi' - (C+1)(\pi - \Phi)]\,[D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCD\,a\Phi\,[E(D+1)\pi''' - (E+1)\pi'']}{[D\pi'' - (D+1)(\pi' - \pi + \Phi)]\,[E\pi''' - (E+1)(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)]} > 0$$

$$\frac{ABCDE\,a\Phi\,[(E+1)\pi^{IV} - \pi''']}{[E\pi''' - (E+1)(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)]\,[\pi^{IV} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi]} > 0$$

5. La

5. La confusion causée par l'ouverture des verres

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{aligned}
&+\frac{(A+1)[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3}\\
&+\frac{(B+1)^2\Phi[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3B^3[B\pi-(B+1)\Phi]}\\
&+\frac{(C+1)^2\Phi[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^3B^3C^3[C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)]}\\
&+\frac{(D+1)^2\Phi[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^3B^3C^3D^3[D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)]}\\
&+\frac{(E+1)^2\Phi[\lambda^{IV}(E+1)^2+\nu E)}{A^3B^3C^3D^3E^3[E\pi'''-(E+1)(\pi''-\pi+\pi-\Phi]}\\
&+\frac{\lambda^{V}\Phi}{A^3B^3C^3D^3E^3[\pi^{IV}-\pi'''+\pi''-\pi'+\pi-\Phi]}
\end{aligned}\right.$$

6. Pour le lieu de l'œil $k = \frac{\pi^{IV}ff}{ABCDEa\Phi}$.

Mais, si l'on appliquoit l'œil immédiatement au dernier verre, au lieu de l'angle Φ on ne découvriroit qu'un champ, auquel répondroit l'angle $= \frac{\omega(\pi^{IV}-\pi'''+\pi''+\pi'-\pi+\Phi)}{ABCDEa\pi^{IV}}$.

Or ce sera le lieu le plus propre pour l'œil, lorsque la distance k devient négative.

7. Enfin, si la distance k se trouve positive, & qu'on veuille éviter la confusion causée par la diverse réfrangibilité des rayons, on n'a qu'à satisfaire à cette équation :

$$0=\frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi}+\frac{(C+1)\pi'}{C\pi'-(C+1)(\pi-\Phi)}+\frac{(D+1)\pi''}{D\pi''-(D+1)(\pi'-\pi+\Phi)}$$
$$+\frac{(E+1)\pi'''}{E\pi'''-(E+1)(\pi''-\pi'+\pi-\Phi)}+\frac{\pi^{IV}}{\pi^{IV}-\pi'''+\pi''-\pi'+\pi-\Phi}.$$

 Après

Après avoir satisfait à ces conditions, les déterminations seront

$\alpha = \mathrm{A}a \; ; \quad p = \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{A}+1}$

$b = \frac{\mathrm{A}(\mathrm{B}+1)\,a\Phi}{\mathrm{B}\pi - (\mathrm{B}+1)\,\Phi} \; ; \quad \beta = \mathrm{B}b \; ; \quad q = \frac{\mathrm{B}b}{\mathrm{B}+1}$

$c = \frac{\mathrm{AB}(\mathrm{C}+1)\,a\Phi}{\mathrm{C}\pi' - (\mathrm{C}+1)(\pi - \Phi)} \; ; \quad \gamma = \mathrm{C}c \; ; \quad r = \frac{\mathrm{C}c}{\mathrm{C}+1}$

$d = \frac{\mathrm{ABC}(\mathrm{D}+1)\,a\Phi}{\mathrm{D}\pi'' - (\mathrm{D}+1)(\pi' - \pi + \Phi)} \; ; \quad \delta = \mathrm{D}d \; ; \quad s = \frac{\mathrm{D}d}{\mathrm{D}+1}$

$e = \frac{\mathrm{ABCD}(\mathrm{E}+1)\,a\Phi}{\mathrm{E}\pi''' - (\mathrm{E}+1)(\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)} \; ; \quad \varepsilon = \mathrm{E}e \; ; \quad t = \frac{\mathrm{E}e}{\mathrm{E}+1}$

$f = \frac{\mathrm{ABCDE}\,a\Phi}{\pi^{\mathrm{IV}} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi} \; ; \quad \zeta = \infty \; ; \quad x = f,$

& les distances des verres sont :

$\mathrm{AB} = \alpha + b \; ; \quad \mathrm{BC} = \beta + c \; ; \quad \mathrm{CD} = \gamma + d \; ;$

$\mathrm{DE} = \delta + e \; ; \quad \mathrm{EF} = \varepsilon + f.$

Observations générales pour les Instrumens qui représentent les objets debout.

Qu'on prenne négativement les lettres π, π'', π^{IV}, &c. & l'équation

$$\frac{m}{l} = \frac{\Phi + \pi + \pi' + \pi'' + \pi''' + \&c.}{a\Phi}$$

donne pour le champ apparent :

$$\Phi = \frac{\pi + \pi' + \pi'' + \pi''' + \pi^{\mathrm{IV}} + \&c.}{ma - l}\, l$$

lequel, afin qu'il devienne aussi grand, qu'il est possible, il faut augmenter les valeurs π, π', π'', &c. autant qu'on pourra, pourvu qu'elles ne

ne surpassent point celles des lettres θ, θ', θ'', θ''', &c. On aura donc à remplir les conditions suivantes :

1. Pour le degré de clarté . . . $y = \frac{lx}{ma}$.

2. Les conditions requises pour cet effet :

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a} \; ; \quad \theta'' > \frac{D+1}{ABCD} \cdot \frac{x}{a}$$

$$\theta''' > \frac{E+1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a} \text{ \&c.}$$

3. Pour le champ apparent :

$$\Phi = \frac{\pi + \pi' + \pi'' + \pi''' + \text{\&c.}}{ma - l} \, l.$$

4. Les conditions pour que les distances des verres deviennent positives :

$$\frac{+ \, AB a \pi}{B\pi + (B+1)\Phi} > 0.$$

$$\frac{- \, AB a \Phi \, [C(B+1)\pi' + (C+1)\pi]}{[B\pi + (B+1)\Phi] \, [C\pi' + (C+1)(\pi + \Phi)]} > 0$$

$$\frac{+ \, ABC a \Phi \, [D(C+1)\pi'' + (D+1)\pi']}{[C\pi' + (C+1)(\pi+\Phi)] \, [D\pi'' + (D+1)(\pi + \pi + \Phi)]} > 0$$

$$\frac{- \, ABCD a \Phi \, [E(D+1)\pi''' + (E+1)\pi'']}{[D\pi'' + (D+1)(\pi' + \pi + \Phi)] \, [E\pi''' + (E+1)(\pi'' + \pi' + \pi + \Phi)]} > 0$$

&c.

5. La

6. La confusion causée par l'ouverture des verres :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{array}{l}
+\dfrac{(A+1)\left[\lambda(A+1)^2+\nu A\right]}{A^3} \\
-\dfrac{(B+1)^2\phi\left[\lambda'(B+1)^2+\nu B\right]}{A^3B^3\left[B\pi+(B+1)\phi\right]} \\
+\dfrac{(C+1)^2\phi\left[\lambda''(C+1)^2+\nu C\right]}{A^3B^3C^3\left[C\pi'+(C+1)(\pi+\phi)\right]} \\
-\dfrac{(D+1)^2\phi\left[\lambda'''(D+1)^2+\nu D\right]}{A^3B^3C^3D^3\left[D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi+\phi)\right]} \\
+\dfrac{(E+1)^2\phi\left[\lambda^{\text{IV}}(E+1)^2+\nu E\right]}{A^3B^3C^3D^3E^3\left[E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi+\phi)\right]} \\
\&c.
\end{array}\right.$$

6. Pour le lieu de l'œil on aura

au cas d'un verre . . . . $k = 0$.

au cas de deux verres . . . . $k = -\dfrac{\pi bb}{Aa\phi}$

au cas de trois verres . . . . $k = +\dfrac{\pi'' cc}{ABa\phi}$

au cas de quatre verres . . . . $k = -\dfrac{\pi''' dd}{ABCa\phi}$.

au cas de cinq verres . . . . $k = +\dfrac{\pi''' ee}{ABCDa\phi}$

&c.

7. Pour éviter la confusion des couleurs d'iris :

$$0 = \frac{(B+1)\pi}{B\pi+(B+1)\phi} + \frac{(C+1)\pi'}{C\pi'+(C+1)(\pi+\phi)} + \frac{(D+1)\pi''}{D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi+\phi)}$$

$$+ \frac{(E+1)\pi'''}{E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi+\phi)} + \&c.$$

Mais

Mais, en cas que la distance k provienne négative, il faut appliquer l'œil immédiatement au dernier verre, & au lieu de l'angle ϕ, on aura les angles suivans :

Pour le cas de deux verres . . . $\dfrac{\omega(\phi+\pi)}{Aa\pi}$

pour le cas de trois verres . . . $\dfrac{\omega(\phi+\pi+\pi')}{ABa\pi'}$

pour le cas de quatre verres . . . $\dfrac{\omega(\phi+\pi+\pi'+\pi'')}{ABCa\pi''}$

pour le cas de cinq verres . . . $\dfrac{\omega(\phi+\pi+\pi'+\pi''+\pi''')}{ABCDa\pi'''}$.

Et, après avoir satisfait à ces conditions, les déterminations seront :

$$\alpha = Aa \;;\; p = \frac{Aa}{A+1}$$

$$b = \frac{-A(B+1)a\phi}{B\pi+(B+1)\phi} \;;\; \beta = Bb \;;\; q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{+AB(C+1)a\phi}{C\pi'+(C+1)(\pi+\phi)} \;;\; \gamma = Cc \;;\; r = \frac{Cc}{C+1}$$

$$d = \frac{-ABC(D+1)a\phi}{D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi+\phi)} \;;\; \delta = Dd \;;\; s = \frac{Dd}{D+1}$$

$$e = \frac{+ABCD(E+1)a\phi}{E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi+\phi)} \;;\; \varepsilon = Ee \;;\; t = \frac{Ee}{E+1}$$

&c.

les distances des verres étant

$$AB = \alpha+b \;;\; BC = \beta+c \;;\; CD = \gamma+d \;;\; DE = \delta+e \;;$$

&c.

Obser-

Observations générales pour les Instrumens qui représentent les objets renversés.

Qu'on change le signe des lettres π, π', π'', π''', &c. dans les formules précédentes, & on aura à observer les formules suivantes :

1. Pour le degré de clarté $y = \frac{x}{ma}$.

2. Les conditions requises pour cet effet :

$$\theta > \frac{B+1}{AB} \cdot \frac{x}{a}; \quad \theta' > \frac{C+1}{ABC} \cdot \frac{x}{a}; \quad \theta'' > \frac{D+1}{ABCD} \cdot \frac{x}{a}; \quad \theta''' > \frac{E+1}{ABCDE} \cdot \frac{x}{a};$$

&c.

3. Pour le champ apparent $\Phi = \frac{\pi + \pi' + \pi'' + \pi''' + \&c.}{ma + l} l$,

ou pour avoir un grand champ, on n'a qu'à prendre pour π, π', π'', π''', &c. des quantités positives aussi grandes, qu'il est possible, pourvû qu'elles n'excédent pas les fractions θ, θ', θ'', θ''', &c.

4. Les conditions, pour que les distances des verres deviennent positives :

$$+ \frac{ABa\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} > 0$$

$$+ \frac{ABa\Phi\,[C(B+1)\pi' + (C+1)\pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi]\,[C\pi' + (C+1)(\pi - \Phi)]} > 0$$

$$- \frac{ABCa\Phi\,[D(C+1)\pi'' + (D+1)\pi']}{[C\pi' + (C+1)(\pi - \Phi)]\,[D\pi'' + (D+1)(\pi' + \pi - \Phi)]} > 0$$

$$+ \frac{ABCDa\Phi\,[E(D+1)\pi''' + (E+1)\pi'']}{[D\pi'' + (D+1)(\pi' + \pi - \Phi)]\,[E\pi'' + (E+1)(\pi'' + \pi' + \pi - \Phi)]} > 0.$$

&c.

où après la premiere formule les signes des autres changent alternativement.

5. La

5. La confusion causée par l'ouverture des verres :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal}\left\{\begin{array}{l} +\dfrac{(A+1)[\lambda(A+1)^2+\nu A]}{A^3} \\ +\dfrac{(B+1)^2\Phi[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{A^3B^3[B\pi-(B+1)\Phi]} \\ -\dfrac{(C+1)^2\Phi[\lambda''(C+1)^2+\nu C]}{A^3B^3C^3[C\pi'+(C+1)(\pi-\Phi)]} \\ +\dfrac{(D+1)^2\Phi[\lambda'''(D+1)^2+\nu D]}{A^3B^3C^3D^3[D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi-\Phi)]} \\ -\dfrac{(E+1)^2\Phi[\lambda^{IV}(E+1)^2+\nu E]}{A^3B^3C^3D^3E^3[E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi-\Phi)]} \\ \&c. \end{array}\right.$$

6. Pour le lieu de l'œil on aura

au cas d'un verre . . . . . $k = 0$

au cas de deux verres . . . . $k = +\dfrac{\pi bb}{Aa\Phi}$

au cas de trois verres . . . . $k = -\dfrac{\pi' cc}{ABa\Phi}$

au cas de quatre verres . . . . $k = +\dfrac{\pi'' dd}{ABCa\Phi}$

au cas de cinq verres . . . . $k = -\dfrac{\pi''' ee}{ABCDa\Phi}$ &c.

7. Pour éviter la confusion des couleurs d'iris : $0 =$

$$\frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi}+\frac{(C+1)\pi'}{C\pi'+(C+1)(\pi-\Phi)}+\frac{(D+1)\pi''}{D\pi''+(D+1)(\pi'+\pi-\Phi)}$$
$$+\frac{(E+1)\pi'''}{E\pi'''+(E+1)(\pi''+\pi'+\pi-\Phi)}+\&c.$$

Mais

Mais, en cas que la distance k provienne négative, il faut appliquer l'œil immédiatement au dernier verre, & au lieu de l'angle Φ on n'appercevra que les suivans :

Pour le cas de deux verres . . $\frac{\omega(\pi - \Phi)}{Aa\pi}$

pour le cas de trois verres . . $\frac{\omega(\pi' + \pi - \Phi)}{ABa\pi'}$

pour le cas de quatre verres . . $\frac{\omega(\pi'' + \pi' + \pi - \Phi)}{ABCa\pi''}$

pour le cas de cinq verres . . $\frac{\omega(\pi''' + \pi'' + \pi' + \pi - \Phi)}{ABCDa\pi'''}$

&c.

Et après avoir satisfait à ces conditions, les déterminations seront :

$$\alpha = Aa \; ; \; p = \frac{Aa}{A+1}$$

$$b = \frac{+ A(B+1)a\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi} \; ; \; \beta = Bb \; ; \; q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = \frac{- AB(C+1)a\Phi}{C\pi' + (C+1)(\pi - \Phi)} \; ; \; \gamma = Cc \; ; \; r = \frac{Cc}{C+1}$$

$$d = \frac{+ ABC(D+1)a\Phi}{D\pi'' + (D+1)(\pi' + \pi - \Phi)} \; ; \; \delta = Dd \; ; \; s = \frac{Dd}{D+1}$$

$$e = \frac{- ABCD(E+1)a\Phi}{E\pi''' + (E+1)(\pi'' + \pi' + \pi - \Phi)} \; ; \; \varepsilon = Ee \; ; \; t = \frac{Ee}{E+1}$$

&c.

Les distances des verres étant

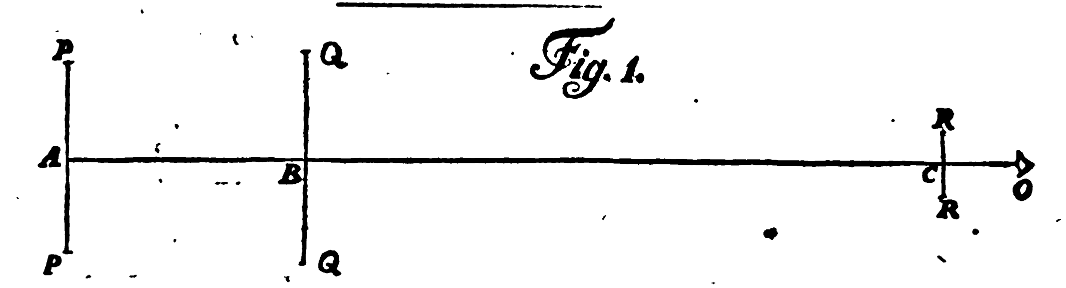
$AB = \alpha + b$; $BC = \beta + c$; $CD = \gamma + d$; $DE = \delta + e$;

&c.

RE-

RECHERCHES
SUR LES LUNETTES A TROIS VERRES QUI REPRÉSENTENT LES OBJETS RENVERSÉS.

PAR M. EULER.



I.

Après avoir expliqué les principes généraux, sur lesquels doit être établie la construction tant des Telescopes que des Microscopes, je me propose ici d'en faire l'application aux Lunettes composées de trois verres. De telles Lunettes étant déjà assez en usage depuis qu'on leur a reconnu quelques avantages sur celles de deux verres, on sera peut-être surpris du haut degré de perfection, dont elles sont susceptibles, tant par leur arrangement, que par leur figure. Je ne considére ici que trois verres simples PP, QQ, & RR, dont les Lunettes soient composées, desquels le premier PP soit tourné vers l'objet, que je regarde comme infiniment éloigné, & qu'on nomme l'objectif, & le dernier RR vers l'œil en O. Fig. 1.

II. Puisqu'il est ici question des Lunettes, & que la distance de l'objet, qui a été nommée $= a$, est supposée infinie, on doit met-

tre $l = a$, dans mes formules générales, & Φ marquera le demi-diametre de l'espace circulaire, que la lunette découvre dans le ciel; & qu'on nomme le champ apparent. Or chaque verre se rapportant à deux distances, dont l'une est celle de l'objet, ou de l'image, dont il reçoit les rayons, & l'autre celle de l'image représentée par ce verre, il convient d'introduire dans le calcul pour chaque verre ces deux distances; qu'on peut nommer les distances déterminatrices de chaque verre. Soit donc

Pour le I verre PP

la distance de l'objet avant le verre $= a = \infty$,
la distance de l'image après le verre $= \alpha$.

Pour le II verre QQ

la distance de l'image précédente avant ce verre $= b$,
la distance de l'image formée après ce verre $= \beta$.

Pour le III verre RR

la distance de l'image précédente avant ce verre $= c$,
la distance de l'image formée après ce verre $= \gamma = \infty$.

III. Ayant fixé pour chaque verre ces deux distances déterminatrices, on en connoit d'abord les intervalles entre les verres, qui seront $AB = \alpha + b$ & $BC = \beta + c$, auxquelles on doit ajouter la distance de l'œil $CO = k$, & il est évident que ces trois distances doivent être positives. Ensuite j'ai mis pour abréger

$$\frac{\alpha}{a} = A, \quad \frac{\beta}{b} = B, \quad \& \quad \frac{\gamma}{c} = C.$$

d'où pour le cas présent nous aurons $A = 0$ & $C = \infty$. De là on connoîtra aussi promptement les distances de foyer de ces verres, qui seront exprimées en sorte

la distance de foyer du verre $PP = p = \frac{a\alpha}{a+\alpha} = \alpha$

la distance de foyer du verre $QQ = q = \frac{b\beta}{\beta+b} = \frac{Bb}{1+B}$

la distance de foyer du verre $RR = r = \frac{c\gamma}{c+\gamma} = c$.

IV.

IV. Donc reciproquement, quand on connoit les distances de foyer p, q, r des verres avec ses rapports de leurs distances déterminatrices A, B, C, desquelles $A = o$ & $C = \infty$, on aura ces distances mêmes, comme il suit:

$$a = \infty;\ \alpha = p;\ b = \frac{1+B}{B}q;\ \beta = (1+B)q;\ c = r;\ \gamma = \infty.$$

Je regarde ici les distances de foyer p, q, r comme positives, ou les verres comme convexes; or si dans la suite quelquune de ces distances se trouve négative, ce sera une marque, que ce verre doit être concave. Or j'ai trouvé moyen de n'introduire dans mes formules générales, que les distances de foyer p, q, r avec les lettres A, B, C, & de là les intervalles entre les verres seront déterminés en sorte $AB = p + \frac{1+B}{B}q$, & $BC = (1+B)q + r$,

& partant la longueur de toute la lunette sera

$$AC = p + \frac{(1+B)^2}{B}q + r.$$

V. Or quoique la distance de foyer d'un verre soit donnée, on peut assigner une infinité de figures différentes toutes sphériques, qui produisent la même distance de foyer: car si la distance de foyer doit être $= p$, & que nous posions le rayon de sa face de devant $= f$, & celui de sa face de derrière $= g$, on satisfait à la condition du foyer en prenant $\frac{1}{f} + \frac{1}{g} = \frac{20}{11p}$, ou $\frac{fg}{f+g} = \frac{11}{20}p$: de sorte que l'un ou l'autre de ces deux rayons f & g puisse être pris à volonté. Tous ces verres ayant la même distance de foyer satisferont aussi aux mêmes distances déterminatrices: & s'il n'étoit question, que du lieu des images, il seroit indifférent, laquelle de cette infinité de figures indifférentes on donneroit au verre. Mais ces figures sont bien différentes par rapport à la confusion causée dans la représentation de l'image, & c'est de cette circonstance, qu'il faut déterminer dans chaque cas la figure la plus convenable.

VI.

VII. J'ai employé dans mes formules générales les caracteres λ, λ', λ'', &c. pour exprimer la confusion causée par les verres PP, QQ, RR; où il faut remarquer que les valeurs de ces lettres ne sauroient jamais devenir moindres que l'unité. Dans ce cas la confusion est la plus petite, & il n'y a alors qu'une seule figure du verre, qui produise cet avantage. Toute autre figure qu'on donne à un verre, produira une plus grande confusion, & la lettre λ, qui lui appartient, sera plus grande que l'unité. Or réciproquement la valeur de λ étant donnée, pourvu qu'elle soit plus grande que l'unité, on peut assigner deux figures aux verres, qui produisent le même degré de confusion, les deux distances déterminatrices étant données. Ainsi, pour le verre objectif, dont les distances déterminatrices sont $a = \infty$, & $\alpha = p$, la distance de foyer étant $= p$, afin que la lettre λ convienne à sa confusion, il faut qu'il soit

$$\text{le rayon de sa face de devant} = \frac{p}{1{,}62740 \pm 0{,}90513\sqrt{(\lambda-1)}}$$

$$\text{le rayon de sa face de derrière} = \frac{p}{0{,}19078 \mp 0{,}90513\sqrt{(\lambda-1)}}.$$

VII. Pour le second verre QQ, dont les distances déterminatrices sont b & β, & la distance de foyer $= q$, afin que le nombre λ' convienne à sa confusion, posant $\frac{\beta}{b} = B$, il faut prendre le rayon de sa face

$$\text{de devant} = \frac{(1+B)\,q}{1{,}62740 + 0{,}19078\,B \pm 0{,}90513(1+B)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

$$\text{de derrière} = \frac{(1+B)\,q}{1{,}62740\,B + 0{,}19078 \mp 0{,}90513(1+B)\sqrt{(\lambda'-1)}}.$$

De la même maniere, pour le troisième verre RR, dont les distances déterminatrices sont $c = r$ & $\gamma = 0$, la distance de foyer étant $= r$, à cause de $\frac{\gamma}{c} = C = \infty$, afin que le nombre λ'' convienne à sa confusion, il faut prendre

le

le rayon de ſa face de devant $= \frac{r}{0,19078 \pm 0,90513 \sqrt{(\lambda'' - 1)}}$

le rayon de ſa face de derrière $= \frac{r}{1,62740 \mp 0,90513 \sqrt{(\lambda'' - 1)}}$.

VIII. Outre ces déterminations, qui regardent le lieu, la diſtance de foyer, & la figure des verres, il faut auſſi avoir égard à leurs ouvertures. Soit donc le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif $= x$; or pour les autres verres je poſe le demi-diametre

de l'ouverture du ſecond verre $QQ = \theta q$,

de l'ouverture du troiſième verre $RR = \theta' r$,

où il faut remarquer, qu'on ne ſauroit donner à chaque verre une plus grande ouverture, que ſes faces permettent; il faut pour cet effet ſe régler ſur ſa face la plus courbe, & faire en ſorte que le demi-diametre de ſon ouverture ne ſurpaſſe point la moitié du rayon de cette face; afin que l'ouverture n'embraſſe point des arcs plus grands que 60°. Il ſera même bon de rendre ces arcs encore plus petits, & de ne donner au demi-diametre de l'ouverture que le tiers ou le quart du rayon de la face la plus courbe.

IX. Que le nombre m exprime maintenant la multiplication dont on veut que la lunette groſſiſſe les objets: & pour le degré de clarté ſoit y le demi-diametre des pinceaux lumineux, qui ſont transmis dans l'œil de chaque point de l'objet. Où il faut remarquer que la valeur $y = \frac{1}{50}$ pouce fournit encore un très grand degré de clarté, & qu'on ſe contente communément d'un plus petit, qui répond à $y = \frac{1}{70}$. Or le degré de clarté y avec la multiplication m étant donné, cela détermine d'abord le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $x = my$: donc, prenant $y = \frac{1}{50}$ pouce, on aura

$x =$

$x = \frac{m}{50}$ pouces, & en ne prenant que $y = \frac{1}{70}$ pouce, on aura $x = \frac{m}{70}$ pouces. De là il s'ensuit d'abord, que les rayons des faces de l'objectif doivent absolument être plus grands que $2x$, ou bien selon les remarques rapportées, plus grands que $3x$, ou même que $4x$.

X. Or, afin que tous les rayons qui entrent par l'objectif, soient aussi transmis par les deux autres verres, il faut que leurs ouvertures passent de certaines limites, que j'ai rapportées dans la seconde régle des instructions générales. Puisque $Aa = p$ & $C = \infty$, cette régle fournit les conditions suivantes:

$$\theta > \frac{B+1}{B} \cdot \frac{x}{p} \quad \& \quad \theta' > \frac{1}{B} \cdot \frac{x}{p},$$

où il s'agit uniquement de la quantité absolue de ces expressions sans avoir égard à leurs signes. Or il faut remarquer, que quand même les verres ont une telle figure, qui soit susceptible de la plus grande ouverture, ce qui arrive lorsque les deux faces sont égales; la valeur des nombres θ & θ' est au dessous de $\frac{1}{2}$, ou même de $\frac{1}{3}$, & de $\frac{1}{4}$: d'où l'on voit que la valeur du nombre B ne sauroit être prise beaucoup moindre que l'unité.

XI. On tâchera de procurer à ces deux fractions θ & θ' des valeurs aussi grandes qu'il est possible, puisque c'est d'elles que dépend principalement le champ apparent, dont je suppose le demi-diametre $= \Phi$. L'une ou l'autre concourt toujours tout entiere à déterminer le champ apparent: mais l'autre n'y contribue souvent qu'en partie, & quelquefois elle diminue même l'effet de l'autre. Pour tenir compte de cette circonstance, j'introduis au lieu des lettres θ & θ' d'autres π & π', dont l'une soit égale à sa correspondente, & l'autre ne surpasse point la sienne. Cela posé, puisque j'ai ici en vue la représentation renversée, on pourra procurer à la lunette un champ apparent

rent donné, savoir qu'il soit $\Phi = \frac{\pi + \pi'}{m + 1}$: d'où l'on voit que le demi-diametre du champ apparent ne sauroit jamais surpasser cette quantité $\frac{\theta + \theta'}{m + 1}$; mais on le peut faire aussi petit qu'on voudra.

XII. Or, ayant fixé les valeurs de π & π', & déterminé la distance de foyer p du verre objectif avec le nombre B, on aura pour la construction de la lunette les formules suivantes

$$b = \frac{(B+1)\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi} p \; ; \quad \beta = Bb \; ; \quad q = \frac{Bb}{B+1}$$

$$c = r = \frac{-B\Phi}{\pi' + \pi - \Phi} p = -\frac{Bp}{m},$$

d'où l'on tire les distances des verres

$$AB = a + b = \frac{B\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} p$$

$$BC = \beta + c = \frac{B(B+1)\Phi}{B\pi - (B+1)\Phi} p - \frac{B}{m}.$$

Or pour la distance de l'œil $CO = k$, on aura

$$k = -\frac{\pi' cc}{B\Phi p} = -\frac{\pi' Bp}{\Phi mm} = +\frac{\pi'}{\Phi} \cdot \frac{r}{m}$$

laquelle avec les deux précédentes doit être positive.

XIII. Il faut donc commencer par remplir ces trois conditions:

I. $$\frac{B\pi}{B\pi - (B+1)\Phi} p > 0$$

II. $$\frac{B\Phi[(B+1)\pi' + \pi]}{[B\pi - (B+1)\Phi](\pi' + \pi - \Phi)} p > 0$$

& III. $$-\frac{B\Phi}{\pi'} p > 0.$$

Or

Or la féconde divisée par la première doit aussi être positive, donc

$$\frac{\Phi[(B+1)\pi'+\pi]}{\pi(\pi'+\pi-\Phi)} - \frac{(B+1)\pi'+\pi}{m\pi'} > 0$$

dont on peut se servir au lieu de la seconde. Si l'on veut éviter la confusion, qui résulte de la diverse réfrangibilité des rayons, on n'a qu'à satisfaire à cette équation:

$$\frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} + \frac{\pi'}{m\Phi} = 0,$$

mais il suffit que cette quantité soit fort petite.

XIV. Or le principal objet, auquel nous devons fixer notre attention, c'est la confusion causée par l'ouverture des verres, laquelle posant pour abréger

$$\mu = 0,93819 \quad \& \quad \nu = 0,23269$$

s'est trouvée exprimée en sorte:

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{(B+1)^2\Phi[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{B^3\{B\pi-(B+1)\Phi\}^3} - \frac{\lambda''}{B^3 m}\right)$$

dont la valeur, afin que la confusion soit insensible, doit être moindre que $\frac{\mu}{4\cdot 30^3}$. Ici il est clair combien la figure des verres, ou les nombres λ, λ', λ'' influent sur la confusion de la lunette; & on comprend qu'on ne sauroit parvenir à un plus haut degré de perfection, qu'en déterminant les élémens de cette expression en sorte qu'elle évanouisse tout à fait. Voyons donc s'il est possible d'arriver à ce but.

XV. Pour obtenir un grand champ apparent, il faut donner aux lettres π & π' des valeurs positives, & aussi grandes qu'il est possible; partant les quantités π, π', Φ & m étant positives, il faut en vertu de la troisième condition que $-Bp$ soit une quantité positive. Donc, ou le nombre B, ou la distance de foyer p du verre objectif

jectif doit être négative. Cependant, quand même la distance de l'œil $CO = k$ deviendroit négative, la lunette ne seroit pas tout à fait à rejetter, mais on auroit un cas semblable aux lunettes à deux verres, dont l'oculaire est concave; où il faudroit appliquer l'œil immédiatement au verre oculaire RR. Mais dans ce cas on ne jouira point du champ apparent, que la valeur de Φ indique; mais il dépendra de l'ouverture de la pupille, dont si nous posons le demi-diametre $= \omega$, le demi-diametre du champ apparent sera $= \frac{\omega(\pi' + \pi - \Phi)}{B\pi' p}$, qui à cause de $\pi' + \pi - \Phi = m\Phi$ est $= \frac{m\Phi}{B\pi'} \cdot \frac{\omega}{p}$. Comme ce cas est tout particulier, je le développerai ensuite séparément.

XVI. Mais, en supposant la distance $CO = k$ positive, nous avons deux cas à considérer, selon que le nombre B est négatif, ou la distance de foyer p. J'ai déjà remarqué (10.) que le nombre B ne sauroit évanouïr, ou être pris extrèmement petit: donc, soit que ce nombre soit positif ou négatif, il faut exclure le cas, où il seroit trop petit. Mais je ne suivrai pas cette distinction tirée de la nature du nombre B, il conviendra plutôt de diriger nos recherches suivant la grandeur du champ apparent, pour lequel ayant $\Phi = \frac{\pi + \pi'}{m + 1}$, je donnerai successivement à π des valeurs croissantes depuis o jusqu'à la plus grande $\pi = \theta$, & ensuite on pourra faire de semblables hypotheses pour π', où il faut remarquer, que, si $\pi < \theta$ on aura $\pi' = \theta'$, & réciproquement, si $\pi' < \theta'$, il faut qu'il soit $\pi = \theta$.

PREMIERE HYPOTHESE
où $\pi = 0$ & $\pi' = \theta'$.

Dans ce cas le demi-diametre du champ apparent sera $\Phi = \frac{\theta'}{m+1}$, & partant le même que si la lunette étoit composée de deux verres.

 Aussi

Or la seconde divisée par la première doit aussi être positive, donc

$$\frac{\Phi[(B+1)\pi'+\pi]}{\pi(\pi'+\pi-\Phi)} - \frac{(B+1)\pi'+\pi}{m\pi'} > 0$$

dont on peut se servir au lieu de la seconde. Si l'on veut éviter la confusion, qui résulte de la diverse réfrangibilité des rayons, on n'a qu'à satisfaire à cette équation :

$$\frac{(B+1)\pi}{B\pi-(B+1)\Phi} + \frac{\pi'}{m\Phi} = 0,$$

mais il suffit que cette quantité soit fort petite.

XIV. Or le principal objet, auquel nous devons fixer notre attention, c'est la confusion causée par l'ouverture des verres, laquelle posant pour abréger :

$$\mu = 0,93819 \quad \& \quad \nu = 0,23269$$

s'est trouvée exprimée en sorte :

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{(B+1)^2\Phi[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{B^3\{B\pi-(B+1)\Phi\}} - \frac{\lambda''}{B^3 m}\right)$$

dont la valeur, afin que la confusion soit insensible, doit être moindre que $\frac{\mu}{4\cdot 30^3}$. Ici il est clair combien la figure des verres, ou les nombres $\lambda, \lambda', \lambda''$ influent sur la confusion de la lunette ; & on comprend qu'on ne sauroit parvenir à un plus haut degré de perfection, qu'en déterminant les élémens de cette expression en sorte qu'elle évanouisse tout à fait. Voyons donc s'il est possible d'arriver à ce but.

XV. Pour obtenir un grand champ apparent, il faut donner aux lettres π & π' des valeurs positives, & aussi grandes qu'il est possible ; partant les quantités π, π', Φ & m étant positives, il faut en vertu de la troisième condition que $-Bp$ soit une quantité positive. Donc, ou le nombre B, ou la distance de foyer p du verre objectif

jectif doit être négative. [illegible]
CO = k deviendroit négative, [illegible]
rejetter, mais on auroit [illegible]
dont l'ordinate est [illegible]
ment au verre [illegible] EF. Mais [illegible]
champ apparent [illegible]
l'ouverture de la pupille [illegible]

le demi-diametre du champ apparent [illegible]

qui à cause de [illegible]

cas est tout particulier [illegible]

XVI. Mais, en [illegible] la distance CO = k [illegible]
avons deux cas [illegible]
distance de foyer [illegible]
sauroit évanouir [illegible]
nombre soit point [illegible]
petit. Mais [illegible]
nombre B, [illegible]
grandeur du champ apparent [illegible]
nerai successivement [illegible]
plus grande [illegible]
thèses pour [illegible]
& réciproquement [illegible]

[illegible] HYPOTHESE

[illegible]

Dans ce cas le demi-diametre du champ apparent [illegible]
& partant le nombre [illegible]

Aussi l'intervalle entre le premier & le second verre AB évanouït-il, de sorte que ces deux verres ensemble ne constituent que quasi un seul : ces lunettes auront aussi les mêmes propriétés que celles de deux verres, avec cette différence pourtant, que la confusion peut être rendue beaucoup plus petite, & même évanouïssante. Puisque donc $\pi = 0$ & $\frac{\pi'}{\Phi} = m + 1$, nous aurons les déterminations suivantes

$$b = -p \;;\; \mathfrak{C} = -Bp \;;\; q = -\frac{Bp}{B+1}$$

$$e = r = -\frac{Bp}{m} \quad \& \quad k = \frac{m+1}{m} r, \qquad \text{ensuite}$$

$$AB = 0 \;;\; BC = -Bp - \frac{Bp}{m} = -\frac{(m+1)B}{m} p.$$

Il faut donc que Bp soit une quantité négative, & les autres conditions sont $\theta > \frac{B+1}{B} \cdot \frac{x}{p}$ & $\theta' > \frac{1}{B} \cdot \frac{x}{p}$.

Pour la confusion elle sera exprimée en sorte :

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{(B+1)[\lambda'(B+1)^2 + \nu B]}{B^3} - \frac{\lambda''}{B^3 m}\right),$$

& dans ce cas il est impossible de satisfaire à la condition qui anéantit la confusion causée par la diverse réfrangibilité des rayons. Nous avons ici deux cas à distinguer, l'un ou le nombre B est négatif, & la distance de foyer p positive ; & l'autre, où le nombre B est positif, & la distance de foyer p négative.

Premier cas, p *positif &* B *négatif*.

Pour le premier soit $B = -\frac{1}{n}$, pour avoir :

$$b = -p \;;\; \mathfrak{C} = \frac{p}{n} \;;\; q = \frac{p}{n-1} \;;\; r = \frac{p}{mn} \;;\; k = \frac{m+1}{m} r \;;$$

$$AB = 0 \;;\; BC = \frac{(m+1)p}{mn} \;;\; \theta > (n-1)\frac{x}{p} \;;\; \theta' > n \cdot \frac{x}{p}, \quad \&$$

& la confusion sera :

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \lambda'(n-1)^3 - \nu n(n-1) + \frac{\lambda'' n^3}{m}\right),$$

où il faut voir, quelle valeur on doive donner au nombre n, afin que que cette quantité évanouïsse, ou en cas que cela ne soit pas possible, qu'elle devienne la plus petite.

Ici on voit d'abord, que, si l'on posoit $n = 0$, il seroit aisé de faire évanouïr la confusion; car, puisqu'elle seroit $= \frac{\mu m x^3}{4p^3}(\lambda - \lambda')$, on n'auroit qu'à prendre $\lambda = 1$ & $\lambda' = 1$, ou en général $\lambda' = \lambda$. Mais dans ce cas la longueur de la lunette deviendroit infinie, de même que la distance de foyer du verre oculaire RR; ce qui rend ce cas inutile dans la pratique. Il faut donc supposer n plus grand que zero, d'où nous tirons les especes suivantes.

I Espece posant $n = \frac{1}{4}$.

La confusion étant $= \frac{\mu m x^3}{4p^2}\left(\lambda - \frac{27}{64}\lambda' + \frac{3}{16}\nu + \frac{\lambda''}{64m}\right)$,

évanouira en prenant $\lambda' = \dfrac{64\lambda + 12\nu + \frac{\lambda''}{m}}{27}$,

où il est évident qu'on doit prendre $\lambda = 1$, & $\lambda'' = 1$, afin que la valeur de λ' surpasse aussi peu l'unité qu'il est possible. On aura donc, à cause de $\nu = 0,23269$

$$\lambda' = \frac{64}{27} + 0,10342 + \frac{1}{27m} = 2,47379 + \frac{1}{27m}$$

& $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,21399 + \frac{0,01525}{m}$,

où l'on peut aisément négliger le dernier terme, à moins que la multiplication m ne soit fort petite. Puisque $x = my$ est le demi-dia-

[illegible] de l'ouverture des deux premiers verres PP & QQ, il faut donner à p une si grande valeur, que x ne surpasse point le tiers ou le quart du rayon de la face la plus courbe, qui se trouve dans ces deux verres. Par cette condition ayant fixé la distance de foyer p du verre objectif, les autres déterminations seront:

$$B = -q;\ b = -p;\ C = 4p;\ c = -\frac{4}{3}p;\ r = \frac{4p}{m};\ k = \frac{m+1}{m}r$$

$$AB = 0;\ BC = \frac{4(m-1) [illegible] p}{m};\ l > \frac{3}{4}\cdot\frac{x}{p};\ l' > \frac{1}{4}\cdot\frac{x}{p},$$

& les verres doivent être formés en sorte:

Puisque $\lambda = 1$, on aura pour le premier verre PP le rayon

de sa face: la devant $= \dfrac{p}{[illegible]} = 0{,}61448p$; la derrière $= \dfrac{p}{[illegible]} = [illegible]$.

Or pour le verre QQ i ayant $B = -3$ & [illegible], $f = 4p$, on aura le rayon de sa face de devant

$$\frac{4p}{[illegible] \pm \left([illegible] - \frac{[illegible]}{m}\right)} = \frac{-p}{0{,}60[illegible] - \frac{0{,}01355}{m}}$$

& celui de la face de derrière

$$\frac{4p}{-[illegible] \mp \left([illegible] - \frac{[illegible]}{m}\right)} = \frac{-p}{[illegible] - \frac{0{,}01035}{m}}$$

On le rayon de sa face: la devant $= -\left(1{,}54460 - \frac{[illegible]}{m}\right)p$; la derrière $= -\left([illegible] + \frac{[illegible]}{m}\right)p$.

En-

Enfin pour le verre oculaire RR, dont la distance de foyer est $r = \frac{4p}{m}$,

à cause de $\lambda'' = 1$,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 5,24164\,r \\ \text{de derrière} = 0,61448\,r. \end{cases}$

Donc, puisque $x = my$, en égalant x à la quatrième partie du rayon de la face la plus courbe, nous aurons à peu prés $0,153\,p = x$, & partant $p = 7x$. Voilà donc la description des Lunettes de cette espece.

La multiplication m avec le degré de clarté y donne d'abord le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $x = my$, & prenant la distance de foyer de l'objectif $p = 7x$, ou peut être suffit-il de prendre $p = 6x$, ce verre PP doit être travaillé en sorte.

Le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61448\,p \text{ convexe} \\ \text{de derrière} = 5,24164\,p \text{ convexe.} \end{cases}$

Immédiatement à ce verre on joindra le second QQ, qui doit être concave des deux cotés; dont la forme sera telle, en négligeant les particules divisées par m comme extrèmement petites :

Le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -1,64460\,p \text{ concave} \\ \text{de derrière} = -1,32364\,p \text{ concave} \end{cases}$

& ce verre aura avec le premier PP la même ouverture, dont le demi-diametre $= x$. Où il faut remarquer, puisque $\theta q = x$, & partant $\theta = \frac{x}{q} = \frac{3x}{4p}$; la condition $\theta > \frac{3}{4}\frac{x}{p}$, sera remplie en donnant au verre QQ une ouverture tant soit peu plus grande que celle du verre PP.

A la distance $BC = \frac{4(m+1)p}{m}$ derrière le verre QQ on mettra le verre oculaire RR, dont la distance de foyer soit $r = \frac{4p}{m}$:

or

Or pour la figure de ce verre je remarque, que puisque la particule $\frac{\lambda''}{m}$, qui en dépend, n'eſt d'aucune conſéquence, de ſorte que nos formules demeureroient les mêmes, quoique λ'' fût plus grand que l'unité, on veut bien faire ce verre également convexe; & partant le rayon de l'une & de l'autre face ſera $= \frac{11}{10}r$. Et alors pour ſon ouverture, dont le demi-diametre eſt $= \theta' r$, on peut hardiment prendre $\theta' = \frac{1}{4}$, ou même $\theta' = \frac{1}{3}$, & de là le demi-diametre du champ apparent ſera $\Phi = \frac{\theta'}{m+1} = \frac{1}{3(m+1)} = \frac{1416}{m+1}$ minutes. Enfin, pour le lieu de l'œil on aura $CO = k = \frac{m+1}{m}r$.

Remarque 1. Si l'on prend $y = \frac{3}{200}$, & partant $x = \frac{3m}{200}$ pouces, & enſuite $p = 7x = \frac{21m}{200}$ pouces, la longueur de cette Lunette ſera $AC = \frac{21}{50}(m+1)$ pouces. Donc une Lunette de cette eſpece, qui groſſit les objets en diametre 100 fois, aura $\frac{101}{50}.21$, ou 42 pouces de longueur.

Remarque 2. Ce que je viens de dire ſur la longueur de ces Lunettes n'a lieu, que lorsque les faces de tous les verres ſont exactement travaillées ſelon les meſures préſcrites, de ſorte que la confuſion évanouïſſe tout à fait. Or, puiſqu'on ne ſauroit eſpérer un tel degré de préciſion dans la pratique, il eſt de la dernière importance d'examiner combien de petites aberrations des meſures préſcrites troublent l'effet de ces lunettes. Ayant négligé dans les faces du verre

QQ, les particules $\frac{0,002799}{m}$ & $\frac{0,021813}{m}$, si nous supposons que les autres verres soient exactement formés selon les mesures prescrites, ces erreurs seront d'autant plus petites, plus la multiplication m est grande, de sorte que si $m = 50$, cette erreur ne vaut que la partie $\frac{1}{3000}$ du rayon entier de ces faces, qui est certainement insensible dans la pratique. Or, puisque ces petites particules tirent leur origine du terme $\frac{\lambda''}{64m}$, qui se trouve dans l'expression de la confusion, en les négligeant ce terme ne sera plus détruit, & la confusion sera encore $= \frac{\mu m x^3}{4p^3} \cdot \frac{\lambda''}{64m} = \frac{\mu}{4} \cdot \frac{\lambda'' x^3}{64p^3}$, il faut qu'il soit $\frac{x}{4p}\sqrt[3]{\lambda''} = \frac{1}{30}$, ou $p = 7\frac{1}{2}x\sqrt[3]{\lambda''}$. Donc, si $\lambda = 1$, pourvû qu'on prenne $p = 7\frac{1}{2}x$, une erreur de $\frac{1}{3000}$ dans les rayons des faces du verre QQ ne produira pas encore un effet sensible, au cas de $m = 50$. Mais, si l'erreur étoit étoit 8 fois plus grande, laquelle repondroit à $\lambda'' = 8$, il faudroit prendre $p = 15x$ pour en rendre l'effet insensible; & si l'erreur montoit à $\frac{1}{100}$ dans le cas de $m = 50$, il faudroit prendre p trois fois, ou $\sqrt[3]{30}$ fois plus grande, c'est à dire $p = 23x$. D'où l'on voit que, pour prévenir l'effet des petites aberrations, qui sont inévitables dans la pratique, il faut prendre le rapport de p à x beaucoup plus grand, que le donne le calcul pris à la rigueur. Ainsi, au lieu de prendre $p = 7x$, on ne fera pas mal de prendre $p = 25x$ ou $p = 30x$, & cela d'autant plus, plus la multiplication sera grande. Or il faut remarquer que cette augmentation suit la racine cubique de la multiplication m.

Remarque 3. Donc pour une multiplication quelconque m, en supposant une erreur de $\frac{1}{100}$ dans les rayons des faces, il faudra prendre $p = 23x\sqrt[3]{\frac{m}{50}} = 6\frac{1}{4}x\sqrt[3]{m}$, & la longueur de la Lunette sera $= \frac{25\frac{1}{2}(m+1)x}{m}\sqrt[3]{m}$. Or si l'on construisoit une lunette ordinaire de deux verres pour la même multiplication, on auroit la confusion $= \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(1 + \frac{1}{m}\right) = \frac{\mu}{4 \cdot 30^3}$, donc $p = 30x\sqrt[3]{(m+1)}$; & la longueur de la lunette $= \frac{30(m+1)}{m}x\sqrt[3]{(m+1)}$; qui n'étant que fort peu plus longue, que celle de trois verres, il n'y a presque rien à gagner par cette espece; & on perdroit encore considérablement, si la pratique étoit assujettie à de plus grandes erreurs.

II Espece posant $n = \frac{1}{2}$.

La confusion étant $= \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{1}{8}\lambda' + \frac{1}{4}\nu + \frac{\lambda''}{8m}\right)$ se réduit le plus aisément à rien en supposant $\lambda = 1$, & alors il faut poser

$$\lambda' = 8 + 2\nu + \frac{\lambda''}{m} = 8{,}46538 + \frac{\lambda''}{m},$$

d'où l'on tire :

$$\sqrt{(\lambda' - 1)} = 2{,}73228 + \frac{0{,}18301\lambda''}{m},$$

& les autres déterminations seront :

$$B = -2;\ b = -p;\ C = 2p;\ q = -2p;\ r = \frac{2p}{m};\ k = \frac{m+1}{m}r$$

$$AB = 0;\ BC = \frac{2(m+1)p}{m};\ \theta > \frac{1}{2}.\frac{x}{p};\ \theta' > \frac{1}{2}.\frac{x}{p}.$$

Or

Or les verres doivent être formés en sorte:

Puisque $\lambda = 1$, on aura pour le premier verre PP

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61448\,p \\ \text{de derrière} = 5,24164\,p. \end{cases}$

Pour le verre QQ, à cause de $B = -2$, & $(1+B)q = 2p$, on aura le rayon de sa face de devant

$$\frac{-2p}{1,22723 + 0,16563 . \frac{\lambda''}{m}} = -p\left(1,62970 - 0,21994\frac{\lambda''}{m}\right);$$

& de derrière

$$\frac{-2p}{0,59095 - 0,16563 . \frac{\lambda''}{m}} = -p\left(3,38438 + 0,94860\frac{\lambda''}{m}\right).$$

Si l'on négligeoit les termes divisés par m, & qu'on mît $\lambda'' = 1$, & $m = 50$, l'erreur seroit dans la face de devant $\frac{1}{370}$, & dans celle de derrière $\frac{1}{179}$; prenant donc un milieu, une erreur de $\frac{1}{270}$ dans les faces de ce verre produiroit une confusion $= \frac{\mu}{4} . \frac{x^3}{8p^3}$, & partant il faudroit prendre $p = 15x$; mais, si l'erreur étoit $\frac{1}{100}$, il faudroit prendre $p = 19x$, & pour une autre multiplication quelconque $p = 19x\sqrt[3]{\frac{m}{50}} = 5\frac{1}{4}x\sqrt[3]{m}$: d'où la longueur de la Lunette seroit $10\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{m}\right)x\sqrt[3]{m}$; qui nonobstant cette erreur de $\frac{1}{100}$ est presque trois fois plus petite, que si l'on vouloit se servir d'une lunette de deux verres.

Mais

Mais supposant qu'on executât les verres exactement suivant les régles données, si nous égalons x à la quatriéme partie du rayon de la face la plus courbe, nous aurons comme auparavant $p = 7x$. Voici donc la régle pour la construction des lunettes de cette espece.

La multiplication m étant proposée avec le degré de clarté y, on aura d'abord le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $x = my$, d'où l'on prendra $p = 7x$, ou plus grand sélon les erreurs inévitables de la pratique. Savoir si l'on doit craindre une erreur de $\frac{1}{100}$, il faut prendre $p = 5\frac{1}{4}x\sqrt[3]{m}$, & si l'erreur à craindre montoit à $\frac{1}{50}$, on devroit prendre $p = 6\frac{1}{2}x\sqrt[3]{m}$, si elle montoit à $\frac{1}{25}$, $p = 8\frac{1}{4}x\sqrt[3]{m}$.

Ayant ainsi établi la valeur de p, on aura

Pour le verre PP convexe des deux cotés

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61448\,p \\ \text{de derrière} = 5,24164\,p. \end{cases}$

Pour le verre QQ concave des deux cotés

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = -\left(1,62970 - 0,21994.\frac{\lambda''}{m}\right)p \\ \text{de derrière} = -\left(3,38438 + 0,94860.\frac{\lambda''}{m}\right)p. \end{cases}$

Le nombre λ'' dépend de la figure du verre oculaire RR, lequel étant fait également convexe des deux cotés, on a $\lambda'' = 1,6298$, & la distance de foyer du verre RR étant $r = \frac{2p}{m}$, le rayon de chaque face doit être pris $= \frac{11}{10}r$.

En-

Ensuite on joindra les deux verres PP & QQ immédiatement ensemble, & on établira le verre oculaire RR à la distance $BC = 2\left(1+\frac{1}{m}\right)p$: derrière lequel l'œil se trouvera à la distance $CO = k = \left(1+\frac{1}{m}\right)r$. Enfin prenant $\theta' = \frac{1}{3}$ le demi-diametre du champ apparent sera $\phi = \frac{1}{3(m+1)} = \frac{1146}{m+1}$ minutes.

Remarque. Cette espece est donc préferable à la précédente, puisque les mêmes erreurs, qui sont à craindre dans la pratique, n'allongent pas tant la lunette. Et quand même l'erreur monteroit à $\frac{1}{25}$, la longueur de la lunette seroit encore deux fois plus petite, que si l'on employoit une lunette de deux verres.

III Espece posant $n = \frac{2}{3}$.

La confusion étant $= \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{1}{27}\lambda' + \frac{2}{9}\nu + \frac{8\lambda''}{27m}\right)$, se réduit le plus commodément à rien en prenant $\lambda = 1$, pour avoir

$$\lambda' = 27 + 6\nu + \frac{8\lambda''}{m} = 28,39614 + \frac{8\lambda''}{m},$$

d'où l'on tire:

$$V(\lambda' - 1) = 5,23413 + 0,76422.\frac{\lambda''}{m},$$

& les autres déterminations seront:

$$B = -\frac{3}{2};\ b = -p;\ \mathfrak{C} = \frac{3}{2}p;\ q = -3p;\ r = \frac{3p}{2m};\ k = \frac{m+1}{m}r;$$

$$AB = 0;\ BC = \frac{3(m+1)}{2m}p;\ \theta > \frac{1}{3}.\frac{x}{p};\ \theta' > \frac{2}{3}.\frac{x}{p};$$

Pour

Pour la formation du verre QQ à cause de $B+1=-\frac{1}{2}$, & $(1+B)\,q=\frac{3}{2}p$, on aura le rayon de sa face de devant :

$$\frac{-1,5p}{0,52756+0,34585\cdot\frac{\lambda''}{m}}=-p\left(2,84328-1,86399\cdot\frac{\lambda''}{m}\right)$$

& celui de sa face de derrière :

$$\frac{+1,5p}{0,11846+0,34585\cdot\frac{\lambda''}{m}}=+p\left(12,66143-36,96332\cdot\frac{\lambda''}{m}\right).$$

Si l'on négligeoit les termes divisés par m, & qu'il fût $m=50$, en posant $\lambda''=1$, l'erreur seroit dans la face de devant $\frac{1}{76}$, & dans celle de derrière $\frac{1}{17}$ du rayon entier : prenant donc un milieu $\frac{1}{50}$, à cause de cette erreur il faudroit prendre $p=20x$. Donc, si l'erreur n'étoit qu' $\frac{1}{100}$, il faudroit prendre $p=16x$, & pour toute autre multiplication m, & la même erreur $\frac{1}{100}$, $p=16x\sqrt[3]{\frac{m}{50}}=4\frac{1}{3}x\sqrt[3]{m}$, d'où la longueur de la lunette étant $=6\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{m}\right)x\sqrt[3]{m}$ sera encore environ 4 fois plus petite, que d'une lunette à deux verres, nonobstant une erreur commise de $\frac{1}{100}$: & quand même l'erreur monteroit à $\frac{1}{12}$, la lunette seroit encore deux fois plus courte.

Mais supposant qu'on réussisse parfaitement dans la figure prescrite des verres, on pourroit prendre $p=7x$, & l'on obtiendroit des lunettes encore beaucoup plus courtes.

La

La multiplication m étant donc proposée avec le degré de clarté y, on aura d'abord le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif $x = my$, qui doit aussi convenir au verre QQ; & alors on prendra $p = 7x$, ou plus grand, selon que la pratique s'écarte de la Théorie, savoir $p = 4\frac{1}{3}x\sqrt[3]{m}$, si l'erreur étoit $\frac{1}{100}$, & $p = 5\frac{1}{2}x\sqrt[3]{m}$, si l'erreur montoit à $\frac{1}{50}$; & $p = 6\frac{3}{4}x\sqrt[3]{m}$, si l' erreur montoit à $\frac{1}{25}$.

Ayant ainsi établi la quantité p, on aura

Pour le verre PP convexe de deux cotés

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61448\,p \\ \text{de derrière} = 5,24164\,p. \end{cases}$

Pour le verre QQ, qui est ménisque tournant sa face concave en avant:

$$\text{le rayon de la face} \begin{cases} \text{de devant} = -\left(2,84328 - 1,86399\frac{\lambda''}{m}\right)p \\ \text{de derrière} = +\left(12,68143 - 36,96332\frac{\lambda''}{m}\right)p, \end{cases}$$

où $\lambda'' = 1,6298$, si l'on fait le verre oculaire RR également convexe des deux cotés, pour qu'il admette la plus grande ouverture, & qu'on puisse prendre $\theta' = \frac{1}{3}$, d'où résulte le demi-diametre du champ apparent $\Phi = \frac{1146}{m+1}$ minutes. Or la distance de foyer du verre oculaire étant $r = \frac{3p}{2m}$, le rayon de chaque face doit être $= \frac{11}{10}r$, & l'œil placé à la distance $OO = k = \left(1 + \frac{1}{m}\right)r$. Enfin les deux verres PP & QQ étant joints immédiatement ensemble, la distance du

du verre oculaire sera $BC = \frac{3}{2}\left(1+\frac{1}{m}\right)p$, qui est aussi la longueur de la lunette.

Remarque. Ces lunettes sont encore préférables aux précédentes, puisqu'elles deviennent plus courtes, quoiqu'on commette les mêmes erreurs dans la construction des verres.

IV Espece posant n = 1.

Puisque la distance de foyer du second verre QQ devient infinie, ce verre ne changera rien dans la réfraction, & cette espece revient au cas des lunettes à deux verres; la distance de foyer de l'objectif étant $= p$, & celle de l'oculaire $r = \left(1+\frac{1}{m}\right)p$. La multiplication m avec le degré de clarté y donne d'abord le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $x = my$, & la confusion étant $= \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda+\frac{\lambda''}{m}\right)$ ne peut être réduite à zéro. On prendra donc $\lambda = 1$, & posant la confusion égale à $\frac{\mu}{4\cdot 30^3}$, on aura $p = 30x\sqrt{(m+\lambda'')}$ où la figure de l'objectif sera la même que dans les especes précédentes; & faisant l'oculaire également convexe des deux cotés, on posera $\lambda'' = 1,6298$. Le champ apparent sera aussi le même que jusqu'ici.

V Espece posant n = 1 + t.

On aura la confusion $= \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda+\lambda' t^3 - \nu(t+tt) + \frac{\lambda''(1+t)^3}{m}\right)$ laquelle ne pouvant être réduite à zero, il conviendra de chercher une telle valeur de t afin qu'elle devienne la plus petite. Pour cet effet il faut d'abord prendre $\lambda = 1$ & $\lambda' = 1$, & on peut négliger dans cette recherche le dernier terme $\frac{\lambda''(1+t)^3}{m}$, puisqu'il est fort

fort petit à l'égard des autres, furtout dans les grandes multiplications. Il s'agit donc de rendre $1+t^3-vt-vtt$ un *minimum*, d'où l'on trouve $3tt-v-2vt=0$ & $t=\frac{v\pm\sqrt{(vv+3v)}}{3}=\frac{11}{30}$.

Alors la confusion sera $=\frac{\mu n x^8}{4p^3}\left(0,93268+\frac{\lambda''(1+t)^3}{m}\right)$.

Mais pour trouver le cas le plus avantageux, il faut plutôt chercher celui, ou la longueur de toute la lunette devient la plus petite. Posant donc en général la confusion $=\frac{\mu}{4\cdot 30^3}$ pour avoir

$$p=30x\sqrt[3]{m}\left(\lambda+\lambda'(n-1)^3-vn(n-1)+\frac{\lambda'' n^3}{m}\right),$$

& nous obtiendrons la longueur de la lunette

$$BC=\frac{30(m+1)x}{\sqrt[3]{mm}}\sqrt[3]{\left(\frac{\lambda}{n^3}+\frac{\lambda'(n-1)^3}{n^3}-\frac{v(n-1)}{nn}+\frac{\lambda''}{m}\right)},$$

qui deviendra un *minimum* en prenant $\lambda=1$, $\lambda'=1$ & $n=2$, d'où elle résulte $BC=\frac{30(m+1)x}{\sqrt[3]{mm}}\sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}-\frac{v}{4}+\frac{\lambda''}{m}\right)}$,

ou $BC=\frac{30(m+1)x}{\sqrt[3]{mm}}\sqrt[3]{\left(0,19183+\frac{\lambda''}{m}\right)}$.

Or dans le cas de deux verres, ou de $n=1$, cette longueur feroit $=\frac{30(m+1)x}{\sqrt[3]{mm}}\sqrt[3]{\left(1+\frac{\lambda''}{m}\right)}$, & partant environ $\sqrt[3]{5}$, ou $1\frac{3}{4}$ fois plus longue.

Posons donc $\lambda=1$, $\lambda'=1$, & $n=2$, pour avoir

$B=-\frac{1}{2}$; $b=-p$; $\beta=\frac{1}{2}p$; $q=p$; $r=\frac{p}{2m}$; $k=\left(1+\frac{1}{m}\right)r$

$AB=0$; $BC=\frac{m+1}{2m}p$; $\theta>\frac{x}{p}$; & $\theta''>2\cdot\frac{x}{p}$,

& après avoir déterminé par la multiplication m, & le degré de clarté y, le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $x = my$, on prendra $p = 30x\sqrt[3]{(1,53462m + 8\lambda'')} = q$,

ou $p = q = 60x\sqrt[3]{(0,19183m + \lambda'')}$,

& la figure du premier verre PP sera

rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61448\,p \\ \text{de derrière} = 5,24164\,p. \end{cases}$

& pour le verre QQ le rayon de sa face

de devant $= \frac{q}{3,06402} = 0,32637\,p$

de derrière $= \frac{-q}{1,24584} = 0,80267\,p.$

Or pour le verre oculaire RR, si l'on le fait également convexe des deux côtés pour qu'il admette la plus grande ouverture, le rayon de chaque face doit être $= \frac{11}{10}r$, prenant $r = \frac{p}{2m}$, & alors on auroit $\lambda'' = 1,6298$, mais si l'on vouloit mettre $\lambda'' = 1$, on devroit prendre

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 5,24164\,r \\ \text{de derrière} = 0,61448\,r. \end{cases}$

Or alors on pourroit à peine prendre $\theta' = \frac{1}{6}$, de sorte que le demi-diametre du champ apparent seroit $\Phi = \frac{1}{5(m+1)} = \frac{687}{m+1}$ minutes. Enfin la distance BC, ou la longueur de la Lunette, sera $= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{m}\right)p$, & pour le lieu de l'œil CO $= k = \left(1 + \frac{1}{m}\right)r$.

Re-

Remarque. Cette eſpece ne cede preſque en rien aux précédentes; car, quoique la longueur de la lunette ſoit plus grande, les erreurs dans la figure des verres n'empêchent preſque point le ſuccès, puiſque la nature du *minimum*, d'où ces déterminations ſont tirées admet une aberration aſſez ſenſible, avant que l'effet devienne conſidérable. Mais, ſi les ouvriers parvenoient à exécuter préciſément le plan preſcrit, il n'y a aucun doute que les eſpeces n°. 2 & 3 ne ſoient fort preférables, puiſqu'elles donneroient des Lunettes beaucoup plus courtes.

Second cas, p *poſitif & B négatif.*

Pour ce cas nous n'avons qu'à donner au nombre n du cas précédent des valeurs négatives, & à prendre p négatif.

Mettant donc $B = \frac{1}{n}$, & écrivant $-p$, au lieu de p, on aura les déterminations ſuivantes.

$$q = \frac{p}{n+1}; \quad r = \frac{p}{mn}; \quad k = \frac{m+1}{m} r$$

$$AB = o\ ; \ BC = \frac{(m+1)p}{mn}; \ \theta > (n+1)\frac{x}{p} \ \& \ \theta' > n.\frac{x}{p},$$

De ſorte que $-p$ marque la diſtance de foyer du premier verre PP & la confuſion ſera exprimée en ſorte :

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - (n+1)^3\lambda' - \nu n(n+1) - \frac{\lambda'' n^3}{m}\right),$$

qui peut bien être réduite à zero, en prenant $\lambda > 1$, & laiſſant $\lambda' = 1$, il faudra prendre alors :

$$\lambda = (n+1)^3 + \nu n(n+1) + \frac{\lambda'' n^3}{m}.$$

Or il eſt d'abord évident qu'on ne ſauroit prendre $n = o$, puiſque alors la diſtance BC deviendroit infinie, & il ne convient pas non plus de donner à n une valeur beaucoup plus grande que l'unité, puiſ-

 que

que la valeur de λ deviendroit trop grande, & la figure du premier verre PP incommode. J'examinerai donc les principales especes contenues dans ce cas.

VI Espece posant $n = \frac{1}{4}$.

Pour cette espece nous avons:

$$B = 4\;;\; q = \frac{4}{5}p\;;\; r = \frac{4p}{m}\;;\; k = \frac{m+1}{m}r\;;$$

$$AB = 0\;;\; BC = \frac{4(m+1)}{m}p\;;\; \theta > \frac{4}{5}.\frac{x}{p}\;;\; \theta' > \frac{1}{4}.\frac{x}{p},$$

& pour faire évanouïr la confusion en posant $\lambda' = 1$,

$$\lambda = \frac{125}{64} + \frac{5}{16}\nu + \frac{\lambda''}{64m} = 2,02584 + \frac{\lambda''}{64m},$$

d'où nous aurons:

$$\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,01284 + 0,00771.\frac{\lambda''}{m}$$

& partant pour le verre PP le rayon de sa face de devant

$$\frac{-p}{1,62740 \pm \left(0,91675 + 0,00698.\frac{\lambda''}{m}\right)} = -p\left(1,40696 + 0,01382.\frac{\lambda''}{m}\right)$$

& celui de sa face de derrière

$$\frac{-p}{0,19078 \mp \left(0,91675 + 0,00698.\frac{\lambda''}{m}\right)} = -p\left(0,90291 - 0,00569.\frac{\lambda''}{m}\right).$$

Or pour le verre QQ on aura

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = 1,67328\,p \\ \text{de derrière} = 0,59698\,p. \end{cases}$

Ici il faut observer, que si l'on négligeoit dans les rayons des faces du verre PP les parties divisées par m, ou en posant $\lambda'' = 1$ & $m = 50$, si

ſi l'on y commettroit une erreur de $\frac{1}{5923}$ il faudroit prendre $p = 7\frac{1}{2}x$, & partant une erreur de $\frac{1}{100}$ obligeroit à prendre $p = 29x$, & pour une autre multiplication quelconque $p = 29x\sqrt[3]{\frac{m}{50}} = 8x\sqrt[3]{m}$, & la longueur de la lunette ſeroit $= 32\left(1 + \frac{1}{m}\right)x\sqrt[3]{m}$; de ſorte qu'une ſi petite erreur allongeroit la lunette plus, que ſi elle étoit compoſée de deux verres.

Mais, ſi l'on pouvoit exactement obſerver les meſures preſcrites, il ſuffiroit de prendre $p = 7x$, ayant $x = my$, & la conſtruction de la lunette doit être conduite par ces régles, ayant donné à p ſa juſte valeur.

Le premier verre PP doit être concave des deux côtés en ſorte

$$\text{la rayon de ſa face}\begin{cases}\text{de devant} = -\left(1{,}40696 + 0{,}01382.\frac{\lambda''}{m}\right)p\\ \text{de derrière} = -\left(0{,}90291 - 0.00569.\frac{\lambda''}{m}\right)p.\end{cases}$$

Le ſecond verre QQ doit être convexe des deux cotés

$$\text{le rayon de ſa face}\begin{cases}\text{de devant} = 1{,}67328\,p\\ \text{de derrière} = 0{,}59698\,p.\end{cases}$$

Ces deux verres doivent être joints immédiatement enſemble & derrière à la diſtance $= 4\left(1 + \frac{1}{m}\right)p$, placé le verre oculaire RR, dont la diſtance de foyer ſoit $= r = \frac{4p}{m}$. Si l'on fait également convexes ces deux côtés on aura $\lambda'' = 1{,}6298$, & le rayon de chaque face

 doit

doit être pris $=\frac{11}{10}r$, d'où l'on obtiendra un champ apparent, dont le demi-diametre $\phi=\frac{1146}{m+1}$ minutes, prenant $\theta'=\frac{1}{3}$.

VII Espece, posant $n=\frac{1}{2}$.

Pour cette espece nous aurons :

$$B=2\ ;\quad q=\frac{2}{3}p\ ;\quad r=\frac{2p}{m}\ ;\quad k=\frac{m+1}{m}p\ ;$$

$$AB=0\ ;\ BC=\frac{2(m+1)}{m}\ ;\quad \theta>\frac{3}{2}\cdot\frac{x}{p}\ ;\ \&\ \theta'>\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{p},$$

& afin que la confusion évanouïsse tout à fait en posant $\lambda'=1$,

$$\lambda=\frac{27}{8}+\frac{3}{4}\nu+\frac{\lambda''}{8m}=3,54952+\frac{\lambda''}{8m},$$

d'où l'on tire

$$\sqrt{(\lambda-1)}=1,59672+0,03914\cdot\frac{\lambda''}{m}.$$

Donc pour le verre PP il faut faire le rayon de sa face de devant

$$\frac{p}{1,62740\pm\left(1,44524+0,03543\cdot\frac{\lambda''}{m}\right)}=\frac{-p}{0,18216-0,04543\cdot\frac{\lambda''}{m}}$$

& de derrière

$$\frac{p}{0,19078\mp\left(1,44524+0,03443\cdot\frac{\lambda''}{m}\right)}=\frac{-p}{1,63602+0,03543\cdot\frac{\lambda''}{m}}$$

d'où l'on tire pour le verre PP cette construction :

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = -\left(5,48698+1,06771\cdot\lambda''\right)p\\ \text{de derrière} = -\left(0,61124-0,01324\cdot\lambda''\right)p\end{cases}$

&

& pour le verre QQ on aura :

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,99554\,p \\ \text{de derrière} = 0,58045\,p. \end{cases}$

Ces deux verres étant joints ensemble on mettra derrière eux à la distance de foyer $BC = 2\left(1 + \frac{1}{m}\right)p$ le verre oculaire RR, dont la distance de foyer $r = \frac{2p}{m}$; lequel étant fait également convexe des deux côtés, on aura $\lambda'' = 1,6298$.

Si l'on ne commettoit aucune erreur dans l'execution, on pourroit prendre $p = 7x$: mais, pour juger des erreurs, supposons qu'on se trompe des parties divisées par m, de sorte que prenant un milieu, & posant $m = 50$ & $\lambda'' = 1$, l'erreur vaudroit $\frac{1}{282}$, & il faudroit prendre $p = 15x$. Donc une erreur de $\frac{1}{100}$ donneroit $p = 21x$, & pour une multiplication quelconque $p = 21x\sqrt[3]{\frac{m}{50}} = 5\frac{3}{4}x\sqrt[3]{m}$; d'où la longueur de la lunette seroit $= 11\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{m}\right)x\sqrt[3]{m}$, & partant presque trois fois plus petite, que des lunettes à deux verres: & quand même l'erreur monteroit à $\frac{8}{100}$ des rayons entiers, on n'auroit qu'à prendre $p = 11\frac{1}{2}x\sqrt[3]{m}$, & la longueur de la lunette $23\left(1 + \frac{1}{m}\right)x\sqrt[3]{m}$ seroit encore moindre que celle de deux verres.

VIII Espece, posant $n = 1$.

On aura $B = 1$; $q = \frac{1}{2}p$; $r = \frac{p}{m}$; $k = \left(1 + \frac{1}{m}\right)r$, & ensuite $AB = 0$; $BC = \left(1 + \frac{1}{m}\right)p$; $\theta > 2.\frac{x}{p}$; & $\theta' > \frac{x}{p}$.

Pour

Pour faire évanouir la confusion, prenant $\lambda' = 1$, il faut qu'il soit

$$\lambda = 8 + 2\nu + \frac{\lambda''}{m} = 8,46528 + \frac{\lambda''}{m},$$

d'où l'on tire;

$$\sqrt{(\lambda - 1)} = 2,73228 + 0,18301 . \frac{\lambda''}{m},$$

& partant pour le verre PP le rayon de sa face de devant:

$$\frac{-p}{1,62740 \pm \left(2,47307 + 0,16565 . \frac{\lambda''}{m}\right)} = \frac{+p}{0,84567 + 0,16565 . \frac{\lambda''}{m}}$$

& de derrière

$$\frac{-p}{0,19078 \mp \left(2,47307 + 0,16565 . \frac{\lambda''}{m}\right)} = \frac{-p}{2,66386 + 0,16565 . \frac{\lambda''}{m}}$$

Le premier verre PP sera donc ménisque, tournant sa face convexe vers l'objet.

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = + \left(1,18249 - 0,23162 . \frac{\lambda''}{m}\right) . \\ \text{de derrière} = - \left(0,37540 - 0,02335 . \frac{\lambda''}{m}\right) . \end{cases}$

Pour le second QQ on aura $\lambda' = 1$, &

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = + 0,55\, p \\ \text{de derrière} = + 0,55\, p . \end{cases}$

qui est donc également convexe des deux côtés.

Ces deux verres étant joints ensemble, l'oculaire RR, dont la distance de foyer est $r = \frac{p}{m}$, doit être placé à la distance BC $= \left(1 + \frac{1}{m}\right) p$; & ce verre étant fait également convexe des deux cô-

tés, de forte que le rayon de chaque face $=\frac{11}{10}r$, on aura $\lambda''=$ $1,6298$, d'où le demi-diametre du champ apparent fera $\phi=\frac{1146}{m+1}$ minutes, prenant $\theta'=\frac{1}{3}$.

Si l'on pouvoit exactement exécuter ces mefures, on pourroit prendre $x=0,09p$, ou bien $p=11x$, d'où la longueur de la lunette feroit $=11\left(1+\frac{1}{m}\right)x$, & partant plus petite que dans l'efpece précédente. Mais, fi l'on fe trompoit des termes affectés par $\frac{\lambda''}{m}$, ce qui en pofant $\lambda''=1$ & $m=50$ feroit une erreur de $\frac{1}{283}$ fur les rayons entiers, il faudroit prendre $p=30x$, & partant fi l'erreur ne montoit qu'à $\frac{1}{100}$, $p=42x$, & pour une multiplication quelconque $p=42x\sqrt[3]{\frac{m}{50}}=12x\sqrt[3]{m}$: donc la longueur de la lunette $=12\left(1+\frac{1}{m}\right)x\sqrt[3]{m}$ ou $2\frac{1}{2}$ fois plus petite qu'au cas de deux verres.

Remarque. Ce font les efpeces principales de la première hypothefe, dont le caractere eft, que les deux verres PP & QQ font immédiatement joints enfemble, ou que la diftance AB évanouït. La plûpart de ces efpeces ont un avantage affez confidérable fur les lunettes à deux verres, entant qu'elles font plus courtes, & ce raccourciffement pourroit aller fort loin, fi l'art de polir les verres étoit porté à un plus haut degré de perfection. Cependant on ne gagne rien fur le champ apparent, qui eft le même, que dans les lunettes de deux verres; mais les hypothefes fuivantes fourniront un plus grand champ.

SECONDE HYPOTHESE
où $\pi = \phi$ & $\pi' = \theta'$.

Puisque $\pi = \phi$, on aura $\phi = \frac{\phi + \theta'}{m+1}$, & partant $\phi = \frac{\theta'}{m}$, & le champ apparent eſt un peu plus grand que dans l'hypotheſe précédente. Ayant donc $\pi = \phi$ & $\pi' = m\phi$, nous aurons les déterminations ſuivantes

$$b = -(B+1)p\,;\ \beta = -B(B+1)p\,;\ q = -Bp$$
$$c = r = -\frac{B}{m}p,\ \&\ k = r,$$

& partant les diſtances des verres

$$AB = a + b = -Bp\,;\quad BC = \beta + c = -Bp\left(B+1+\frac{1}{m}\right),$$

d'où il faut encore que l'une ou l'autre des deux quantités B & p ſoit négative ; afin que $-Bp$ devienne une quantité poſitive ; & alors la diſtance AB ſera préciſément égale à la diſtance de foyer du ſecond verre QQ. Outre cela il ſera $r = \frac{q}{m}$, & la longueur de toute la lunette

$$AB + BC = AC = -Bp\left(B+2+\frac{1}{m}\right) = q\left(B+2+\frac{1}{m}\right).$$

Depuis, parce que $-Bp$ eſt une quantité poſitive, il faut que $B+1+\frac{1}{m}$ en ſoit auſſi une: donc, ſi B eſt négatif, il faut qu'il ſoit plus petit que $1+\frac{1}{m}$. Les conditions à remplir ſont $\theta > \frac{B+1}{B}.\frac{x}{p}$ & $\theta' > \frac{1}{B}.\frac{x}{p}$; & la confuſion devient:

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{(B+1)^2}{B^3}[\lambda'(B+1)^2 + \nu B] - \frac{\lambda''}{B^3 m}\right)$$

Enfin

Enfin, pour que la diverse réfrangibilité des rayons ne produise aucun effet sensible, il faut satisfaire à cette équation :

$$-(B+1)+1=0 \quad \text{c. à. d.} \quad B=0$$

ce qui étant impossible, cet effet sera d'autant plus petit, plus on prendra petit le nombre B. Pour déveloper cette hypothese, nous aurons deux cas à examiner; l'un où p est positif, & B négatif: l'autre où p est négatif, & B positif.

Premier cas, p *positif &* B *négatif.*

Posons $B=-n$, pour avoir $q=np$, $r=\frac{np}{m}$, $k=r$; $AB=np$ & $BC=np\left(1+\frac{1}{m}-n\right)$, & la confusion

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda+\frac{\lambda'(n-1)^4}{n^3}-\frac{\nu(n-1)^2}{n^2}+\frac{\lambda''}{n^3 m}\right),$$

où il faut qu'il soit $n<1+\frac{1}{m}$.

IX Espece, posant $n=+\frac{1}{m}$.

Ayant ici $B=-1-\frac{1}{m}$; les déterminations de la lunette seront

$$q=\left(1+\frac{1}{m}\right)p;\quad r=\frac{q}{m};\quad k=r;\quad AB=q=\left(1+\frac{1}{m}\right)p$$
$$\& \quad BC=0,$$

les deux derniers verres QQ & RR sont joints ensemble, & la longueurs de la lunette est $=\left(1+\frac{1}{m}\right)p$. Mais la confusion étant

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda+\frac{\lambda'}{m(m+1)^3}-\frac{\nu}{(m+1)^2}+\frac{\lambda'' mm}{(m+1)^3}\right)$$

puis-

puisque le terme $\frac{\lambda'}{m(m+1)^3}$ eſt extrêmement petit, il eſt indifférent quelle figure qu'on donne au ſecond verre QQ pourvû que ſa diſtance de foyer ſoit $= q = \left(1+\frac{1}{m}\right)p$. On prendra donc $\lambda = 1$ & $p = 30x\sqrt[3]{(m+\lambda'')}$, & la longueur de la lunette ſera la même que d'une lunette à deux verres, le ſeul avantage conſiſtant dans la petite augmentation du champ apparent, laquelle étant inperceptible, l'addition du troiſième verre ne vaut pas la peine.

Remarque. Si l'on met $n = 1$, ou $n < 1$, on n'en retire non plus aucun avantage ſenſible ſur les lunettes à deux verres. La plus avantageuſe poſition ſeroit $n = \frac{2}{3}$, qui rendroit la confuſion plus petite, mais pourtant l'avantage ſeroit extrêmement petit. C'eſt pourquoi je paſſe à l'autre cas contenu dans cette hypotheſe.

Second cas, p *négatif &* B *poſitif.*

Mettons donc $-p$ & $-n$ pour $+p$ & $+n$ dans le cas précédent, pour avoir :

$$B = n\,;\quad q = np\,;\quad r = \frac{np}{m}\,;\quad k = r\,;$$

$$AB = np\,;\quad BC = np\left(1+n+\frac{1}{m}\right),$$

& la confuſion

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{\lambda'(n+1)^4}{n^3} - \frac{\nu(n+1)^2}{nn} - \frac{\lambda''}{n^3 m}\right),$$

& laquelle, pour qu'elle puiſſe être réduite à rien, & que la valeur de λ ne devienne pas très grande, nous n'aurons qu'une eſpece à déveloper, qui eſt la

X Espece, posant $n = 3$.

Ayant donc $B = 3$; $q = 3p$; $r = \frac{3p}{m}$; $k = r$;

$AB = 3p$; $BC = 3p\left(4 + \frac{1}{m}\right)$; $\theta > \frac{4}{3}.\frac{x}{p}$; & $\theta' > \frac{1}{3}.\frac{x}{p}$

de sorte que la longueur de toute la lunette est $AC = 3p\left(5 + \frac{1}{m}\right)$

la confusion sera $\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{256}{27}\lambda' - \frac{16}{9}\nu - \frac{\lambda''}{27m}\right)$.

Pour la réduire à rien soit $\lambda' = 1$, & nous aurons :

$$\lambda = 9,89515 + \frac{\lambda''}{27m}, \quad \text{\& partant}$$

$$\sqrt{(\lambda - 1)} = 2,98247 + 0,00621.\frac{\lambda''}{m},$$

d'où pour le verre PP résulte le rayon de sa face de devant

$$\frac{-p}{1,62740 \pm \left(2,69953 + 0,00562.\frac{\lambda''}{m}\right)} = \frac{+p}{1,07213 + 0,00562.\frac{\lambda''}{m}}$$

& celui de derrière

$$\frac{-p}{0,19078 \mp \left(2,69953 + 0,00562.\frac{\lambda''}{m}\right)} = \frac{-p}{2,89031 + 0,00562.\frac{\lambda''}{m}},$$

& partant le verre PP doit être construit en sorte,

$$\text{le rayon de la face}\begin{cases}\text{de devant} = +\left(0,93272 - 0,00489.\frac{\lambda''}{m}\right)p \\ \text{de derrière} = -\left(0,34598 - 0,00067.\frac{\lambda''}{m}\right)p.\end{cases}$$

A' la distance $AB = 3p$, après ce verre on placera le second QQ dont la distance de foyer est $q = 3p$, &

$$\text{le rayon de la face}\begin{cases}\text{de devant} = 1,81840\,q \\ \text{de derrière} = 0,78849\,q.\end{cases}$$

En-

Enfin à la distance $BC = \left(12 + \frac{3}{m}\right)p$ après ce verre on placera l'oculaire RR, dont la distance de foyer $r = \frac{3p}{m}$, qui étant fait également convexe des deux côtés donnera $\lambda'' = 1,6298$. Il reste donc de déterminer p; or le quart du moindre rayon du verre PP donne $0,086 = \frac{x}{p}$, donc $p = 11x$; & puisque $\theta = 0,197$, cette valeur est plus grande que $\frac{4}{3} \cdot \frac{x}{p}$ comme il faut. Mais prenant $p = 11x$, la longueur de la lunette sera $= \left(165 + \frac{33}{m}\right)x$.

Remarque. Comme cette lunette devient si longue, quoiqu'on réussisse parfaitement dans la construction des verres; elle deviendra excessive, si l'on y commet la moindre faute. Et partant on feroit bien mal, si l'on vouloit faire usage de cette lunette.

TROISIEME HYPOTHESE.
où $\pi = \theta'$ & $\pi' = \theta$.

Cette hypothese fournit sans doute le plus grand champ apparent qu'il soit possible, en n'employant que trois verres: & on aura

$$\Phi = \frac{2\theta'}{m+1}, \quad \text{donc} \quad \pi = \pi' = \frac{m+1}{2}\Phi.$$

La lunette sera déterminée par les formules suivantes:

$$b = \frac{2(B+1)}{Bm-B-2}p; \; q = \frac{2B}{Bm-B-2}p; \; r = -\frac{B}{m}p; \; k = \frac{m+1}{2m}r;$$

$$AB = \frac{B(m+1)}{Bm-B-2}p \; ; \; BC = \frac{B(B+2)(m+1)}{m(Bm-B-2)}p,$$

& toute la longueur $AC = \frac{B(B+m+2)(m+1)}{m(Bm-B-2)}p$.

D'a-

D'abord il faut donc que $\frac{BC}{AB} = \frac{B+2}{m}$, ou $B+2$ soit un nombre positif, & ensuite aussi $\frac{Bp}{Bm-B-2}$. Enfin le champ apparent demande que k, & partant $-Bp$ soit une quantite positive. Donc, puisque Bp est négative, il faut que $B+2-Bm$ soit positive, par conséquent $B+2 > Bm$, & $B < \frac{2}{m-1}$. Donc les limites entre lesquelles le nombre B doit subsister sont $\frac{2}{m-1}$ & -2; d'où il sera ou positif ou négatif: dans le premier cas p doit être une quantite négative, dans l'autre une positive.

Voyons aussi s'il est possible de remplir la condition de la diverse réfrangibilité des rayons, laquelle est contenue dans cette équation:

$$\frac{(B+1)(m+1)}{Bm-B-2} + \frac{m+1}{2m} = 0, \text{ ou } B = -\frac{2m+2}{3m-1}.$$

Donc, puisque cette valeur est comprise entre les limites trouvées, la chose est possible au cas que p est une quantité positive.

Les conditions à remplir sont outre cela $\theta \geq \frac{B+1}{B} \cdot \frac{x}{p}$, & $\theta' > \frac{1}{B} \cdot \frac{x}{p}$, où il faut remarquer, que θ ne sauroit être plus petit que θ'. Enfin la confusion de ces lunettes est:

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{2(B+1)^2\,[\lambda'(B+1)^2+\nu B]}{B^3(B+2-Bm)} - \frac{\lambda''}{B^3 m}\right).$$

Premier cas, p *positif &* B *négatif*.

Soit donc $B = -n$, & le nombre n doit être contenu entre les limites o & 2. Les déterminations de ces lunettes sont

B =

$B = -n : q = \frac{2np}{mn - n + 2}$; $r = \frac{np}{m}$; & $k = \frac{m+1}{2m} r$;

$AB = \frac{n(m+1)}{mn - n + 2} p$; $BC = \frac{n(2-n)(m+1)}{m(mn - n + 2)} p$;

& toute la longueur $AC = \frac{n(m - n + 2)(m+1)}{m(mn - n + 2)} p$,

ensuite $\theta > \frac{n-1}{n} \cdot \frac{x}{p}$ & $\theta' > \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{p}$.

Or la confusion est exprimée en sorte

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{2\lambda'(n-1)^4 - 2\nu n(n-1)^2}{n^3(mn - n + 2)} + \frac{\lambda''}{n^3 m}\right),$$

& si l'on veut éviter la confusion des couleurs, on n'a qu'à prendre $n = \frac{2m-2}{3m-1}$.

XI Espece, posant $n = 2$.

Cette espece donne $B = -2$; $q = \frac{2p}{m}$; $r = \frac{2p}{m}$; & $k = \frac{m+1}{2m} r$;

$AB = \frac{m+1}{m} p$; $BC = 0$ & $AC = \frac{m+1}{m} p$; & $\theta = \theta' > \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{p}$,

or la confusion sera $\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda' - 2\nu}{8m} + \frac{\lambda''}{8m}\right)$,

laquelle ne pouvant évanouïr, on mettra $\lambda = 1$, & pour que les deux verres QQ & RR admettent la plus grande ouverture, on fera l'un & l'autre également convexe des deux côtés, d'où l'on aura

$\lambda'' = 1,6298$; & $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{2,15493}{0,90513} = 2,38080$, donc

$\lambda' = 6,6682$, de sorte que la confusion résulte $= \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(1 + \frac{0,9791}{m}\right)$,

& partant on prendra $p = 30 x \sqrt[3]{(m + 0,9791)}$.

Ayant

Ayant donc pris $x = my$, le premier verre se construira en sorte

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61448\,p \\ \text{de derrière} = 5,24164\,p \end{cases}$

à la distance $AB = \left(1 + \frac{1}{m}\right)p$ on placera les deux verres QQ & RR joints ensemble, tous les deux étant égaux entr'eux, & également convexes de part & d'autre, leur distance de foyer étant $r = \frac{2p}{m}$, le rayon de leur courbure sera $= \frac{11}{5}r = 2,2r$, & le demi-diametre du champ apparent $\Phi = \frac{2\theta'}{m+1} = \frac{2292}{m+1}$ minutes, prenant $\theta = \theta' = \frac{1}{3}$.

Remarque. Cette lunette ne diffère des ordinaires à deux verres, qu'en ce qu'on se sert ici d'un oculaire double, qui double aussi le diametre du champ apparent. Outre cela cette lunette devient aussi tant soit peu plus courte, puisque pour les ordinaires, où le verre oculaire est également convexe des deux côtés, il faut prendre $p = 30x\sqrt[3]{(m + 1,6298)}$; or cette différence ne sauroit être sensible, à moins que les verres ne soient exactement construits sur les régles données.

XII Espece, posant $n = \frac{3}{2}$.

Pour cette espece nous aurons :

$$B = -\frac{3}{2};\ q = \frac{6p}{3m+1};\ r = \frac{3p}{2m};\ k = \frac{m+1}{2m}r;\ \theta > \frac{1}{3}.\frac{x}{p};\ \theta' > \frac{2}{3}.\frac{x}{p}$$

$$AB = \frac{3(m+1)p}{3m+1};\ BC = \frac{3(m+1)p}{2m(3m+1)};\ AC = \frac{3(m+1)(2m+1)}{2m(3m+1)}p,$$

& la confusion : $\frac{\mu m x^8}{4p^3}\left(\lambda + \frac{2\lambda' - 12\nu}{27(3m+1)} + \frac{8\lambda''}{27m}\right)$.

Mais

Mais, pour obtenir le plus grand champ apparent, il faut que les deux verres QQ & RR soient également convexes des deux côtés, & tant le rayon des deux faces du verre QQ $= \frac{11}{10}q$, & du verre RR $= \frac{11}{10}r$. Alors on aura $\lambda'' = 1,6298$, & pour le verre QQ

$$\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{1,43662(1 - B)}{2.0,90513(1 + B)} = 0,39680 \text{ \& } \lambda' = 16,7450$$

donc la confusion

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{1,1367}{3m+1} + \frac{0,4829}{m}\right) = \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{0,8618}{m} - \frac{0,1263}{mm}\right),$$

on prendra donc $\lambda = 1$, &

$$p = 30x\sqrt[3]{\left(m + 0,8618 - \frac{0,1263}{m}\right)},$$

& on aura pour la construction du verre PP

le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,61448p \\ \text{de derrière} = 5,24164p. \end{cases}$

Or, si m est un nombre médiocrement grand, on connoitra plus aisément les mesures de ces lunettes par les formules suivantes

$$q = \frac{2p}{m} - \frac{2p}{3mm};\ r = \frac{3p}{2m};\ AB = \left(1 + \frac{2}{3m} - \frac{2}{9mm}\right)p;$$

$$BC = \left(\frac{1}{2m} + \frac{1}{3mm}\right)p;\ \text{donc } AC = \left(1 + \frac{7}{6m} + \frac{1}{9mm}\right)p,$$

& partant cette lunette est un peu plus longue, qu'une de deux verres, si p a la même valeur, mais ici elle peut être prise un peu plus petite.

XIII Espece, posant $n = 1$.

Cette position fournit les déterminations suivantes:

$$B = -1;\ q = \frac{2p}{m+1};\ r = \frac{p}{m};\ k = \frac{m+1}{2m}r;\ \theta > 0;\ \theta' > \frac{x}{p};$$

$$AB = p;\quad BC = \frac{p}{m}\quad \&\quad AC = \left(1 + \frac{1}{m}\right)p.$$

Le second verre QQ se trouve donc ici précisément dans le foyer commun des verres PP & RR, & ne change rien dans la confusion, qui est $\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda''}{m}\right)$.

Donc on prendra $\lambda = 1$, & afin qu'on obtienne le plus grand champ, on fera les deux verres QQ & RR également convexes des deux côtés, d'où l'on aura $\lambda'' = 1,6298$.

Et partant, ayant pris $x = my$, on posera $p = 30x\sqrt[3]{(m + 1,6298)}$, & pour le verre objectif PP on aura

le rayon de la face $\begin{cases}\text{de devant} = 0,61448\,p \\ \text{de derrière} = 5,24164\,p.\end{cases}$

Précisément au foyer de ce verre, à la distance $AB = p$, on mettra le verre QQ dont la distance de foyer $q = \frac{2p}{m+1}$, & le rayon de chaque face $= \frac{11}{10}q$. Derrière ce verre à la distance $BC = \frac{p}{m}$, on mettra l'oculaire RR, dont la distance de foyer $r = \frac{p}{m}$, & le rayon de chaque face $= \frac{11}{10}r$. On donnera à ces deux verres QQ & RR la plus grande ouverture, dont leur figure est susceptible, & si l'on prend $\theta = \theta' = \frac{1}{3}$ le demi-diametre du champ apparent sera $= \frac{2292}{m+1}$ minutes.

 Re-

Remarque. On transformera donc aisément une lunette ordinaire de deux verres dans cette espece, en plaçant au foyer commun des deux verres un troisième verre convexe, dont la distance de foyer soit à peu près double de celle du verre oculaire RR ; par ce moyen ou doublera le diametre du champ apparent, & en même tems la distance de l'œil derrière le verre oculaire sera réduite à la moitié.

XIV Espece, posant $n = \frac{2(m-1)}{3m-1}$.

Cette espece contient les lunettes, où la confusion des couleurs évanouït : ayant donc $mn - n + 2 = \frac{2m(m+1)}{3m-1}$ les déterminations seront

$$B = -\frac{2(m-1)}{3m-1};\quad q = \frac{2(m-1)p}{m(m+1)};\quad r = \frac{2(m-1)p}{m(3m-1)};\quad k = \frac{m+1}{2m}r$$

$$AB = \frac{m-1}{m}p\;;\quad BC = \frac{4(m-1)}{m(3m-1)}p\;;\quad AC = \frac{3(mm-1)}{m(3m-1)}p,$$

& partant le verre du milieu est ici placé un peu avant le foyer de l'objectif. Or la confusion est

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'(m+1)^3}{8m(m-1)^3} - \frac{\nu(m+1)(3m-1)}{4m(m-1)^2} + \frac{\lambda''(3m-1)^3}{8m(m-1)^3}\right),$$

où si l'on fait les verres QQ & RR également convexes des deux côtés pour pouvoir mettre $\theta = \theta' = \frac{1}{3}$, on aura $\lambda'' = 1{,}6298$ & $\lambda' = 16{,}7450$. Donc, si nous regardons le nombre m comme très grand, & que nous posions $\lambda = 1$, la confusion sera

$$\frac{\mu x^3}{4p^3}(m + 7{,}5191) \quad \text{donc} \quad p = 30x\sqrt[3]{(m + 7{,}5191)}:$$

ayant pris $x = my$; alors la construction du verre objectif sera

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = 0{,}61448\,p\\ \text{de derrière} = 5{,}24164\,p.\end{cases}$

Der-

Derrière ce verre à la distance $AB = \left(1 - \frac{1}{m}\right)p$, on placera le verre QQ, dont la distance de foyer $q = \frac{2(m-1)}{m(m+1)}p = \left(\frac{2}{m} - \frac{4}{mm}\right)p$; & le rayon de chaque face $= \frac{11}{10}q$: après celui à la distance $BC = \left(\frac{4}{3m} - \frac{8}{9mm}\right)p$: on mettra le verre RR dont la distance de foyer $r = \frac{2(m-1)}{m(3m-1)}p = \left(\frac{2}{3m} - \frac{4}{9mm}\right)p$, & le rayon de chaque face $= \frac{11}{10}r$. On aura donc $BC = 2r$, & la longueur de toute la lunette sera $= \left(1 + \frac{1}{3m} - \frac{8}{9mm}\right)p$, & partant un peu plus courte, qu'au cas de deux verres.

Second cas, p *négatif &* B *positif*.

Nous n'avons qu'à prendre p & n négatifs dans le cas précédent, & nous aurons :

$$B = n;\ q = \frac{2np}{2+n-mn};\ r = \frac{np}{m};\ k = \frac{m+1}{2m}r;\ \theta > \frac{n+1}{n}\cdot\frac{x}{p};\ \theta' > \frac{1}{n}\cdot\frac{x}{p};$$

$AB = \frac{n(m+1)}{2+n-mn}p$; $BC = \frac{n(2+n)(m+1)}{m(2+n-mn)}p$, donc toute la longueur de la lunette $AC = \frac{n(m+n+2)(m+1)}{m(2+n-mn)}p$. Or la confusion sera

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{2\lambda'(n+1)^4 - 2\nu n(n+1)^2}{n^3(2+n-mn)} - \frac{\lambda''}{n^3 m}\right),$$

Or il faut qu'il soit $n < \frac{2}{m-1}$, & $n > 0$.

XV Espece, posant $n = \frac{3}{2(m-1)}$.

Puisque $n = \frac{3}{2(m-1)}$, on aura $2 + n - mn = \frac{1}{2}$, donc

$$B = \frac{3}{2(m-1)}\ ;\ q = \frac{6}{m-1}p\ ;\ r = \frac{2p}{2m(m-1)}\ ;\ k = \frac{m+1}{2m}r;$$

$$AB = \frac{3(m+1)}{m-1}p;\ BC = \frac{3(4m-1)(m+1)}{2m(m-1)^2}p;\ \theta > \frac{2m+1}{3}\cdot\frac{x}{p};\ \theta' > \frac{2m-2}{3}\cdot\frac{x}{p},$$

& la longueur de la lunette $AC = \frac{3(m+1)(2mm+2m-1)}{2m(m-1)^2}p$.

Or la confusion étant

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{2\lambda'(2m+1)^4}{27(m-1)} - \frac{4}{9}\nu(2m+1)^2 - \frac{8\lambda''(m-1)^3}{27m}\right)$$

devient si excessivement grande, qu'on ne sauroit en aucune maniere faire usage de cette espece. Et il en est de même de toutes les autres valeurs, qu'on pourroit donner à n.

QUATRIEME HYPOTHESE
$B + 1 = 0$.

Cette hypothese comprend en général tous les cas, où le second verre se trouve au foyer de l'objectif, & on aura:

$$B = -1;\ b = 0;\ q = \frac{\Phi}{\pi}p;\ r = \frac{p}{m};\ AB = p;\ BC = \frac{p}{m};\ \&\ k = \frac{\pi'}{\Phi}\cdot\frac{r}{m}$$

& la confusion

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda''}{m}\right) \quad \text{donc} \quad p = 30x\sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')}$$

tout comme dans le cas de deux verres; & le verre oculaire se trouve aussi à la même distance. Le verre du milieu QQ ne change rien, ni dans la multiplication, ni dans la confusion: mais son effet consiste dans le champ apparent, & le lieu de l'œil. Si le verre du milieu étoit con-

concave, & partant π négatif, le champ apparent en feroit diminué, or s'il eft convexe, & plus grand que l'oculaire, il l'augmente, & s'il eft plus petit, il le diminue, ce qu'on verra plus clairement par les cas fuivant :

I. $\pi = 0$; $\pi' = (m+1)\phi$; donc $\phi = \frac{\pi'}{m+1} = \frac{\theta'}{m+1}$

Or $q = \infty$; & $k = \frac{m+1}{m} r$

II. $\pi = \frac{m+1}{10}\phi$; $\pi' = \frac{9(m+1)}{10}\phi$; donc $\phi = \frac{10\theta'}{9(m+1)}$

Or $q = \frac{10p}{m+1}$; & $k = \frac{9(m+1)}{10m} r$

III. $\pi = \frac{m+1}{5}\phi$; $\pi' = \frac{4(m+1)}{5}\phi$; donc $\phi = \frac{5\theta'}{4(m+1)}$

Or $q = \frac{5p}{m+1}$; & $k = \frac{4(m+1)}{5m} r$

IV. $\pi = \frac{3(m+1)}{10}\phi$; $\pi' = \frac{7(m+1)}{10}\phi$; donc $\phi = \frac{10\theta'}{7(m+1)}$

Or $q = \frac{10p}{3(m+1)}$; & $k = \frac{7(m+1)}{10m} r$

V. $\pi = \frac{2(m+1)}{5}\phi$; $\pi' = \frac{3(m+1)}{5}\phi$; donc $\phi = \frac{5\theta'}{3(m+1)}$

Or $q = \frac{5p}{2(m+1)}$; & $k = \frac{3(m+1)}{5m} r$

V. $\pi = \frac{m+1}{2}\phi$; $\pi' = \frac{m+1}{2}\phi$; donc $\phi = \frac{2\theta'}{m+1} = \frac{2\theta}{m+1}$.

Or $q = \frac{2p}{m+1}$; & $k = \frac{m+1}{2m} r$

VI.

VI. $\pi = \frac{3(m+1)}{5}\Phi$; $\pi' = \frac{2(m+1)}{5}\Phi$; donc $\Phi = \frac{5\theta}{3(m+1)}$.

Or $q = \frac{5p}{3(m+1)}$; & $k = \frac{2(m+1)}{5m}r$

VII. $\pi = \frac{7(m+1)}{10}\Phi$; $\pi' = \frac{3(m+1)}{10}\Phi$; donc $\Phi = \frac{10\theta}{7(m+1)}$

Or $q = \frac{10p}{7(m+1)}$; & $k = \frac{3(m+1)}{10m}r$

VIII. $\pi = \frac{4(m+1)}{5}\Phi$; $\pi' = \frac{m+1}{5}\Phi$; donc $\Phi = \frac{5\theta}{4(m+1)}$

Or $q = \frac{5p}{4(m+1)}$; & $k = \frac{m+1}{5m}r$

IX. $\pi = \frac{9(m+1)}{10}\Phi$; $\pi' = \frac{m+1}{10}\Phi$; donc $\Phi = \frac{10\theta}{9(m+1)}$

Or $q = \frac{10p}{9(m+1)}$; & $k = \frac{m+1}{10m}r$

X. $\pi = (m+1)\Phi$; $\pi' = 0$; donc $\Phi = \frac{\theta}{m+1}$

Or $q = p$; & $k = 0r$.

Remarque. Si nous regardons au champ apparent les eſpeces XII, XIII, & XIV, paroiſſent les plus avantageuſes pour la pratique, mais ſi nous regardons au racourciſſement des lunettes, les eſpeces de la première hypotheſe méritent la preference, où les deux verres PP & QQ ſont immédiatement joints enſemble. Mais, puisque les verres ont toujours quelque épaiſſeur, qui rendent cette hypotheſe impraticable à la rigueur, il ſera bon de déveloper auſſi de telles hypotheſes, où l'intervalle entre les deux premieres verres PP & QQ devienne fort petit, ce qui arrive lorsqu'on ſuppoſe $\pi = \frac{1}{m}$, ou en général $\pi = \frac{\alpha}{m}$.

CIN-

CINQUIEME HYPOTHESE

ou $\pi = \frac{\alpha}{m}\phi$ & $\pi = \frac{mm + m - \alpha}{m}\phi$.

Puisque π eſt ſuppoſé fort petit, on aura $\pi' = \theta'$, & partant

$\phi = \frac{m\theta'}{mm + m - \alpha}$. Ayant donc $\frac{\pi}{\phi} = \frac{\alpha}{m}$ & $\frac{\pi'}{\phi} = \frac{mm + m - \alpha}{m}$

les déterminations de ces lunettes ſont:

$$q = \frac{Bm}{B\alpha - Bm - m}p\,;\; r = -\frac{Bp}{m}\,;\; k = \frac{mm + m - \alpha}{mm}r\,;$$

$$AB = \frac{B\alpha}{B\alpha - Bm - m}p\,;\; BC = \frac{B(B+1)m}{B\alpha - Bm - m}p - \frac{Bp}{m}\,;$$

$$\text{ou} \quad BC = \frac{B[(B+1)m(m+1) - B\alpha]}{m(B\alpha - Bm - m)}p.$$

Il faut donc qu'il ſoit $(B+1)m(m+1) > B\alpha$, & $\frac{B\alpha p}{B\alpha - Bm - m}$ une quantité poſitive. Or, afin que k en ſoit auſſi une, la quantité $-Bp$ doit être poſitive, & partant auſſi $\frac{-\alpha}{B\alpha - Bm - m}$, ou bien $(B+1)m - B\alpha$: mais ſi celle-cy eſt poſitive, la premiere condition y eſt déjà compriſe. Les conditions principales à remplir ſont donc:

$$-Bp > 0 \quad \& \quad (B+1)m > B\alpha\,; \qquad \& \text{ la confuſion}$$

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{(B+1)^2 m[\lambda'(B+1)^2 + \nu B]}{B^3[(B+1)m - B\alpha]} - \frac{\lambda''}{B^3 m}\right).$$

Premier cas, p *positif* & B *négatif*.

Posons $B = -n$ pour avoir :

$$q = \frac{mnp}{m + an - mn} \; ; \quad r = \frac{np}{m} \; ; \quad k = \frac{mm + m - a}{mm} r \; ;$$

$$AB = \frac{anp}{m + an - mn} \; ; \; BC = \frac{n[(1-n)m(m+1) + an]}{m(m + an - mn)} p \; ;$$

$$\theta > \frac{n-1}{n} \cdot \frac{x}{p} \quad \& \quad \theta' > \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{p}.$$

Il faut donc qu'il soit $n < \frac{m}{m-a}$, & $n < \frac{m(m+1)}{m(m+1)-a}$; mais on doit prendre $n < 1$, puisque le cas $n = 1$ ne donne pas l'intervalle AB petit. Ensuite la confusion est :

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{(1-n)^2 m[\lambda'(1-n)^2 - \nu n]}{n^3[(1-n)m + an]} + \frac{\lambda''}{n^3 m}\right),$$

où nous n'avons qu'une espece à considérer, puisque n doit être pris entre les limites 1 & 0.

XVI Espece, où $n = \frac{1}{2}$.

Nous aurons donc pour les déterminations de cette espece

$$B = -\frac{1}{2} \; ; \; q = \frac{m}{m+a} p \; ; \; r = \frac{p}{2m} \; ; \; k = \frac{2m(m+1) - a}{2\,mm} r \; ;$$

$$AB = \frac{ap}{m+a} ; \; BC = \frac{m(m+1) + a}{2m(m+a)} p \; ; \; \theta > \frac{x}{p} ; \; \& \; \theta' > \frac{2x}{p},$$

& la confusion $\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda' m - 2\nu m}{m+a} + \frac{8\lambda''}{m}\right)$.

Pour la rendre aussi petite qu'il est possible, posons $\lambda = 1$, & $\lambda' = 1$, & prenons $p = 30x\sqrt[3]{\left(\frac{1,53462\,mm + am}{m+a} + 8\lambda''\right)}$,

ou

ou à peu près $p = 30x\sqrt[3]{(1,53462m - 0,53462\alpha + 8\lambda'')}$,
d'où la longueur de toute la lunette devient :

$$AC = \frac{m(m+1) + \alpha(2m+1)}{2m(m+\alpha)} p = \frac{m+1+\alpha}{2m} p, \text{ à peu près.}$$

Prenons pour α une fraction assez petite, pour que les deux verres PP & QQ se touchent presque : & que le verre oculaire RR soit également convexe des deux côtés : on aura $\lambda'' = 1,6298$. Donc, après avoir pris $x = my$, il faut prendre

$$p = 60x\sqrt[3]{(0,19183m + 1,6298 - 0,06683\alpha)},$$

& le verre objectif PP doit être formé en sorte :

$$\text{rayon de la face} \begin{cases} \text{de devant} = 0,61448p \\ \text{de derrière} = 5,24164p. \end{cases}$$

Après ce verre à la distance $AB = \frac{\alpha p}{m+\alpha}$ on placera le verre QQ, dont la distance de foyer soit $q = \frac{m}{m+\alpha}$, & la construction

$$\text{le rayon de la face} \begin{cases} \text{de devant} = +\ 0,32637q \\ \text{de derrière} = -\ 0,80267q. \end{cases}$$

Enfin, après ce verre, à la distance $BC = \frac{m(m+1)+\alpha}{2m(m+\alpha)} p$, on mettra le verre oculaire RR, dont la distance de foyer $r = \frac{p}{2m}$, qui soit également convexe des deux côtés, & le rayon de chacun $= \frac{11}{10} r$.

Remarque. Cette lunette est en même tems la plus courte dans son espece, & convient avec l'espece V : & puisque les deux verres PP & QQ sont fort à peu près les mêmes que là, on voit qu'un petit éloignement entre ces deux verres ne nuit rien dans les avantages de ces lunettes.

Se-

Second cas, p *négatif & B positif.*

Nous n'avons qu'à changer les signes des lettres p & n dans les formules du cas précédent pour avoir

$$B = n;\; q = \frac{mnp}{m(n+1) - \alpha n};\; r = \frac{np}{m};\; k = \frac{m(m+1) - \alpha}{mm} r;$$

$$AB = \frac{\alpha n p}{m(n+2) - \alpha n};\; BC = \frac{n[(n+1)m(m+1) - \alpha n]p}{m[(n+1)m - \alpha n]};$$

$$\theta > \frac{n+1}{n} \cdot \frac{x}{p} \quad \& \quad \theta' > \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{p},$$

d'où il est clair que les distances AB & BC sont toujours positives, pourvû que α soit un nombre plus petit que m. Or la confusion est

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{m(n+1)^2[\lambda'(n+1)^2 + \nu n]}{n^3[(n+1) - \alpha n]} - \frac{\lambda''}{n^3 m}\right),$$

laquelle peut aisément être réduite à rien. Mais il est aisé de voir qu'on en tire les mêmes déterminations que s'il y avoit $\alpha = 0$, de sorte que les especes de la premiere hypothese puissent subsister quoique les deux verres PP & QQ ne soient pas immédiatement joints ensemble, mais qu'on laisse entr'eux quelque petit intervalle. Et partant il seroit superflu, d'en rapporter des exemples.



MÉ-



ad
Indiger
D. 30° E
D. 10° E
D. 5° E
Sikoko I.
Formosa
CANCRI
ÆQUINOCTIALIS
Nova Brittannia
Hoglande
D. 10° O
D. 12° O
D. 15° O
Korn I.
ORIENTALIS
DE GASCAR
Arnhems Land
NOVA HOLLANDIA
CAPRICORNI
Terra Lewin
I. Amsterdam
I. de S. Paul
I. S. Pedro
I. S. Francisci
D. 20° O
D. 30° O
P. Nachtigall
D. 25° O
I. Vander Lin
ANTARCTICUS

Tab. I. ad pag. 375.

A b c B C a

Fig. I.

P A F E L B p

Fig. II.

P D A L Z O l B C p

Fig. III.

P A y x z F v E B p

Fig. IV.

P C A z y x v E y B p

Fig. V.

P C A v F y z B p

Fig. VI.

Fig. VII.

P Declin. 180°. A

Ligne sans declinaison

Declin. 10° E

Declin. 20° E

Declin. 30° E

Declin. 90° E

Declin. 45° E

Declin. 30° E

Declin. 30° E

Declin. 20° E

Declin. 10° E

Declin. 45°

Declin. 90° E

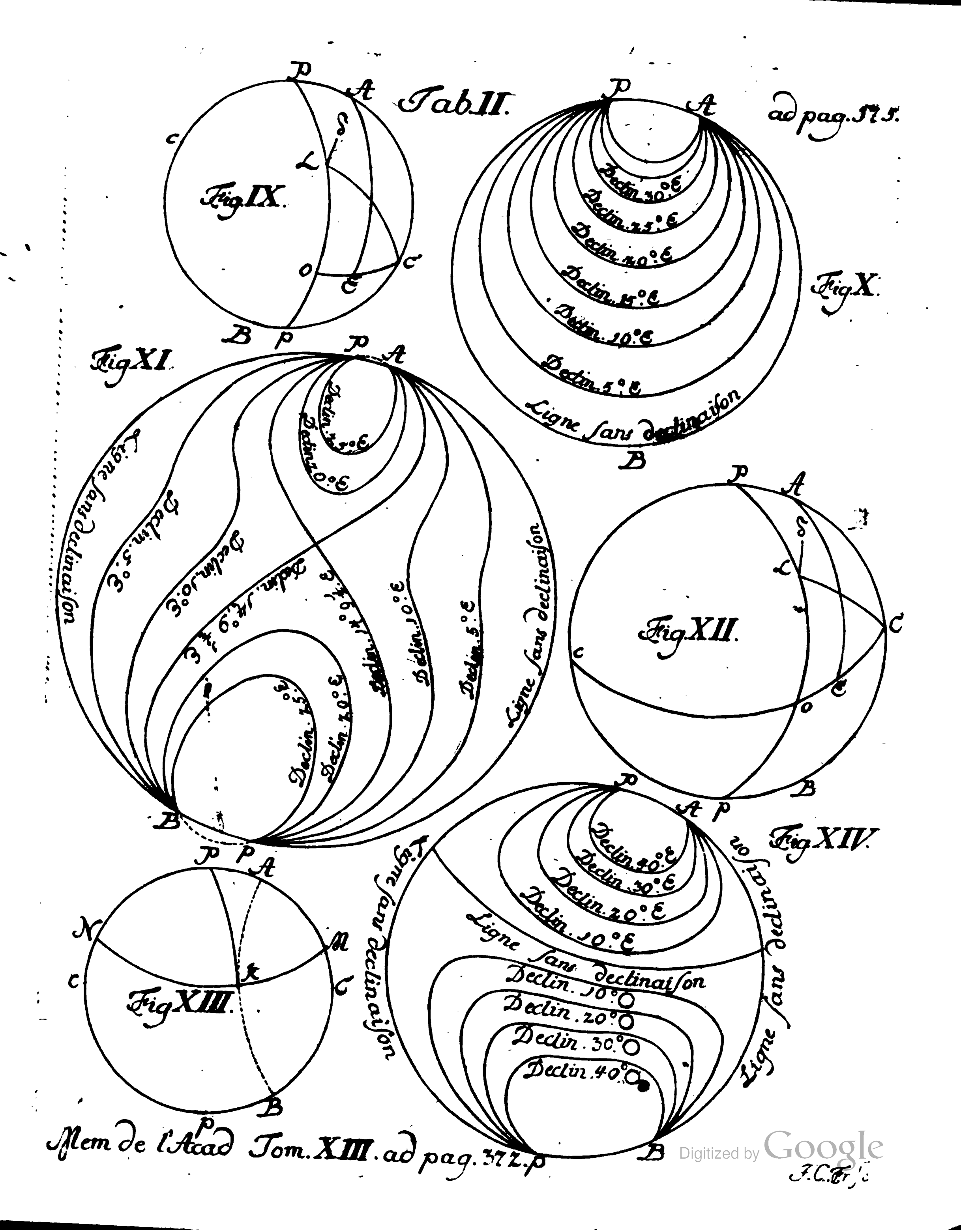
Ligne sans declinaison

B Declin. 180°. p

Fig. VIII.

c A L O B C

J.C.Fr. sc.


Tab. II.
ad pag. 375.
Fig. IX.
Fig. X.
Declin. 30° E
Declin. 25° E
Declin. 20° E
Declin. 15° E
Declin. 10° E
Declin. 5° E
Ligne sans declinaison
Fig. XI.
Ligne sans declinaison
Declin. 5° O
Declin. 10° O
Declin. 15° O
Declin. 20° O
Declin. 25° O
Declin. 15° E
Declin. 10° E
Declin. 5° E
Declin. 20° E
Declin. 25° E
Fig. XII.
Fig. XIII.
Fig. XIV.
Declin. 40° E
Declin. 30° E
Declin. 20° E
Declin. 10° E
Ligne sans declinaison
Declin. 10° O
Declin. 20° O
Declin. 30° O
Declin. 40° O
Mem de l'Acad Tom. XIII. ad pag. 372. p

Tab. III.

ad pag. 232.

ad pag. 175.

Fig. XV.

P A δ L C B a p

F δ C D c d M P A B a b A B

Fig. I.

C D P M A B

Fig. II.

C x y P M A

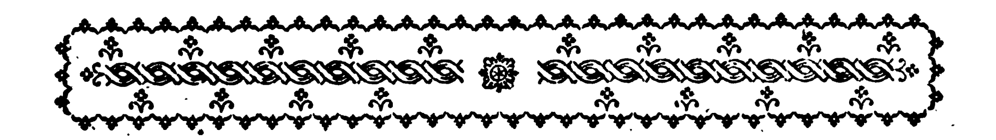
Fig. III.

J. C. Fr. sc.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *



PARALLELE DE DEUX PRINCIPES DE PSYCHOLOGIE.

PAR M. MERIAN.

La première tâche de ceux qui se vouent aux Sciences, c'est d'étudier les sentimens des hommes célebres, qui les ont enrichies par leurs découvertes ; la seconde devroit être de comparer ces sentimens. En les plaçant vis à vis les uns des autres, on apprend à les mieux connoitre, on y remarque des nuances qui échapent lorsqu'on les considere séparément : ils se réfléchissent réciproquement un nouveau jour ; & de leur collision sortent souvent des vûes auxquelles on ne s'attendoit pas. Toutes nos connoissances sont nées de la comparaison.

Cette méthode est du plus grand usage dans les Sciences qui sont le regne des hypotheses. On peut comparer la maniere dont ces hypotheses ont été formées, les propositions qui leur servent de fondement, les conséquences qui en découlent, les explications, plus ou moins heureuses, qu'elles fournissent, en un mot, tous les avantages, & tous les inconvéniens qui y sont attachés. Ces sortes de discussions étendent & fortifient le jugement, elles portent la lumiere dans l'esprit, elles y entretiennent cette précieuse liberté qui est le

plus

plus bel appanage du Philoſophe. Si l'on voit tant de déciſions précipitées, tant d'opiniâtreré pour ou contre un dogme, tant d'admiration ou de mépris, également injuſtes; ce n'eſt peut-être que parce qu'on ne balance pas aſſés les opinions qui diviſent les Sectes, & qu'on ne diſcerne pas le fort & le foible de chacune.

Les Philoſophes qui ſe propoſent l'homme intérieur pour l'objet de leurs recherches, ſe ſont de tout tems empreſſés à découvrir des Principes généraux, où l'on pût réduire toutes les facultés, & toutes les opérations de l'eſprit humain. Aujourd'hui les ſuffrages paroiſſent être partagés entre deux ſentimens, qui l'un & l'autre ſont dignes de toute notre attention. Il y en a qui établiſſent pour Principe *la faculté de ſentir*, d'autres *la force de repréſenter*. En nommant eſſence une idée fondamentale, d'où l'on déduit tout ce qu'un ſujet renferme, l'eſſence de l'ame, ſuivant les uns, conſiſte dans la *Senſation*, ſuivant les autres dans la *Repréſentation*. Les premiers nous définiront des êtres ſentans, les ſeconds, des êtres qui repréſentent. C'eſt de ces deux Principes que j'ai deſſein de faire le Parallele.

La Senſation eſt l'acte de l'ame qui nous eſt le plus familier: ſon idée peut ſe reproduire à chaque moment par l'impreſſion que les objets extérieurs font ſur nos organes. C'eſt de cet acte ſi connu que des Philoſophes modernes ont entrepris de déduire tout ce qui ſe paſſe dans notre ame: ſes diverſes fonctions ne ſont que diverſes façons de ſentir: l'imagination, le ſouvenir, le jugement, les notions abſtraites, & la Raiſon qui les engendre, & l'Intellêt qui les conçoit, le déſir, les paſſions, la volonté, la force motrice; tout cela n'eſt que de la ſenſation: ce ſeul principe épuiſe toute l'œconomie interne.

Ariſtote avoit dit: *Nihil eſt in intellectu quod prius non fuerit in ſenſu;* & c'eſt peut-être le meilleur mot de toute ſa Philoſophie: mais il n'en a donné aucune preuve; & nous ne voyons pas qu'il ait ſuivi la méthode à laquelle cette idée devoit naturellement le conduire. *Locke* a le premier entrepris de la déveloper, & s'en eſt acquitté avec le

le plus grand ſuccès. Son ouvrage eſt un commentaire ingénieux & profond de la maxime que le Philoſophe Grec n'avoit fait qu'énoncer. Cependant ſa théorie ne parut point encore aſſez ſimple : il y reſtoit toujours deux principes ; & il vaudroit mieux qu'il n'y en eût qu'un ſeul.

Un excellent Philoſophe de nos jours a ſimplifié la Théorie de *Locke*. Dans la Philoſophie Angloiſe les ſenſations étoient les matériaux dont la réflexion ſe ſervoit pour élever l'édifice de nos connoiſſances. Chez M. *de Condillac* les ſenſations ſont, tout à la fois, les matériaux & l'architecte. La réflexion elle même n'eſt qu'une maniere de ſentir : la ſenſation devient ſucceſſivement tout ce que nous connoiſſons dans notre ame. Dans une Statue, qui s'anime par degrés, on voit ſe former d'un ſeul & même Principe toutes les facultés, & toutes les opérations de notre Intelligence.

Jettons à préſent un coup d'œil ſur la Théorie, ou ſur le Syſteme des Repréſentations ; que nous devons à un de ces génies ſupérieurs qui ne voyent la Nature qu'en grand, & qui franchiſſant les détails rapportent au monde entier toutes leurs ſpéculations.

Leibnitz, pénétré de l'idée d'une liaiſon univerſelle entre tout ce qui exiſte, prétend que chaque Etre repréſente la Totalité des êtres. Le moindre changement qui arrive dans une ſubſtance eſt un tableau vivant de ce qui arrive dans toutes les autres, & pour l'Intelligence ſupreme c'eſt l'hiſtoire de l'Univers ; Elle y voit ſe concentrer tous les rapports qui enchainent le préſent, le paſſé, & l'avenir. Notre ame eſt une de ces ſubſtances repréſentatrices ; il faut donc que chacun de ſes états, renferme une infinité d'autres états, chacune de ſes perceptions une ſuite infinie d'autres perceptions : chacune eſt, pour ainſi dire, un long raiſonnement dont les termes ſont rapprochés & confondus.

Après avoir tracé ces légeres esquiſſes de ces deux Philoſophies, je vais propoſer deux ſortes de réflexions qui réſultent de leur comparaiſon, des réflexions morales & des réflexions métaphyſiques. Les

premières font aifées & naturelles, les fecondes demandent une étude plus approfondie. Je commencerai par marquer les différens effets que ces Principes, & les doctrines qui en naiffent, me femblent devoir produire fur différentes fortes d'efprits.

I. On fe tromperoit bien fort, fi l'on croyoit que dans l'examen des dogmes & des opinions, le Philofophe a toujours le compas & la fonde à la main; qu'il mefure & qu'il pefe tout à la rigueur, & qu'exempt de prévention, il s'attache par-tout à l'exacte vérité. Cela devroit être, & probablement c'eft là l'intention fincere de tous ceux qui s'engagent dans la carrière de la Philofophie: il n'eft pas à préfumer que perfonne fe plaife dans l'erreur, dans une erreur furtout qui ne lui procure aucun avantage; & affurément que mon ame fente, ou qu'elle repréfente, cela peut m'être fort égal. Auffi dans les Sciences rigoureufement démontrables ne voyons nous pas que l'on s'obftine à foutenir des fauffetés; c'eft que dans ces Sciences la vérité jette un éclat qui diffipe tous les doutes & toutes les ténebres de l'efprit.

Il n'en eft pas ainfi dans ces Sciences moins féveres, dont les objets ont une certaine latitude, fi j'ofe me fervir de ce terme, & où les phénomenes fe prêtent à différentes hypothefes. Là pour l'ordinaire, chacun choifit le point de vûe le plus conforme à fes inclinations, foit naturelles, foit acquifes; c'eft de ce côté là que la balance panche par un mouvement imperceptible, & tel qui croit fe déterminer par raifon, ne fe détermine que par goût.

Les efprits unis, qui aiment la clarté & la fimplicité, les efprits timides, qui s'effrayent de toutes les fpéculations hazardées, ces deux fortes d'efprits, dis-je, donneront toujours la préférence à la Théorie de *Locke*, ou à celle de M. de *Condillac*. Leur entendement, monté fur le même ton, s'y trouve à fon aife; au lieu que le Syfteme de *Leibnitz* eft fi éloigné de leur façon de penfer qu'il ne pourra, tout au plus, leur caufer que de l'étonnement.

M.

M. *de Leibnitz*, qui avoit tous les talens, étoit pour le moins aussi grand Géometre que Philosophe ; mais nous ne voyons pas qu'il ait pû attirer dans son Systeme métaphysique les grands Géometres de son tems. *Bernoulli*, qui entroit avec chaleur dans toutes ses vûes mathématiques, fut de glace pour les Monades, pour l'Harmonie, & pour le meilleur Monde. Et après que M. *de Wolf* eut donné à ces doctrines une forme Géometrique, elles n'ont pas fait plus de fortune chez les Mathématiciens du premier ordre : tout l'art & toute l'autorité de ce célebre Philosophe n'ont pû les faire aller de pair avec les vérités de la Géometrie.

Il est vrai que la Théorie de l'Abbé de *Condillac* n'est pas plus susceptible de démonstration que celle de *Leibnitz ;* & l'on n'a jamais prétendu la démontrer. Mais elle a quelque chose de naturel & de lumineux : l'esprit humain s'y reconnoit : il croit lire ou plûtôt faire sa propre histoire : la Nature y paroit tracer elle-même la route qu'elle tient, & les degrés par lesquels elle nous fait marcher de connoissances en connoissances. Cette Théorie plaira toujours aux Spéculateurs circonspects, & aux Philosophes observateurs.

D'un autre côté tout homme qui a l'esprit élevé & du feu dans l'imagination, se prêviendra aisément en faveur du Systeme *de Leibnitz ;* ce systeme contente ses deux goûts dominans, le goût pour la Philosophie, & le goût pour le sublime.

Que de grands & de magnifiques spectacles ne nous présente-t-il pas ? Une harmonie universelle, le Monde faisant un Tout, où chaque chose est à sa place, chaque être un petit miroir de l'Univers, l'Univers un grand miroir des perfections de l'Etre infini. Enfin, ce qui touche de plus près au sujet que nous traitons, & ce qui en même tems nous intéresse d'avantage, c'est notre propre perfection, comprise dans la perfection générale. Nous portons tous avec nous ce que nous devons être pendant toute l'éternité ; ce germe se dévelope dans une suite d'états par lesquels nous passons, & ne cesserons de pas-

 ser.

fur. C'eft dans ce fens que M. *de Leibnitz* a eu raifon de dire que la mort étoit bannie de fon Syfteme ; elle n'y eft en effet qu'un dévelopement avantageux de nos facultés, qui élargit la fphere de nos connoiffances, de notre activité, & de notre bonheur.

De telles idées font bien propres à enchanter les efprits & à charmer les cœurs. On peut dire que le Syfteme *de Leibnitz*, indépendamment de ce qu'il a de philofophique, forme une très belle Poëfie. Si l'on travailloit fur ce canevas avec le génie & les talens de *Lucrece ;* on feroit un Poëme bien plus brillant que n'en fit cet ancien en exerçant fon pinceau fur le vuide & fur les atomes. Faut il donc s'étonner qu'une imagination auffi ardente qu'étoit celle du Lord *Shaftsbury* ait rencontré la Philofophie de *Leibnitz* dans les airs ? Faut il s'étonner que cette Philofophie ait fi fort échauffé fes Sectateurs, & qu'elle ait fait naître de véritables paffions ?

Il eft, en général, bien difficile qu'avec une forte prédilection pour un Syfteme, le Philofophe puiffe porter un jugement équitable des doctrines qui s'écartent de celles qu'il a embraffées : il ne les voit, pour ainfi dire, que par des rayons rompus dans l'atmofphere qui l'environne, & les vapeurs dont elle eft chargée lui défigurent les objets. Il femble que chaque Secte infpire à fes partifans un tour d'efprit particulier ; & ce tour d'efprit influe dans toutes leurs décifions.

Lorsqu'un Leibnitzien, du haut des Cieux où il eft monté fur les traces de fon maître, jette fes regards fur l'humble & modefte Philofophie de *Locke* & de fes Sectateurs, tout lui paroit fi petit, fi chétif, fi fuperficiel, & fi méprifable, qu'il a de la peine à accorder le nom de Philofophe à qui fe contente de fi peu de chofe. Mais de quel œil penfe-t-il que celui là le contemple à fon tour ? Il le voit comme un Pygmée, guindé fur des échaffes, & fe promenant dans les efpaces imaginaires : ce fyfteme fi fublime & fi célefte, il le traitera fans façon de fable & de Roman philofophique. Injuftice de part & d'autre. Un ob-

observateur exact & judicieux, qui porte le flambeau de l'analyse dans l'esprit humain, remonte à l'origine des idées, en suit les transformations, & s'arrête là où l'expérience lui manque, est aussi peu un esprit superficiel, qu'un génie créateur qui sait étendre les observations & les généraliser, qui sait imaginer des plans & des hypotheses, mettre de l'ordre dans nos connoissances, & en lier les diverses branches, peut passer pour un esprit Romanesque.

Chacune de ces philosophies à son mérite propre: *Locke* est plus circonspect; *Leibnitz* est plus hardi: Ils sont profonds l'un & l'autre, mais celui-ci joint à la profondeur une conception très vive & très vaste. *Locke* & M. *de Condillac* ont mis dans leurs tractations plus de dévelopement, parce qu'ils se sont resserrés dans une sphere plus étroite; au lieu que la Philosophie Leibnitzienne, qui ramene toutes les connoissances aux mêmes principes généraux, doit être vûe en grand, & n'est pas également satisfaisante pour les détails. Si *Leibnitz* s'étoit trompé, ce seroit pour s'être laissé emporter au feu de son génie, & à l'amour du Systeme universel. Si *Locke* & son Sectateur sont tombés dans l'erreur, ce n'est que pour s'être écartés de leur propre méthode, en substituant des conjectures à des observations. Enfin les ouvrages de ces Philosophes sont excellens, chacun dans son genre; & tant qu'il restera du goût pour les bonnes & belles choses, ils ne manqueront jamais d'admirateurs.

II. Mais considérons nos deux Principes de plus près: portons-y un coup d'œil philosophique, & pour cet effet dépouillons nous de toute prévention, autant que la foiblesse humaine le permet.

A' la premiere vûe on croit appercevoir entre eux une différence qui va jusqu'à la contrariété. Ils se fondent sur deux opérations de l'ame que les Philosophes ont toujours eu grand soin de distinguer, l'un sur la sensation, l'autre sur une espece de raisonnement: nous avons remarqué plus haut que la Représentation Leibnitzienne implique toujours un raisonnement, plus ou moins dévelopé: chaque chan-

gement qui arrive à nos ames & à toutes les substances, peut être envisagé comme la conclusion d'un syllogisme, & comme la proposition fondamentale d'un nouveau syllogisme : chaque état de l'ame, chaque perception se rapporte à l'univers entier ; c'est ce qu'on apelle *représenter*.

Notre ame sent, notre ame raisonne : l'expérience nous y découvre l'une & l'autre de ces facultés. Mais laquelle des deux est subordonnée à l'autre ? Sentir, est ce une façon de raisonner ? Ou bien raisonner, est ce une façon de sentir ? On pourroit réduire toute la question à ce point de vûe ; car ne peut on pas dire dans un sens que M. *de Leibnitz* change les sensations en raisonnemens, & M. *de Condillac* les raisonnemens en sensations ?

Descartes avoit dit : Donnez-moi de la matiere & du mouvement ; & je ferai un monde. Donnez-moi la faculté de sentir, dit M. de *Condillac*, & je ferai un homme. Son dessein est de montrer qu'il n'y a rien en nous qui ne soit sensation.

L'Induction sur laquelle ce philosophe fonde sa théorie, en est sans doute la plus forte preuve ; mais indépendamment de cette Induction, il y a bien des choses à dire en sa faveur.

Toutes nos connoissances commencent par la sensation ; cette vérité est généralement reçûe de nos jours. Or si le Principe de l'ame doit consister dans quelque acte que nous voyons exercer à l'ame : c'est déja une présomtion favorable pour celui-ci d'être le premier en date.

Si nous sommes une fois bien persuadés que les Sensations sont le commencement de nos connoissances ; il ne nous reste qu'un pas à faire pour nous persuader que toutes nos connoissances sont des sensations. Il est même assez difficile à concevoir qu'ayant d'abord été des sensations, elles ayent pû devenir autre chose ; ce ne seroit pas là un changement ; ce seroit une transformation magique : il faudroit que la sensation eût péri, & que l'idée qui lui succede eût été tirée du

du néant ; & il ſeroit faux que toutes nos connoiſſances prennent leur origine des ſens.

Dira-t-on que la Senſation ne change pas elle même de nature ; mais que l'eſprit en tire des modifications d'une nature différente ? Je demande, quel eſprit ? Celui qui vient de ſentir ? Comment les tire-t-il ? Eſt ce en ſentant ? Mais en ſentant il ne produit que des ſenſations. Eſt-ce d'une autre façon ? Mais il lui faut donc un ſecond principe, qui n'ait rien de commun avec la faculté de ſentir : & ſuppoſé que ce ſecond principe puiſſe agir ſur nos ſenſations, il n'en tirera pourtant jamais ce qui n'y eſt pas : il devroit donc le tirer d'une autre ſource, & il ſeroit encore faux que les ſens ſont la ſource de toutes nos connoiſſances. D'ailleurs cette multiplicité de Principes eſt également rejettée dans les deux hypotheſes que nous comparons ; elle ſemble répugner à la nature ſimple des Intelligences.

Enfin, la Repréſentation Leibnitzienne, de quelque maniere qu'on l'explique, eſt quelque choſe de plus compliqué que la ſimple ſenſation ; elle ſuppoſe des liaiſons & des rapports qui paroiſſent à leur tour ſuppoſer des ſenſations. Il ſemble que l'on peut ſentir ſans repréſenter ; mais on ne conçoit gueres que l'ame puiſſe repréſenter, ni exercer aucune de ſes fonctions, ſi les ſens ne lui en fourniſſent l'étoffe. De ſorte qu'à tout prendre, la Senſation doit toujours précéder la Repréſentation, du moins *in ordine naturæ*.

Je penſe qu'on peut conclure de ces reflexions que, tant que nous ne ſortons pas de nous-mêmes, la Théorie des Senſations eſt plus propre à nous expliquer l'œconomie de l'eſprit humain, & à nous déveloper notre être. Mais en ſera-t-il de même lorsque nous conſidérerons l'homme dans ſa grande chaine, dont il fait partie ? J'avoue qu'ici le Syſteme *de Leibnitz* me ſatisfait d'avantage.

Si nous cherchons un Principe commun à tous les êtres, je doute fort que celui des Senſations puiſſe remplir notre attente : il ſe bor-

borne à l'homme & aux animaux ; les Intelligences pures, s'il y en a, & le souverain Esprit, dont l'existence est indubitable, n'y sauroient être compris. Les Monades Leibnitziennes de la dernière classe ne s'y prêteroient guères mieux ; car, quoiqu'on leur attribue une maniere de sentir ; ce n'est pourtant pas celle dont M. *de Condillac* se sert pour animer sa statue.

Après avoir bien balancé ces deux Théories, j'oserai dire que si celle de *Leibnitz* explique plus de choses, celle de M. *de Condillac* nous fait voir plus clair dans le petit espace qu'elle embrasse. On pourroit ajoûter qu'elle paroit plus naturelle & moins recherchée. Le Principe de *Leibnitz* a peut-être un peu trop l'air d'une abstraction, forgée dans le dessein de faire un Système. Si je le considere comme un effort de génie, je ne saurois lui refuser mon admiration : si je réfléchis sur ses apprêts artificiels, il m'inspire de la défiance.

Mais après tout, y auroit-il une opposition réelle entre ces deux Théories ? Ne pourroient-elles pas subsister ensemble, se concilier, & peut être se fondre dans un même corps de doctrine ?

Qu'est-ce qui empêche notre ame de représenter par des Sensations ? Et qu'est-ce qui empêche tous les êtres créés de se représenter de la même façon ? Il n'y auroit qu'à supposer que toutes leurs opérations se réduisent à sentir, supposition moins étrange peut-être qu'elle ne le paroit. Et quand même il y auroit des Intelligences qui peuvent se passer de Sensations, & dont les conceptions épurées ne tiennent à rien de matériel ; soit : elles représenteront à leur maniere ; tandis que nous représenterons à la nôtre. Chacun représentera comme il pourra, nos ames terrestres & grossieres par des sensations ; les esprits purs par des notions dégagées des sens & de la matiere.

On m'objectera que l'acte de Représentation implique déjà par lui-même quelque chose de plus fin & de plus intellectuel, des rapports d'idées abstraites, des raisonnemens en un mot. Je réponds que cela

cela n'affecte point la question. Toutes ces choses pourront demeurer. Si M. *de Condillac* les explique à sa maniere; c'est sans préjudicier à la Représentation : il ne bannit ni la raison, ni les notions abstraites, ni les rapports; il se contente de réduire l'une à une suite de sensations, les autres à des signes, soit naturels, soit conventionnels. Plusieurs Leibnitziens panchent vers la même opinion; & au fond qu'est-ce que cela fait au pouvoir de représenter? Les matériaux nécessaires à la Représentation subsistent: l'effet est toujours le même, & la beauté de l'Univers n'en souffre pas.

Peut être n'ai-je pas assez dit. Loin de contrarier la Philosophie de M. *de Condillac*, celle de *Leibnitz* renferme des doctrines qui rapprochent considérablement le Principe de la Représentation de celui des Sensations. Tous les esprits finis ont besoin d'un corps, c'est à dire d'un *Type* d'après lequel ils représentent l'Univers: ce sentiment, déjà très plausible par lui même, le Systeme de *Leibnitz* le met dans un fort beau jour. Mais recevoir des impressions, ou représenter dans un corps, ou par le moyen d'un corps, n'est-ce pas sentir? La Sensation est donc essentielle à tout esprit fini, qui sans elle ne sauroit représenter le monde. Qu'on juge après cela, si pour le fond des choses, il peut rester un grande distance entre ces deux Philosophies: ne sembleroit il pas que *Leibnitz* nous conduit *a priori*, où M. *de Condillac* est parvenu par voye d'Induction?

Les Matérialistes croyent avoir tout gagné quand on leur accorde que toutes les facultés de l'ame se réduisent aux sens; & les Spiritualistes croiroient nuire essenticllement à leur cause en faisant cette concession. Préjugé de part & d'autre. On ne prouvera jamais qu'il soit plus facile à la matiere de sentir que de raisonner: & puis qu'est-ce que cette matiere dont les uns sont si amoureux, & que les autres ont si fort en aversion? Nous ne la connoissons que comme un assemblage de Sensations. L'erreur du Matérialisme c'est de confondre l'Etre sentant avec quelques unes de ses Sensations particulieres, un état

 de

de l'ame avec l'ame elle même. Si je suis une Sensation, laquelle voulez-vous que je sois? Si je suis un assemblage de Sensations; quel assemblage? Il y a autant de raison de dire que je suis le blanc ou le noir, le chaud ou le froid, le dur ou le mou, ou tout cela ensemble, que de dire que je suis l'étendu ou le solide; tout cela c'est des sensations que j'éprouve; ce n'est donc pas moi même; je ne puis cesser d'être moi; & il n'y a aucune de ces choses que je ne puisse cesser d'être.

Il y a un autre préjugé contre l'acte de sentir: on le regarde comme un acte très bas & très ignoble: nous le partageons avec les brutes; comment la Raison, cette grande prérogative de l'homme, ce présent du Ciel, cette parcelle de l'Intelligence divine, ne seroit-elle qu'un tissu de Sensations? Ceci n'est que de la pure déclamation. La Raison n'est recommandable que par les lumieres dont elle orne notre esprit, & par l'influence qu'elle a sur nos mœurs; & pourvû que nous en tirions ces avantages, que nous importe de quoi sont faits nos raisonnemens? Aucun Philosophe ne prétend que la Raison soit un don miraculeux: mais si elle est une faculté naturelle, quelle prééminence a-t-elle, à cet égard, sur la faculté de sentir? Quand elle ne seroit que de la sensation; en seroit elle un bien moins précieux? Nous éleveroit-elle moins au dessus des animaux qui n'en jouissent pas, ou qui n'en jouissent pas dans le même degré?

Je reviens à mon Parallele; si tant est que je m'en sois écarté.

Presque tous les Philosophes sont partis de l'hypothese, que la Nature est simple & uniforme dans ses productions, qu'elle n'a qu'une seule méthode, que dans tout ce qu'elle opere, elle suit des loix constantes & invariables; Ils ont crû l'imiter en simplifiant leurs spéculations. Ces tentatives sont très louables assurément; mais comme notre esprit est trop borné pour embrasser, dans toute son étendue, ce vaste & magnifique plan où nous supposons que l'unité domine, comme nous ne découvrons que par-ci par-là quelques anneaux déta-

chés de la chaîne des êtres ; il en arrive que nos Principes se trouvent souvent en défaut. Après plusieurs applications assez heureuses une rencontre sinistre vient nous arrêter ; tantôt c'est un phénomene qui refuse de se plier à notre Systeme, tantôt c'est un vuide qu'il faut combler : mille accidens, imprévûs & inattendus, menacent de renverser l'édifice sur ses fondemens. Tous les Systemes ont leurs *Besoins* ; plus ils sont vastes, plus ils en ont ; les plus spécieux sont ceux où les besoins sont le mieux remplis, ou le plus adroitement déguisés.

Pour obvier à cet inconvénient, les Spéculateurs se sont servi de toute sorte de remedes, & l'imperfection de l'entendement humain suffit pour les excuser ; on leur doit même de l'estime à proportion de l'industrie avec laquelle ils ont sû pourvoir aux différentes nécessités. Mais d'un autre côté un Philosophe impartial peut se permettre l'innocente curiosité de remarquer ces parties foibles de leurs Spéculations, & de comparer les divers moyens dont on fait usage pour les rajuster. Ce Spectacle n'est pas de pur amusement ; il peut fournir des Mémoires instructifs pour l'Histoire de l'esprit humain.

Je ne craindrai donc pas de dire que dans la Métaphysique & surtout dans la Psychologie de *Leibnitz* les perceptions obscures ne sont là que pour faire disparoitre les intervalles. Nous ne nous sommes formé l'idée de la Perception que d'après ce que nous avons apperçu : Ainsi lorsqu'on appelle Perception un acte de l'ame qui ne nous fait rien appercevoir, il est clair qu'on ne fait que transporter le nom d'une chose connue à une chose non seulement inconnue mais encore inconcevable ; & par là ce nom, n'ayant plus d'idée qui lui soit attachée, perd toute signification.

Le besoin perce ici à travers tous les travestissemens ; & il est aisé de voir quel besoin.

Toutes nos perceptions doivent être liées, l'ame doit les produire de son propre fonds, aucune ne doit exister sans être détermi-

 née

née par celle qui la précede. Nous observons souvent cette liaison de maniere à n'en pouvoir douter ; mais souvent aussi nos perceptions sont si décousues, & se présentent dans un si grand désordre, qu'il est impossible de les déduire les unes des autres. Or le Principe est fondé sur la première de ces observations : il faut donc y accommoder la seconde ; & lorsqu'il se trouve une lacune entre deux perceptions claires, il faut la remplir de perceptions obscures, c'est à dire, de je ne sais quoi à qui on donne le nom de perception.

Autre besoin. Nous n'agissons jamais sans motifs ; mais nous ne connoissons pas toujours les motifs qui nous font agir. Ces motifs doivent donc être renfermés dans des perceptions obscures.

Troisième besoin. Tous les êtres représentent ; & ils ne sauroient représenter que par des perceptions ; mais ils ne sauroient tous avoir des perceptions claires, cela répugneroit à une autre partie du Systeme. Il y en a donc qui n'ont que des perceptions obscures.

M. *de Leibnitz* s'y est pris ici avec toute l'habileté qu'on pouvoit attendre de lui : ces perceptions imperceptibles ne paroissent pas être appellées dans son Systeme par le besoin ; elles semblent au contraire s'y placer naturellement, comme une vérité qui tire sa preuve d'une autre source. Ce n'est pas ici le lieu de faire l'exposition & l'examen de cette preuve : il me suffit d'observer qu'après l'avoir avancée, on auroit bien de la peine à dire ce qu'elle doit prouver. On n'a aucune notion de la chose dont on veut établir l'existence ; cette chose vaut donc le néant ; & en cette qualité peut-elle devenir la base d'un Systeme ?

M. *de Condillac* rejette ces sortes de perceptions ; & rien ne pouvoit l'engager à les admettre. Ne prétendant faire d'autre fonction que celle d'observateur, il ne se propose que de crayonner l'homme tel qu'il est, & de suivre pas à pas le dévelopement de ses facultés. Il ne veut ni le lier au plan universel, ni le resserrer entièrement en lui-même, & lui faire filer toutes ses modifications de sa propre sub-

ſubſtance. Il ſe contente de montrer comment l'ame diſpoſe des impreſſions qu'elle reçoit de dehors, en un mot, c'eſt l'homme naturel, & non point l'homme ſyſtematique qu'il veut dépeindre. Voilà pourquoi il ne faudroit point s'étonner qu'il fût moins expoſé aux beſoins que les autres Philoſophes.

Perſonne n'a mieux ſenti les inconveniens des Syſtemes, on peut s'en convaincre par la lecture de l'excellent ouvrage qu'il a donné ſur cette matiere. Je n'ai donc garde de lui reprocher, comme on l'a fait, d'être tombé dans un défaut qu'il a ſi bien & ſi victorieuſement combattu, ni de croire qu'il ait caché des vûes ſyſtematiques ſous la modeſte apparence de la ſimple obſervation. Je ne toucherai qu'un ſeul article de ſa Théorie, ſur lequel il me reſte des doutes ; & ce ſera plûtôt pour m'inſtruire que pour le critiquer.

M. *de Condillac*, dans tout le cours de ſon Traité, ſuppoſe que nos ſenſations ſont néceſſairement agréables ou desagréables, & qu'il n'y en a d'indifférentes que par comparaiſon. On lui diſputera peut-être ce point ; mais ce n'eſt pas ſur quoi j'inſiſte. J'aurois ſouhaité qu'il eût voulu entrer dans quelque détail touchant la nature du plaiſir & de la douleur, qu'il ſuppoſe néceſſairement attachés aux Senſations. J'avoue que cette diſcuſſion ne me paroit rien moins qu'indifférente à ſa Théorie.

Qu'eſt ce qui rend une Senſation agréable ou déſagréable ? Voilà une queſtion ſur laquelle M. *de Condillac* paſſe fort à la légere : il ſemble ſuppoſer que le plaiſir ou la peine qui réſulte d'une Senſation n'eſt autre choſe que cette Senſation même. Je vois bien que cela eſt commode pour remuer la Statue par un ſeul & unique Principe ; mais cela ne m'en paroit pas moins difficile à digérer. Si la vivacité du plaiſir ou de la douleur peut quelquefois les faire confondre avec la Senſation qui les occaſionne ; il eſt mille cas où ils en ſont ſi diſcernables que l'on ne ſauroit guères s'y tromper. Qui croiroit que le plaiſir fût une couleur, un ſon, une ſenſation, une penſée abſtraite, un as-

assemblage quelconque de Sensations ou de pensées, y quil fût dis-je chacune de ces choses à part, ou toutes ces choses à la fois ? C'est icy la réfutation la plus simple de la supposition de M. *de Condillac* : je crois qu'on pourroit lui opposer encore bien d'autres argumens.

Mais si le plaisir & la peine ne sont pas la Sensation qui plait ou déplait ; il faut que ce soient des Sentimens à part, qui se joignent, soit nécessairement soit contingemment, car il n'importe lequel des deux, aux opérations de notre ame. Voilà donc un phénomène dans la Statue, qui auroit échapé à la sagacité du Statuaire, il n'a pas même entrepris d'en tracer l'origine ; il ne nous fait voir nulle part comment la Sensation se transforme en Sentiment agréable ou désagréable ; sentir, & se sentir bien ou mal, sont pour lui la même chose.

Les Leibnitziens ont traité ce sujet d'une maniere plus satisfaisante ; ils ont au moins marqué une circonstance générale qui rend les perceptions agréables ou désagréables ; c'est la vûe de la perfection ou de l'imperfection, renfermée, selon eux, dans toutes nos Sensations, & dans toutes nos pensées. On pourroit d'abord s'imaginer que prenant le contrepied de M. *de Condillac*, ils transforment le plaisir & la peine en des raisonnemens, & en effet ils s'expriment quelquefois à le faire croire ; mais, en méditant ce qu'ils ont écrit sur ce sujet, on voit aisément qu'ils n'envisagent la vûe du parfait ou de l'imparfait que comme cause productrice du plaisir ou de la douleur. M. *de Wolf* le déclare même en termes exprès. Il s'ensuit de là que cette vûe est toujours distincte du plaisir & de la douleur, comme la cause l'est de l'effet. Mais qu'est donc l'effet lui-même ? Icy tous les Systemes & toutes les Théories se taisent.

Que faire du plaisir & de la douleur ? Faudra-t-il supposer pour eux une faculté de sentir à part, un sens qu'on nommeroit interne, pour le distinguer de ceux que les organes corporels mettent en action ? Cela ressembleroit trop à l'Instinct ; & l'on trouve que l'Instinct ressemble trop à l'Ignorance.

La



me. (*)
Nature
uroient
ſer tout
e ſoit,
même,
nie eſt
nſidéra-
nce des
etes du
dres les
es gran-
e ſeroit
que je
mandent
n excep-
, eſprit,

bre de ces
On di-
une faculté
eſt en quel-
l'humeur, ou
Ce que nous
empérament de
Il influe ſur tous
le Génie modifie
nt eſt ce qui diſtin-
ractère moral ; de
ort au caractère intel-
lec-

ANALYSE DU GÉNIE,

PAR M. SULZER.

De toutes les facultés & dispositions de l'ame le Génie me paroit la plus remarquable ; car c'est par le Génie qu'un homme est physiquement supérieur à un autre ; c'est la source de ces grandes actions & de ces productions admirables dans les Arts & dans les Sciences par lesquelles un petit nombre d'hommes s'élevent au dessus de leurs semblables pour être l'admiration de tous les siécles. S'il est utile & agréable de rechercher la nature & les propriétés des corps, il est sans doute plus agréable & plus utile de pénétrer dans l'intérieur de l'ame pour approfondir ses propriétés & ses dispositions, qui sont les ressorts de tant d'actions remarquables. La Physique des corps ne s'occupe que de l'écorce du monde : celle de l'ame pénetre jusqu'au noyau.

Il y a longtems qu'on connoît en gros les facultés & les dispositions de l'ame par leurs effets ; mais il y en a très peu dont on connoisse la nature à fond, & dont on ait découvert l'origine dans l'intérieur de l'ame. Je me propose ici de rechercher la nature du Génie, & d'en donner une espece d'analyse physique, semblable à ces analyses que les Chymistes donnent des parties constituantes des minéraux. Je sens bien que le succès sera d'autant plus foible que ces sortes de recherches sont nouvelles & difficiles. Il y a quelque mérite d'entreprendre des recherches difficiles, quand ce ne seroit que pour applanir un peu le chemin à ceux qui pourroient tenter la même chose après.

Le mot de Génie, comme bien d'autres, est souvent employé dans une signification si vague, qu'il faut avant tout déterminer le sens dans lequel nous le prenons ici. Il me semble que le célébre Abbé

du

du Bos a assez bien fixé la signification la plus propre de ce terme. (*) *On appelle Génie*, dit-il, *l'aptitude qu'un homme a reçu de la Nature pour faire bien & facilement certaines choses, que les autres ne sauroient faire que très mal, même en prenant beaucoup de peine.* En effet tout homme qui, dans quelque art, dans quelque entreprise que ce soit, réussit mieux que le grand nombre de ceux qui s'appliquent de même, est censé avoir plus de génie qu'eux. Le titre de *Grand-Génie* est donné à ces hommes excellens, qui se sont distingués fort considérablement de leurs concurrens dans tout ce qui demande l'exercice des facultés intellectuelles de l'ame; aux grands Artistes, aux Poëtes du premier rang, à ceux qui ont poussé au delà des bornes ordinaires les Sciences difficiles, & à ceux qui ont excellé dans le maniement des grandes affaires, politiques ou militaires. Le plus grand Génie seroit celui qui réussiroit le mieux dans tous les différens genres, que je viens de nommer. Or il est visible que tous ces genres demandent l'exercice de toutes les facultés intellectuelles de l'ame, sans en excepter aucune. Attention, réflexion, imagination, mémoire, esprit, jugement, tout doit concourir pour former le grand Génie.

De là il est d'abord clair que le Génie n'est pas du nombre de ces propriétés spécifiques de l'ame, mais qu'il les dirige toutes. On diroit en termes de Métaphysique, que le Génie n'est point une faculté particulière de l'ame, mais une disposition générale. Il est en quelque façon, à l'égard des facultés intellectuelles, ce que l'humeur, ou le tempérament, est à l'egard des facultés du cœur. Ce que nous nommons ici tempérament, (nous l'entendons du tempérament de l'ame,) n'est, ni une affection, ni une passion; mais il influe sur tous les sentimens du cœur en les modifiant, tout comme le Génie modifie les facultés intellectuelles. Comme le tempérament est ce qui distingue le plus un homme de l'autre par rapport au caractère moral; de même le génie distingue les hommes par rapport au caractère intellec-

(*) Dans son excellent Ouvrage intitulé: *Réflexions sur la Poësie & la Peinture.*

lequel. Nous verrons plus bas, que le Génie consiste principalement dans le pouvoir de se servir avec dextérité & avec facilité de toutes les facultés intellectuelles de l'ame. Je vais maintenant examiner plus particulièrement ce que chacune de ces facultés contribue pour former le Génie.

Toutes les facultés de l'ame tirent leur origine de cette force primitive, qui, selon la remarque du grand *Leibnitz*, fait l'essence de toute substance, & particulièrement celle de l'ame. C'est cette force active, qu'il est plus facile de sentir au dedans de soi-même, que de définir, qui produit toutes les idées, ou qui du moins nous engage continuellement à les déveloper & à les multiplier. C'est dans ce principe actif de l'ame, qu'il faut chercher la première origine du Génie. Un certain degré d'intensité de cette force produit la vivacité d'esprit appellée par *Lucrece*, *vivida vis animi*, qu'il prend pour le Génie même, mais qui en effet n'en est que la base. Comme il s'agit ici d'un point très important pour ces recherches, je suis obligé de m'expliquer un peu au long sur cette première remarque, pour la mettre hors d'ambiguité & de doute.

Tout homme qui fait attention à soi-même, sent en soi quelque chose qui l'engage continuellement à penser, à se saisir de tout ce qui peut lui fournir des idées, à s'attacher à celles qui paroissent fécondes, & à les poursuivre. C'est cet appétit continuel pour de nouvelles idées qui est l'effet de la force primitive de l'ame dont je viens de parler. Cette force active, que personne ne peut méconnoitre en soi, peut avoir plus ou moins d'intensité; & l'appétit qu'elle excite, est plus ou moins pressant. Lorsqu'il est d'une intensité remarquable, c'est alors qu'il se manifeste sous la forme de cette vivacité d'esprit que j'ai regardée tantôt comme la base du Génie. L'expérience confirme assez cette observation, en nous apprenant que les hommes de génie sont les plus vifs & les plus actifs, au moins intérieurement. La vivacité d'esprit marque toujours un fonds de génie; l'inaction au contraire, le peu de sensibilité pour les objets qui se présentent soit aux

sens,

sens, soit à l'esprit, est ordinairement une marque de stupidité, qui est la disposition d'esprit diamétralement opposée au génie.

Si nous entrons dans une recherche plus particuliére de l'effet d'une intensité plus que médiocre de la force active de l'ame, il ne nous restera plus aucune incertitude sur ce que nous venons de remarquer. L'effet immédiat de cette intensité de la force active de l'ame, est une plus grande sensibilité, ou un plus grand *appétit* pour les objets qui y sont rélatifs; c'est ce qu'on nomme *avoir du goût pour une chose*. Quand on ne desire que foiblement, on n'est touché que foiblement, & on tombe dans l'indifférence. Ceux qui desirent avec force, se représentent les objets de leurs desirs, comme de grands biens pour lesquels ils conçoivent une passion. Voilà l'origine de ce goût décidé & irrésistible pour tel Art ou telle Science, qui se manifeste toujours dans les génies extraordinaires. De là cette passion indomptable du fameux *Pascal* pour les Mathématiques; passion que son Père s'efforçoit en vain de détruire. Cette passion met les véritables génies au dessus de toutes les difficultés & de tous les obstacles. C'est par cette puissante impulsion de la Nature que les grands Génies s'adonnent aux Arts ou aux Sciences sans encouragement, & qu'ils deviennent Peintres, Poëtes, Orateurs, Geométres, ou Guerriers; malgré tous les obstacles, qui s'opposent à eux dans la carrière, où la Nature les pousse. C'est ce goût auquel les Romains ont donné le nom d'*ingenium*, qu'on prend ordinairement pour exprimer en Latin le mot de Génie. L'*ingenium* appartient au Génie, comme nous venons de le voir, mais ce n'est pas le Génie même, c'est ce par où le Génie commence à se faire remarquer.

L'intensité de la force active que nous venons de considérer, produit ensuite une forte attention à tout objet, qui se présente aux sens ou à l'imagination, pour peu qu'il soit rélatif aux objets particuliers qu'on aime. Il n'est pas nécessaire que je m'arrête longtems à prouver cette remarque. On sait assez que la passion pour les Arts ou

 pour

pour les Sciences ne diffère que par l'objet, de ce qu'on appelle passion dans le sens le plus particulier. Lorsqu'on aime une chose, on fixe son attention sur tout ce qui s'y rapporte. Aussi voyons-nous, que c'est là un des traits essentiels du caractère des personnes de génie. Rien n'échape à leur attention, toujours alerte, & toujours dirigée de tous côtés. Lorsqu'un homme de génie raconte un fait dont il a été témoin, on y trouve quantité de petits traits qui échapent à un autre. Les narrations de *Tacite* abondent en traits de cette nature ; & les descriptions des grands Poëtes, ou les tableaux des grands Peintres, sont remplis de particularités qui rendent les objets comme vivans. Un grand Génie qui traite un sujet abstrait & difficile ne raisonne pas autrement qu'un génie subalterne ; mais son attention dirigée partout, lui fait voir des circonstances & des liaisons que l'autre ne voit pas ; & c'est par là qu'il réussit mieux dans ses recherches, quoiqu'au fonds sa Logique soit la même que celle du commun des hommes.

Ce que nous venons d'observer, prouve suffisamment que l'intensité de la force active de l'ame fait la base du Génie. Mais il faut bien remarquer qu'elle ne suffit seule pas pour faire le Génie dans la signification que nous donnons à ce mot ; elle commence le Génie. Il est visible que le goût seul qu'on a pour une chose, quelque vif qu'il soit, n'est pas suffisant pour y réussir au point de mériter le nom de Genie. On connoit des Artistes & des Auteurs qui, avec beaucoup de passion pour leurs mêtiers, ne produisent rien que de fort commun. Ce goût malheureux & irrésistible les entraine à courrir une carrière qui surpasse leurs forces ; & le manque de génie les empêche de voir à quelle distance ils restent derrière le petit nombre de ceux qui se disputent le premier rang.

Continuons donc nos recherches pour voir quelles sont les facultés de l'ame qui doivent se joindre au goût pour former le génie. Je trouve que la première de ces facultés est la sagacité de trouver tout ce qui a du rapport & de la liaison avec un sujet. Ceci constitue à peu près cette faculté qu'on connoit généralement sous le nom d'Es-

prit,

prit, en prenant ce mot, dans le sens le plus propre. Cette faculté résulte de la réflexion, moyennant laquelle on dévelope les idées pour les rendre claires & distinctes, & de l'imagination par laquelle on se rappelle le semblable & le dissemblable & les rapports des choses; & elle doit être soutenue par une imagination vive & une mémoire heureuse, qui rappelle facilement un grand nombre d'idées qu'on a déja eues. En examinant soigneusement les productions du Génie, on y découvrira toujours avant toute autre chose l'effet de cette qualité. C'est par l'esprit (pris dans ce sens) qu'un homme de Génie enrichit ses productions de tout ce qui peut contribuer à les rendre solides, agréables, & abondantes en toutes sortes d'idées liées avec le sujet principal, & de tout ce qui peut augmenter l'effet de l'*Ensemble*. C'est par cette qualité que les bons génies découvrent tout ce qui peut les conduire à leur but, soit dans les affaires, soit dans de simples spéculations. En un mot c'est cette faculté qui invente & qui rassemble les matériaux qui doivent entrer dans la composition des ouvrages, & les moyens qui peuvent servir à réussir dans les entreprises. Le défaut de cette faculté se fait remarquer dans les ouvrages aussi bien que dans l'exécution des entreprises, par la stérilité & la sécheresse des plans, par la trivialité des objets & des moyens, par beaucoup de contrainte & de dureté dans les liaisons, ou par des choses placées mal à propos, qui ne contribuent rien à l'effet de l'Ensemble. Il seroit très facile de confirmer ces remarques par une analyse critique des ouvrages de génie; mais cela me meneroit trop loin. Je me contente d'indiquer les choses qui sont sensibles à tout homme capable de juger de ces productions.

S'il faut de l'esprit pour découvrir dans les ouvrages de génie tout ce qui a du rapport avec le sujet, il est nécessaire d'y joindre encore une autre faculté, qui est la solidité du jugement pour estimer la *quantité des rapports*. Qu'on me permette cette expression, un peu trop géométrique à la vérité, mais qui paroît très propre, je m'explique plus clairement. Une chose se rapporte directement à une in-

 fini-

finité d'autres ; les liens qui unissent ces choses ensemble, ne sont pas également forts. Telle chose est plus immédiatement & plus essentiellement liée à un sujet que telle autre ; les ressemblances sont plus ou moins fortes ; une comparaison fait mieux sentir la chose qu'on veut rendre sensible, qu'une autre ; un moyen fait plus promptement ou plus sûrement parvenir au but qu'un autre. Voilà ce qu'on peut, par une expression empruntée de l'analyse, appeller *quantités de rapport*. Maintenant il est visible que le jugement sur ces quantités de rapport est une propriété très-essentielle du Génie. C'est cette propriété qui produit dans les ouvrages de Génie ce qu'ils ont de plus estimable. La solidité, l'ordre & la beauté du plan & de l'ordonnance d'un ouvrage, l'efficace des moyens, la justesse & l'aisance des liaisons, cette subordination des parties qui produit l'égalité de progrès, qui entretient l'esprit dans une occupation continuelle, mais variée, & qui rend également agréables & nécessaires les grandes beautés essentielles, & les beautés subalternes. C'est par là que chaque objet & chaque trait particulier obtient sa place, pour rendre plus sensible l'effet de l'Ensemble. C'est enfin par là qu'on peut parvenir dans les ouvrages à cette noble simplicité, qui rejette tout ce qui est superflu, n'employe que très peu de moyens pour arriver à ces grands effets qui nous font admirer quelques ouvrages des plus grands Génies de l'Antiquité.

Si au contraire cette faculté manque à un Auteur, ou à un Artiste, quelle que soit d'ailleurs la richesse de son imagination & la vivacité de son esprit, ses ouvrages seront toujours médiocres, & ils auront tous les défauts opposés aux belles qualités que je viens de nommer. Le Tout sera mal ordonné, chargé d'ornemens inutiles, languissans & de mauvais goût, comme sont effectivement les ouvrages de ces gens qui abondent en esprit, & qui n'ont pas cette solidité de jugement dont nous avons parlé tantôt. On trouveroit un nombre infini d'exemples de ces défauts dans les écrits & les ouvrages modernes, si c'étoit la peine de les critiquer. On trouveroit surtout de

quoi

quoi exercer la critique sur ce point dans les ouvrages de Peinture & de Musique ; mais ce n'est pas ici le tems ni le lieu d'une semblable critique.

La troisième faculté de l'ame qui concourt à former le Génie, est une certaine disposition qu'on pourroit appeller *contenance*, ou présence d'esprit, qui en cas de besoin modère le feu de l'imagination en l'empêchant de s'avancer trop, & qui surtout conserve à l'ame cette liberté qui la rend capable de diriger son attention partout pour envisager le sujet dans sa totalité. Il est aussi véritable que paradoxe qu'il faut de la contenance pour résoudre un problème de Géométrie, tout comme pour diriger une affaire dangereuse. Un esprit vif, qui n'a pas cette contenance est trop frappé des objets & des incidens qui se présentent les premiers comme des moyens de parvenir à son but. Il s'en saisit, & les poursuit avec chaleur, sans songer à d'autres peut-être plus faciles & plus surs. Avec toute la sagacité & toute la justesse de jugement possibles, on est sujet à faire de grandes fautes. En poursuivant avec chaleur une idée, on en laisse échapper plusieurs autres, & on perd l'avantage du jugement sur la valeur de ces idées. Or, dans les entreprises de quelque étendue, il y a ordinairement une infinité de choses à considérer, un grand nombre de voyes qui conduisent au même but, dont les unes s'offrent facilement, pendant que les autres demandent des recherches soutenues ; & il est fort ordinaire que celles-ci soyent les meilleures. Comme le Peintre sçait rendre la même expression d'une infinité de manieres différentes, en variant les attitudes, les traits du visage ou les gestes, de même le Poëte & l'Orateur peuvent rendre la même pensée de plusieurs façons. En Géométrie même, où tout est infiniment plus déterminé que dans les Arts, il y a une grande variété de méthodes pour résoudre le même problème. Il faut certainement beaucoup de tranquillité & de contenance pour découvrir toutes les voyes possibles, afin d'en choisir la meilleure. Dans l'exécution même, il y a un grand nombre d'incidens qui se présentent & qui influent sur la bonté de l'ouvrage. Il faut que l'Artiste tienne d'une main ferme la balance pour peser le poids de chacun. Il

est

eſt néceſſaire qu'il ſorte en quelque façon du labyrinthe de ſa méditation, pour contempler ſon ouvrage comme de loin, & comme hors de lui-même pour pouvoir en porter un jugement plus libre. Or, pour peu que l'imagination s'échauffe en travaillant, l'eſprit eſt très ſujet à perdre cette liberté de jugement ſi néceſſaire. On a vû de tout tems que les plus grands Artiſtes ont commis de très grandes fautes en travaillant avec trop de chaleur. Ceux qui s'appliquent à approfondir la pratique des Arts, prétendent ordinairement, qu'il faut que l'Artiſte travaille avec paſſion. Cela eſt vrai dans un ſens, & très faux dans un autre. Si un Artiſte travailloit toujours avec paſſion, ſes ouvrages pourroient être remplis de traits brillans & ſublimes, mais il y auroit très ſûrement de grandes fautes dans l'Enſemble de ſon ouvrage. Quelle que ſoit une paſſion, elle produit toujours des jugemens faux. *Horace*, ce grand connoiſſeur des ouvrages de génie, & grand Génie lui-même, pourquoi prétend-il qu'un Poëte doit différer la publication d'un ouvrage juſqu'à la neuvième année? C'eſt parce qu'il eſt difficile de revenir des erreurs qu'on a commiſes dans l'enthouſiaſme, & qu'il faut laiſſer paſſer la chaleur avec laquelle on avoit travaillé, pour porter un jugement libre ſur toutes les parties de l'ouvrage.

Concluons de nos remarques, que cette heureuſe diſpoſition de l'ame, que nous avons appellé contenance, eſt une qualité néceſſaire au Génie, parce que ſans elle on ne pourroit avoir cette *aptitude pour faire bien & facilement certaines choſes*, qui caractériſent le génie. Quand l'Artiſte a fait ſon plan, & qu'il a tout ordonné & diſtribué, il eſt bon qu'en travaillant à l'exécution il s'éleve, qu'il s'échauffe, qu'il entre même dans cette ſainte fureur, qui marque la préſence du Dieu qui l'anime. Mais il faut que le calme ſuccède à cet orage, & que dans la tranquillité de l'ame il jette un œil critique ſur ce qu'il a fait pendant l'accès de l'enthouſiaſme, pour voir ſi la chaleur ne l'a pas emporté hors les bornes preſcrites par la raiſon. Ce n'eſt que de cette façon qu'un ouvrage de génie peut devenir parfait.

Aux

Aux trois qualités qui concourent à former le génie, comme nous venons de le prouver, on peut ajoûter une quatrième. C'est cette force d'esprit & de corps qui rend un homme capable de soutenir un travail long & pénible. Il y a des entreprises qui demandent absolument un travail soutenu, & dans lesquelles des gens trop impatiens, ou trop foibles pour supporter les fatigues de l'esprit, sont incapables de réussir. Il est donc nécessaire que des forces supérieures d'esprit & de corps se joignent à toutes les autres qualités que nous avons considérées pour former ces Génies du premier ordre, phénomènes si rares qu'il y a des siècles entiers qui n'en ont point vû naître. Cette rareté même des grands Génies ne doit pas nous surprendre, vû le nombre de dispositions heureuses qui doivent concourir à les former.

Voilà, autant que j'ai pû le remarquer jusqu'à présent, les dispositions & les facultés dont le concours est nécessaire pour former le Génie : je ne prétends pas que cette analyse soit complete. J'aurois atteint mon but, si cet essay pouvoit engager des Philosophes plus pénétrans que moi à continuer & à perfectionner cette analyse.

Avant que de finir cet essay, il ne sera pas hors de propos d'éclaircir par le secours des principes établis ci-dessus, la question : *Si le Génie est uniquement un don de la nature, ou s'il peut être acquis, au moins en partie?* Cette question revient à peu près à celle du concours des causes physiques & morales, requis pour former les grands Génies, que le célèbre Abbé *du Bos*, dans l'ouvrage déjà cité, a examinée avec autant d'érudition que d'habileté. Ce sçavant Auteur semble conclure par induction, que les causes morales influent peu sur la production des grands Génies, qui dans certains pays & dans certains tems se montrent & disparoissent ensuite comme des Comètes. Je doute que les argumens qu'il allegue satisfassent les lecteurs accoutumés à approfondir les choses. Quoiqu'il en soit, voici quelques corollaires tirés de l'analyse du Génie, que nous venons d'exposer.

Il est d'abord clair que cette intensité de la force active de l'ame, qui est la base du génie, est uniquement un don de la Nature, & qu'elle ne peut être acquise par aucun exercice ; & il est probable qu'elle dépend, en grande partie, de la constitution du corps. Il en est de la force de l'ame comme des forces des corps. Les Philosophes attribuent à chaque corps une force motrice ; mais cette force varie selon la quantité d'impulsion qu'un corps a reçu. De même l'ame ne sent & n'agit que proportionnellement aux impressions qu'elle reçoit du corps, & elle n'agit que fort foiblement si les sens sont émoussés. L'homme le plus vif peut tomber dans un état de stupidité si quelque foiblesse s'empare de ses sens. La force active de l'ame dépend donc beaucoup des causes naturelles qui concourent à former le tempérament & la constitution du corps. La naissance, le climat, & la nourriture, y contribuent le plus.

Le goût spécifique qui nait de la force active de l'ame est encore en grande partie déterminé par la constitution du corps. C'est par le corps que l'ame tient à l'Univers, & elle ne reçoit la connoissance des objets que par ses organes. De là on comprend que la constitution de ces organes influe nécessairement sur la force active de l'ame, en la déterminant pour tels objets plutôt que pour d'autres. C'est un vieux proverbe, *nascuntur poetæ, non fiunt ;* & il est également applicable à toutes les especes de Génies. On travailleroit en vain à inspirer à un homme un goût contraire à sa constitution naturelle. Cette remarque est encore confirmée par la communication des goûts de pére en fils, qu'on observe souvent. Car comme il est ordinaire qu'un fils ressemble au pére par les traits du visage, il est probable qu'il lui ressemble encore par le tempérament & par la constitution générale du corps. Dans ce cas là, on peut compter qu'il aura aussi le génie & le goût du pére, & que par conséquent ce goût est un effet de la constitution du corps. Il est néanmoins vrai que les causes morales contribuent beaucoup à développer ce goût naturel. Tel enfant, né avec ce qu'il faut pour avoir le goût pour la Peinture, ne de-

deviendra jamais Peintre, s'il n'a pas l'occasion de se familiariser avec les objets de cet Art. Le jeune *Achille*, caché parmi les filles de la Cour de *Lycomede*, renfermoit dans son ame tout ce qu'il faloit à un goût décidé pour la Guerre. Mais il étoit nécessaire qu'*Ulysse* lui présentât des armes, pour achever ce que la Nature avoit commencé. Tel grand Poëte seroit mort sans avoir fait le moindre vers, s'il avoit vêcu parmi des hommes qui ignorent entièrement ce que c'est que la Poësie. De là il me paroit clair, que les causes morales influent beaucoup sur les Génies. C'est sans doute à cause de cela que quelques grands Génies se trouvent ordinairement rassemblés dans certains periodes, comme, par exemple au siècle de *Leon X*.

L'esprit & la solidité de jugement, deux qualités très nécessaires pour le Génie, dépendent autant de l'exercice que de la nature. Il est connu, que la force de la mémoire & de l'imagination peut être considérablement augmentée par l'exercice, comme le célebre *Wolff* l'a prouvé dans sa *Psychologie*. Or ces deux facultés contribuent beaucoup à former l'esprit. Il n'est pas moins clair, que le jugement se fortifie par un exercice continuel. Un homme qui n'a pas l'habitude de raisonner est beaucoup moins juste dans ses raisonnemens qu'un autre qui, avec les mêmes dispositions naturelles, s'y exerce beaucoup. Il résulte de ces remarques qu'une partie du génie depend autant de l'éducation, de l'institution, & de l'exercice, que des dispositions naturelles. Voila pourquoi il est si rare, que parmi les Nations barbares il se forme des Génies d'un ordre supérieur, comme il en paroit de tems en tems parmi les Nations policées.

Ce que nous avons appellé dans cet essay *contenance*, ou présence d'esprit, paroit n'être qu'un don de la nature. Il me semble au moins que ce talent est l'effet d'un certain équilibre des humeurs du corps, & d'un sang froid qui dépend du tempérament. Les distractions naissent de ce que les humeurs du corps sont trop facilement déterminées d'un seul côté. Si, par exemple, un seul des sens agit sur

nous, nous tombons dans des rêveries & dans des distractions, où nous resterions toujours, si d'autres sens ne venoient au secours pour nous en tirer.

Il me paroit que de tout cela il résulte, que le Génie est principalement un don de la Nature, mais qu'il peut se fortifier & s'augmenter par la culture & par d'autres causes morales, & qu'un homme moins favorisé par la Nature, peut à l'aide des causes morales s'élever au dessus d'un plus grand Génie sur lequel ces causes subalternes n'ont point influé. C'est par cette raison que quelques grands Génies, qui ont vêcu dans des siècles ténébreux, ne se sont pas tant distingué dans les Sciences & les Arts que d'autres Génies moins grands, mais mieux cultivés. Les Tragedies de *Corneille* sont inférieures quant au total à celles de *Racine*, sûrement moins grand Génie que son prédécesseur. C'est par la même raison que *Raphael* dont le génie paroit inférieur à celui de *Michel-Ange*, l'a surpassé de beaucoup dans la plûpart de ses ouvrages. Cela seul prouve que le génie peut être augmenté où élevé par l'étude & par l'exercice ; au moins si l'on entend par Génie, l'aptitude à réussir dans les ouvrages qui dépendent de l'usage des facultés de l'ame ; sens auquel nous avons pris ce mot dans cet Essai.



LA

LA THÉOLOGIE DE L'ETRE, OU CHAINE D'IDÉES DE L'ETRE JUSQU'A DIEU.

Multum series juncturaque pollet.

PAR M. DE PRÉMONTVAL.

AVERTISSEMENT.

Le Commencement de cette Piece se trouve dans le Volume de MDCCLV. Il est absolument nécessaire d'avoir toute la Piece bien présente, pour saisir dans cette Suite la Démonstration qui en est l'Objet.

§. XI.

Du Mal & de ses Limites.

Ne nous alarmons point. Qu'on réfléchisse sur la Nature des choses, & l'on verra que la balance ne sauroit être égale entre ce qui est bon & ce qui n'est pas bon.

Je n'ai garde de dire, avec beaucoup de Philosophes, que le Mal *n'est que négatif*, & qu'il ne s'y trouve absolument rien, entant que Mal, *de positif ou de réel*. Ce point de vûe, quoique juste peut-être à certains égards, seroit d'une discussion trop contentieuse.

Ce à quoi je me restrains, comme ne pouvant être contesté ;

D'abord, c'est qu'au moins *tout vrai Bien est positif ;* qu'il résulte de Réalités pures ; & qu'il n'est lié, entant que Bien, à la Négation nécessaire d'aucun autre Bien :

Ensuite, c'est que tout Mal même positif (s'il y en a ;) *est lié, entant que Mal, à beaucoup de Négations ;* & sans comparaison plus rare que celui qui n'est que Négation.

Le Mal est de trois sortes ; *métaphysique, physique, & moral.*

Dans le Genre *métaphysique*, un Mal positif seroit, par exemple, une Nature de choses *qui enveloperoit contradiction*, *qui supposeroit l'être & le non-être.* Or il n'y a certainement rien de tel. Des limites partout, des irrégularités presque partout : nulle part des absurdités & des contradictions proprement dites.

Dans le Genre *physique*, on seroit fort tenté, je l'avoue, de regarder comme Mal positif la Douleur, *dont le sentiment est bien aussi réel que le sentiment du Plaisir.* Mais enfin il est reconnu que les Douleurs ne sont pas elles-mêmes sans utilité. Et de plus, ce Mal à combien de Négations n'est-il pas joint ?

Dans le Genre *moral*, il n'y a personne qui ne tombe d'accord, qu'il est sans exemple, *qu'une Volonté embrasse le Mal entant que Mal*, le faux comme faux, l'injuste sur le pied d'injuste. Cela est inconcevable. On voit au contraire, que l'ignorance, l'illusion, l'erreur, ne manquent jamais, & d'attacher quelque droit imaginaire aux actions les plus méchantes, & d'en déguiser les suites.

Qu'on ne craigne donc point qu'il y ait parité, & que du Principe *qui pose l'existence de tous les degrés possibles en tous les genres*, suive l'existence *d'un Dieu souverainement méchant*, aussi bien que celle *d'un Dieu souverainement bon.*

Ce Principe ne réalise que les genres & les degrés possibles. Tout se réduit à faire voir *qu'un Dieu souverainement méchant implique*, & par conséquent n'existe point ; au lieu que l'Etre souverainement bon, que nous appellons DIEU à juste titre, *n'a rien de contradictoire*, & par conséquent existe.

Par

Par un *Dieu souverainement méchant* que devons-nous entendre ici ?

Un Etre, qui doué d'une Intelligence & d'une Puissance, semblables à celles que j'ai définies en traçant l'Idée de Dieu, substitueroit à cette Bonté *sans cesse agissante pour faire tout le Bien possible à tous les Etres possibles*, une Malice *sans cesse agissante pour faire tout le Mal possible à tous les Etres possibles*. Le contraste est le plus parfait.

Chimere ! pure Chimere qu'un pareil Monstre ! Cercle quarré, ou Quarré rond !

Il y aura sans doute, dans l'Immensité des Etres, *un souverain Degré de Méchanceté ;* mais je dis que ce souverain Degré de Méchanceté ne se trouvera pas joint à une souveraine Puissance.

Pourquoi ?

C'est qu'il répugne qu'il se trouve joint à une souveraine Intelligence :

Et que la différence infinie dans l'Intelligence en mettra une pareille dans la Puissance.

On m'objectera que les plus puissans parmi les Hommes, sont d'ordinaire les plus méchans.

Je répondrai 1°., que je n'en sai rien. Ce que je vois c'est que leur méchanceté *fait plus d'éclat :* je ne vois point qu'elle soit plus grande.

Je répondrai 2°., que ce n'est pas tant par leur puissance que les Tyrans sont tyrans, *que par leur impuissance ;* par ce qui leur manque ; par la difficulté de se satisfaire.

Je répondrai 3°., qu'il n'y a point de Tyrans si affreux, qui n'aiment à rendre justice, & ne fassent observer les loix, *quand rien ne traverse leurs passions.*

Je répondrai 4°., qu'enfin tout ce qu'il y a eu de Tyrans & de Scélérats ont été des hommes *privés de lumieres, de sens & d'intelligence, à mille égards.*

C'est qu'encore un coup il répugne qu'*un haut degré d'Intelligence* se trouve joint à beaucoup de Méchanceté.

Une

Une véritable Intelligence, celle qui embrasse *au moins les Genres essentiels*, & qui s'éleve *dans chaque Genre à un degré raisonnable*, ne peut que voir les choses ce qu'elles sont & les juger telles; approuver le Bien & rejetter le Mal; préférer l'Ordre au Désordre, la Justice à l'Injustice, l'Estime au Mépris, l'Amour de tous à la Haine de tous, en un mot ce qui est bon à ce qui n'est pas bon.

Si une Intelligence est *bornée, ou même tout-à-fait dénuée de lumieres* à l'égard de certains Genres essentiels, quelque clair-voyante qu'elle soit à l'égard d'autres Genres, il n'est pas étonnant qu'elle tombe dans d'odieux travers.

De ces deux Elémens, *la Méchanceté & l'Intelligence*, l'un croît donc toûjours comme l'autre décroît; au lieu que l'accord *de l'Intelligence & de la Bonté* n'a point de bornes.

Il suit de là, que la souveraine Méchanceté *ne peut qu'être dépourvûe d'Intelligence;*

Et par conséquent aussi *de Puissance* proprement dite, ou *de Volonté active.*

C'est bien le moins qu'une Volonté, bonne ou mauvaise, connoisse les objets de ses actions.

Ainsi tout ce qui reste à la souveraine Méchanceté, n'est que *Force* ou *Impulsion aveugle*, sans Volonté, de même que sans Intelligence ni Dessein.

Donc *un Dieu méchant n'existe point.*

Cependant il existe *un souverain Degré de Méchanceté.*

Voyons où il réside, & de quelle façon.

§. XII.

De la Collection des Etres, ou de la Matiere.

Par souveraine Méchanceté nous entendons, en général, *ce d'où résultent tous les Maux quelconques, actuels ou possibles.*

Or il est établi que la souveraine Méchanceté ne réside,

Ni dans un seul Individu *très sage & très intelligent;* cette haute Intelligence y répugne:

Ni

Ni dans un seul Individu *peu ou point intelligent*; c'est un trop petit objet qu'un pareil Individu.

C'est donc dans une Collection d'Etres qu'elle résidera :

Et visiblement, *dans la Collection de tous les Etres ;*

De tous les Etres, ou du moins de tous les Individus *imparfaits & bornés* de leur nature, tant intelligens que sensibles & brutes.

Sur quel titre en excluëroit-on quelques-uns, puisque c'est du Degré suprême que nous parlons ?

Le Degré suprême renferme tout ; & *qui dit tout, dit Tout.*

Il n'y a rien de ce qui est *imparfait* ou *borné* à quelques égards, qui ne *concoure* au Mal, ou ne soit *Elément* du Mal.

Que sera-ce donc de la Masse entiere, ou de la Collection infiniment infinie de tous ces Etres ?

Où trouvera-t-on un plus haut Degré de Malignité que dans cette Masse ?

Il est essentiel de remarquer que c'est ce que l'on appelle *la Matiere.*

Le Point de vûe est important ; qu'on y prenne garde. Oui, ce que l'on appelle MATIERE, n'est autre chose *que la Masse ou la Collection immense des Etres.*

C'est la Totalité des Existences, des Qualités, des Propriétés, & de toutes les Natures imaginables.

C'est le Théatre de toutes les Modifications & de toutes les Variations successives des Etres.

J'entens *de tous les Etres*, encore un coup ; *de tous les Etres tant simples que composés, tant intelligens que non-intelligens, sensibles ou non-sensibles.*

Seulement faudroit-il ajoûter peut-être, comme cy-dessus, *bornés & imparfaits*, pour n'y point comprendre *l'Etre tout-parfait ;* si ce n'est que je parle à gens qui ne conviennent point de son existence.

Dans ce qui s'est dit, de tout tems, *de l'Imperfection de la Matiere & de sa Répugnance au Bien*, il y a un fond de vérité qui veut être approfondi ; & rien n'y porte plus de jour que cette Notion.

La Matiere n'est pas un je ne sais quoi, *qui sert de base à tout, ou dont tout est composé; sans tendance, sans force.*

C'est au contraire *ce qui est composé de tout, ce qui renferme tout; ce qui a toutes les forces, toutes les tendances.*

Ainsi, c'est en soi le *Chaos* par excellence, le *Désordre* & l'*Anarchie.*

Point de Tyrans ingénieux dans leur fureur, aussi méchans qu'une Populace nombreuse, animée d'une rage aveugle.

Point de Méchanceté supérieure à celle de la Matiere, ou d'une Collection infiniment infinie d'Etres en de perpétuels conflicts.

Il n'y a excès auxquels la premiere ne se porte, si le frein d'une Autorité suffisante n'en arrête la fougue, ne la modere & ne la dirige.

Il n'y a maux que l'autre ne suscite éternellement aux Individus qui la composent, s'il n'intervient une Sagesse capable d'y introduire la Paix & l'Ordre; *ni melior litem Natura diremat.*

La Matiere est donc *l'Etre souverainement méchant, ou la souveraine Méchanceté.*

Mais cet Etre, étant composé & collectif, est par cela même dépourvû d'Entendement & de Volonté;

Surtout de cette Volonté active, qui peut seule s'appeller Puissance.

Il n'a qu'une Force aveugle & brute, résultée de toutes les Forces concordantes & discordantes des Etres qui le composent.

Je dis *concordantes & discordantes.*

Discordantes, bien entendu, *de soi, & de leur nature;*

Concordantes, par *Hazard* seulement, ou par l'action de quelque *Intelligence.*

Arrêtons-nous un moment ici.

§. XIII.

Du Hazard dans l'hypothese de l'Anarchie.

Pour le Hazard, malgré les déclamations sans fin sur ce sujet, il n'y a point de doute, (mais ce n'est pas à ceux à qui je parle que j'ai

j'ai besoin de le prouver;) il n'y a point, dis-je, de doute qu'il ne produise *des éclairs d'Ordre & d'Harmonie.*

Il y a l'Infini à parier, que *quelque part dans l'Immensité, & tôt ou tard dans l'Eternité*, çà & là, du milieu de tous les conflicts *quelques Points s'organiseront pour quelques Instans.*

Instans plus ou moins durables;

Points plus ou moins étendus:

Car c'est de Points & d'Instans *relatifs* qu'il est question; & *relatifs*, à quoi? à l'Infini.

Instans, qui pourront bien être de plusieurs milliers de milliers d'années.

Points, qui pourront bien être de plusieurs millions de millions de lieues.

Eh! que seroit-ce après tout *dans l'Infini*, que des Bluettes & des Eclairs?

Quel seroit aussi, je suppose, le Degré d'*Organisation* jaillissant de ce Chaos?

Fut-ce celui de notre Monde visible; fût-ce quelqu'autre fort supérieur; ce n'est rien *en comparaison de tel autre Degré, possible ou même actuel dans l'infini.*

Supposons le donc tel que l'on voudra: par exemple, que les merveilles de notre Monde soyent à celles de quelques-uns de ces Mondes fortuits, *dans le rapport précisément d'une Montre de carton à l'Horloge la plus parfaite.* L'Athée sera-t-il content?

Je lui accorde tout cela; & il m'a même l'obligation d'en avoir mis ailleurs * les Preuves dans une évidence assez frappante.

 Don-

* Tome second de mes VUES PHILOSOPHIQUES il se trouve trois Pieces sur ce Sujet: la 1re a pour titre *Théotime*; la 2de *Lettres sur le Principe des Epicuriens*; & la 3e *Le Hazard ordonnateur*, Démonstration de l'insuffisance des Preuves physiques & de la nécessité des Preuves métaphysiques de l'existence d'un Ordonnateur intelligent. La premiere & la derniere ont été lues à l'Académie quelque tems avant celle-ci.

Donnons-lui quelque chose de plus, quelque chose de vraiment intéressant.

Il s'en faut bien que l'Athée pousse aussi loin qu'il devroit l'heureuse efficacité de son Hazard.

Ce Hazard qui produit des Mondes, hé quoi? l'on n'y pense pas! ne sauroit-il les reproduire un jour?

Oui sans doute, & il est infaillible qu'il les reproduira, *si c'est lui qui les a produits.*

S'il les a produits une fois, il est infaillible qu'il les reproduira *non pas une*, mais des millions de millions de fois.

Nous, nous-mêmes, tant notre corps que notre esprit, ce qui pense en nous & ce qui ne pense point, tenons pour certain que tout cela *sera rassemblé* des millions de millions de fois dans la suite de l'Eternité.

Peignons-nous les situations les plus flatteuses, toutes les délices, toutes les satisfactions imaginables, l'empire des Fées; il y a à parier que l'obligeante main du Hazard nous y placera:

Tantôt, je l'avoue, sans le souvenir de notre *Personalité* d'aujourd'hui;

Tantôt avec ce précieux souvenir, de sorte *que ce soit bien nous* sans nulle chicane.

Une pareille Réminiscence, qu'est-ce enfin qu'une Combinaison possible, que le Hazard ne manquera pas de rattrapper aussi bien que d'autres?

Il y a de tout ceci, non pas une simple possibilité, ni une probabilité, ni une certitude commune, mais *l'infini à parier*, je le répete, & que cela se retrouvera des millions & des millions de millions de fois.

L'agréable Perspective en vérité! Qu'elle a de charmes! & que c'est dommage, qu'elle nous mene tout-à-coup à une conclusion moins réjouissante!

Tournons la Médaille!

N'y

N'y a-t-il donc que des Combinaisons *à choix*, n'y en a-t-il que de desirables entre toutes celles que le Hazard peut rencontrer?

Bien loin de là ; il n'est que trop certain que les Combinaisons de nature à nous faire trembler, sont de beaucoup les plus nombreuses.

Pour une, par exemple, qui constitue la santé du corps, combien n'y en a-t-il pas qui l'alterent & la détruisent ?

Pour une d'où naît le plaisir, combien d'où ne résulte que la douleur & les angoisses ?

Il s'ensuit qu'il n'y a situations si desespérantes & si cruelles ; peines ; langueurs ; misere ; infamie ; tourmens ; *où il n'y ait à parier que le Hazard nous placera*, des millions & des millions de millions de fois.

Voici donc, *sous la disposition du Hazard*, le Sort qui nous attend dans la durée infiniment infinie de l'Eternité.

Une alternative sans fin d'Etats *de sensation plus ou moins distincte*, & d'Etats *d'absorbement total dans la Matiere.*

Chacun de ces derniers est l'anéantissement heureux, où l'Athée met sa confiance, & dans le sein duquel il cherche un azyle contre les *frayeurs d'une autre vie.*

Fort bien ! Le malheur est pourtant que cet azyle n'est déjà pas aussi sûr qu'il pensoit, puisqu'il en faut sortir de tems à autre *pour revenir à l'existence.*

Les durées, dira-t-on, les durées de tous ces Etats d'absorbement, seront toûjours aux durées des Existences senties, *comme quelque Infini à l'unité* : j'en conviens.

Mais qu'importe, puisque semblables à un profond sommeil, dont la durée quelle qu'elle soit ne paroît *qu'un seul instant*, elles n'interrompront que peu la continuité des Sensations ?

Triste & désolante Perspective que cette éternelle continuité de Sensations, dont *les plus fâcheuses* excedent si fort les autres en *nombre*, en *intensité* & en *durée !*



Oh ! se repose qui voudra, sur les *douces conséquences* de la doctrine du Hazard ! Je n'y vois qu'objet de terreur !

§. XIV.

De l'Amélioration des Etres.

Au milieu des conflicts d'une Collection infinie d'Etres, comment se rassurer contre les *risques* de l'Existence ?

D'une Existence, hélas ! *sans fin ;* de quelque façon que l'on nous considere :

Soit comme des Etres simples, *indestructibles de leur nature*, & existans de la plus absolue nécessité ;

Soit comme des Composés, *reproductibles une infinité de fois* dans la Durée infiniment infinie des Etres qui les composent ?

Les motifs de tranquilité, qu'on cherche envain *dans l'anarchie du Hazard*, cherchons-les *sous l'Empire de l'Intelligence*. Il n'y a plus qu'un pas ; nous y touchons.

Nul fond à faire sur des Rencontres fortuites : nulle consistance dans ce qui résulte du Hazard ;

Et, ce qu'il y a de pire, sans comparaison plus de probabilité, *pour le Mal que pour le Bien*, entre les diverses chances de cette fatale Loterie.

Au contraire tout est lié, tout est suivi dans l'action de l'Intelligence ; & d'autant plus lié & plus suivi que l'Intelligence est plus parfaite ;

De sorte que, si à l'Intelligence se trouvent jointes la Bienveillance & la Puissance, c'est *au seul Bien* que l'Action ne peut manquer de tendre, & de tendre constamment.

Mais il ne s'agit point de nous faire illusion de notre côté, comme les Partisans de l'Anarchie se le sont fait : il faut que cette *Tendance au Bien*, ou que cette *Amélioration des Etres*, soit possible à l'action de l'Intelligence.

Il faut donc être sûr *que la souveraine Méchanceté de la Matiere puisse être corrigée par cette action.*

Exa-

Examinons si elle peut l'être.

Si la Souveraine Méchanceté de la Matiere peut être surmontée, vaincue par l'action de l'Intelligence, ce sera,

Ou dans un seul instant, & *par un seul acte efficace* de la Volonté intelligente ;

Ou par degrés, par des dévelopemens, & des progrès succès-sifs, *les plus rapides* qu'il soit possible.

Que l'Imperfection universelle des Etres, que leur souveraine Méchanceté, que le Mal en un mot *puisse céder à un seul acte* d'une Volonté très sage & très bonne, le Fait prouve le contraire.

Elle eût agi, cette Volonté, *à qui la Nature des choses ne résisteroit point :* elle eût agi ; elle eût préféré le Bien au Mal, le plus grand Bien à un moindre Bien, & *tout le Bien possible à ce qui ne seroit pas tout le Bien possible.*

Sans quoi il faudroit dire qu'elle seroit & ne seroit pas *une Volonté bienfaisante.*

Il n'y a qu'une Volonté bienfaisante, & bienfaisante au suprême degré, qui *pût opérer tout le bien, & détruire tout le Mal*, si cela se pouvoit ; mais il n'y a que son Opposé qui pût ne le pas vouloir, *dès que cela se pouroit.*

Convaincus donc, que le Mal n'a pû, ni ne peut être détruit par un acte instantané de l'Intelligence, voyons du moins s'il peut l'être *successivement & par degrés.*

En d'autres termes, voyons si la Collection des Etres est susceptible d'*Amélioration* à l'infini.

Si elle l'est, & que *pour tendre constamment au Bien* elle n'ait besoin *que de l'action d'une Sagesse supérieure qui la dirige ;* quel motif, pour nous animer à la recherche de cette Sagesse !

L'expérience montre que certaines Collections particulieres, dans la Collection universelle des Etres, sont susceptibles d'ordre & d'harmonie.

Nous - mêmes qui entrons dans ces Collections, nous & nos Sociétés, nous en sommes susceptibles plus ou moins.

Cet

Cet ordre, à la vérité, & cette harmonie, sont dans un degré très imparfait; mais enfin ce degré existe.

Puisque ce degré existe, il est infaillible qu'il en existe d'autres fort supérieurs quelque part dans l'Universalité des Etres.

De plus il y a tel degré qui existe en nous, ou ailleurs, & que nous savons n'avoir pas toujours existé.

Il est donc clair, *puisque l'Imperfection de quelques Etres est capable de diminuer*, que l'Imperfection de la Masse peut diminuer d'autant.

Car il seroit trop absurde, de croire qu'aucun Etre ne peut devenir meilleur qu'un autre au même instant ne devienne pire.

Un Etre devient-il meilleur? il en rend d'autres meilleurs ensuite, & se perfectionne par cela-même.

A-t-il aquis plus de lumieres, plus d'idées? il en fait part, & s'enrichit de nouveau, à mesure qu'il en fait part.

Je conclus *qu'il n'y a que l'Imperfection en général qui soit essentielle aux Etres ou à la Collection des Etres, & non tel degré d'Imperfection en particulier;*

Qu'ainsi, *il est très possible que l'Imperfection ne fasse que décroître*, pour peu qu'une Sagesse y mette la main.

Mais, me dira-t-on, si c'étoit le Hazard qui eût mis dans quelques Collections d'Etres le peu d'ordre & d'harmonie que nous y voyons, en même tems qu'il mettroit dans d'autres la confusion & le Chaos?

Si cela étoit, j'en conclurrois toujours que, puisque ce seroit *pur Hazard*, ce ne seroit rien *d'essentiel*; & que par conséquent *aucun degré d'Imperfection n'est essentiel aux Etres.*

Un peu de bonne foi! J'accorde à l'Athée que du Hazard doit naître quelque part l'ordre & l'harmonie. Il seroit bien de mauvaise humeur s'il refusoit à l'Intelligence ce que j'accorde à son Hazard.

Je conviens que d'une infinité de Jets fortuits, répétés une infinité de fois dans le double infini des Tems & des Espaces, il faut qu'il sorte infailliblement des Mondes, plus ou moins grands, plus ou moins durables, plus ou moins parfaits que le nôtre.

Quoi?

Quoi ? ce que le Hazard peut, certain degré d'Intelligence ne le poura t-il pas ?

Tout n'est-il donc que Hazard, *dès qu'on rejette une Cause créatrice ?* & la Nécessité des Essences n'est-elle rien ?

L'idée *de Cause créatrice* étant rejettée, & *l'Aséité universelle* admise, est-ce au Hazard que la Collection des Etres, & que chaque Etre, doit *l'Existence éternelle & nécessaire* qu'on est contraint de lui supposer ?

Est-ce au Hazard que chaque Etre simple doit *l'Essence qui le constitue tel, & qui le différencie de tout autre ?*

A' supposer que le Hazard effectue quelque chose, une Combinaison, par exemple, entre les possibles ; est-ce lui qui établissoit d'avance *la Possibilité* de cette Combinaison ?

Ou plûtôt *la Possibilité de la Combinaison*, aussi bien que *l'Essence & l'Existence des Etres qui y entrent*, ne dérive-t-elle pas de la seule Nécessité ?

N'est-ce pas aussi de la seule Nécessité *des Essences*, que nous avons déduit ci-dessus *l'Existence actuelle de tous les degrés possibles en quelque genre que ce soit dans l'Universalité des Etres ?*

Enfin n'est-ce pas de cette seule Nécessité, que nous avons établi *l'Existence d'Etres supérieurs*, de tel degré de Puissance que l'on voudra ?

Sans oublier non plus ce que nous avons démontré de l'Intelligence, *qu'elle ne peut résider que dans l'Etre simple, & nullement dans le composé.*

Toutes ces vérités, c'est de l'Enchaînement nécessaire des Idées qu'elles sont déduites.

Ainsi, & l'Action quelle qu'elle soit, & l'Intelligence qui la dirige, & la Puissance ; tout cela se fonde *principalement* sur l'Essence de l'Etre :

Quoique je ne nie pas que le Hazard n'y puisse *influer* aussi de plusieurs façons ;

 Non

Non jusqu'à former un Etre intelligent, qui ne peut jamais être qu'un Etre ſimple ;

Mais en plaçant l'Etre ſimple en telles ou telles Combinaiſons plus ou moins propres aux dévelopemens de l'Intelligence.

C'eſt donc de la néceſſité & de l'infinie variété des Eſſences, que nous devons déduire *l'Actualité de l'ordre & de l'harmonie ;*

Et par conſéquent *l'Actualité des dévelopemens ſucceſſifs* qui conſtituent l'Amélioration des Etres.

Beaucoup mieux, & plus avantageuſement, en déduirons-nous *l'une & l'autre*, qu'on ne feroit des ſeuls coups du Hazard, quelqu'infaillibles qu'ils ſoyent dans l'Infini.

S'il y a l'Infini à parier, *que d'une infinité de Jets, répétés une infinité de fois dans le double Infini des Tems & des Eſpaces, il ſortira un Monde tel que le nôtre*, il y a une certitude pour le moins égale, *que dans l'infinie variété des Eſſences de la Collection infinie des Etres, néceſſairement exiſtans en une infinité de Modifications ſucceſſives, il ſe trouvera tel degré d'Intelligence & de Puiſſance, capable* (quoique fini, car je ne pouſſe pas encore plus loin ;) *capable, dis-je, d'arranger un Monde.*

Il le faut bien, puiſqu'il s'y trouve tels degrés capables de gouverner une Horloge, une Famille, un Empire, &c.

Or à ſuppoſer le Monde *rencontré par le Hazard* & le Monde *opéré par l'Intelligence* égaux en Perfections, (ce que je crois très poſſible, tant qu'il ne s'agit que de Mondes, ou de Collections d'Etres, *d'étendue finie ;*) quelle diſparité dans les conſéquences ! Nous les avons indiquées dès le commencement.

Le premier n'a proprement aucune conſiſtance ; on n'y ſauroit compter ſur rien.

Un pareil Monde peut durer ; mais il peut auſſi ſe détraquer à chaque inſtant ; & c'eſt toûjours de beaucoup le plus probable à chaque inſtant, qu'il aille retomber dans le Chaos.

En-

Enfin l'ordre & l'harmonie qu'il renferme, offrent bien moins une Amélioration réelle d'une Collection d'Etres, que l'idée d'une Amélioration possible.

Dans le second tout est dans un Etat d'Amélioration réelle, & tend sans cesse à une plus grande, sous la direction de l'Intelligence qui s'est plû à le produire, & qui veille à le conserver.

Bonne & sage, quel objet plus digne voudroit-on qu'elle se proposât? . . .

Que d'y mettre *à chaque instant* toute la Perfection *qui est possible en cet instant*;

Augmenter la Perfection *d'instant en instant le plus qu'il est possible*;

Conséquemment, faire passer les Etres par la suite de dévelopemens *la plus rapide*, qui soit *nécessaire* pour leur bonheur.

Voilà donc les solides fondemens de l'Amélioration effective des Etres.

Des Intelligences, *même finies, même bornées*, de l'existence desquelles on ne sauroit douter dans nos Principes, & qui nous surpassent en tel degré de Bonté, de Sagesse, & de Puissance que l'on voudra, *vrais Dieux à notre égard*, suffisent pour nous y conduire.

Que sera-ce des Intelligences *infinies*, du premier, du second, du troisieme, du centieme, du millieme Ordre de l'Infini?

Tous ces Degrés, tous ces Ordres de Fini & d'Infini en Genre d'*Intelligence*, sont aussi réellement, aussi essentiellement existans *dans l'Omnitude éternelle des Etres*, que de pareils Degrés & de pareils Ordres en Genre de *nombre*, de *durée*, d'*étendue*, de *figure*, &c. On n'en sauroit encore un coup douter dans nos Principes.

Pour s'élancer de là jusqu'à l'Omnitude de l'*Intelligence*, & dans le sein de *Dieu*, il ne faut qu'un léger effort; nous atteignons le terme de nos desirs.

§. XV.

Du Bien suprème qui est Dieu.

Tous les *Genres* & tous les *Degrés* d'Etres ou d'Essences *possibles* existent, *d'une existence éternelle & nécessaire.*

Ce Principe, suite immédiate de *l'Aséité universelle*, nous a conduits fort vîte à l'existence *d'Etres supérieurs à nous*, en tel degré *de Bonté*, *de Sagesse & de Puissance*, qu'on peut souhaiter :

Et déjà nous appercevions d'une vûe assez distincte *le Degré suprème ;*

Déjà presque nous touchions à l'existence de l'Etre, en qui *la souveraine Bonté*, *la souveraine Sagesse*, *& la souveraine Puissance* se combinent de la maniere la plus parfaite, . . .

Quand un Fantôme effrayant nous a contraints de nous arrêter.

Nous avons redouté, d'abord non sans raison, l'écueil du Manichéisme.

Il nous sembloit qu'il y eût parité exacte, & que *la souveraine Méchanceté*, combinée avec la souveraine Intelligence & la souveraine Puissance, ne dût pas être moins au nombre des *Possibles*, que *la souveraine Bonté*, &c.

L'existence d'un Dieu *souverainement méchant* nous paroissoit donc aussi infaillible que celle d'un Dieu *souverainement bon.*

Affreuse alternative, dans laquelle on ne pouvoit admettre ni rejetter l'un, sans admettre ou rejetter l'autre !

En vérité l'Hypothese de l'Anarchie, ou l'Athéisme même, ne seroit pas pire.

Mais bientôt nous avons vû que dans l'application de notre Principe il y avoit une extrême distinction à faire entre le *Bien* & le *Mal ;*

Surtout *le Bien & le Mal moral*, dont heureusement les conditions ne sont point les mêmes.

Le Bien moral *résulte d'Elémens conspirans*, *tous positifs*, *illimités par eux-mêmes*, *& qui ne se limitent point les uns les autres.*

C'est

C'est comme la ligne droite *qui n'est que rectitude*, & qui, par cela-même qu'elle n'est que rectitude, *est infinie du souverain Degré de l'Infini.*

Le Mal moral *résulte d'Elémens opposés, dont il y en a de limités de leur nature, ou sûrement limités par d'autres, & quelques-uns même de négatifs.*

C'est comme la Ligne courbe, *qui est toûjours d'autant plus restrainte qu'elle est plus courbe*, & qui d'ailleurs n'est jamais *sans un mélange de rectitude*, d'où dépend le plus ou le moins d'étendue qu'elle a.

Il est aussi absurde d'affirmer une Méchanceté active sans Intelligence, que d'affirmer une Ligne courbe qui ne participe plus ou moins de la droite à proportion de son étendue.

Il est aussi absurde d'affirmer une souveraine Méchanceté jointe à une souveraine Intelligence, que d'affirmer le souverain Degré de courbure réuni avec une étendue sans bornes.

D'un autre côté, il est aussi absurde de nier le souverain Degré de l'Intelligence & de la Bienveillance combinées entr'elles, que de nier le souverain Degré *de quelque genre d'Essences possibles que ce soit.*

En quelque genre d'Essences possibles que ce soit, tous les Degrés, & par conséquent le souverain Degré, existent nécessairement.

L'Intelligence existe; l'Intelligence a des Degrès: donc *le Souverain Degré de l'Intelligence existe.*

La Bienveillance existe; la Bienveillance a des Degrés: donc *le souverain Degré de la Bienveillance existe.*

Et de plus l'Intelligence & la Bienveillance se peuvent combiner, sans que ni l'une ni l'autre s'altere ou se dégrade.

Tant s'en faut que l'une altere ou dégrade l'autre, qu'elles se perfectionnent réciproquement l'une l'autre.

Donc le souverain Degré de Bienveillance se peut combiner avec le souverain Degré d'Intelligence.

Il existe donc, dans l'Universalité des genres & degrés d'Essences possibles, *un souverain Degré de Bienveillance & d'Intelligence* combinées entr'elles.

Où cela? En quelque Etre composé? . . .

Non: dans un Etre simple; dans un Etre *qui n'est qu'un seul Etre, & non plusieurs;* puisqu'il n'y a qu'un tel Etre qui soit susceptible d'Intelligence & de Volonté.

Mais que ferons-nous de la Puissance?

La Puissance existe; la Puissance a des Degrés: donc *le souverain Degré de la Puissance existe.*

Il ne s'agit que de savoir si le souverain Dégré de la Puissance peut se combiner avec le souverain Degré d'Intelligence & de Bienveillance: cela dépend de la juste idée que l'on s'en forme.

Si l'on entend par le souverain Degré de la Puissance, *une Volonté indépendante des moyens, à qui rien ne soit impossible; qui puisse réaliser les contradictoires, faire que ce qui n'a jamais été, ait déjà été, & que ce qui a déjà été, n'ait jamais été,* &c. on n'exprime qu'une extravagance, une chimere.

Pour dire quelque chose, il faut que le souverain Degré de la Puissance *soit contenu entre les limites des Possibles.*

Il faut que le souverain Degré de la Puissance soit *subordonné aux Essences des Etres, & soumis à des moyens.*

Heureux, très heureux Point de vûe, qui en excluant les Dieux de l'imagination & de l'erreur, nous mene à l'instant-même au seul vrai Dieu!

Une Puissance, pour infinie qu'elle soit, *dès qu'elle est contenue entre les limites des Possibles, subordonnée aux Essences des Etres, & soumise à des moyens,* bien loin qu'elle ne puisse se combiner avec la suprème Intelligence, ne peut qu'être conçûe liée & combinée avec elle nécessairement.

Le souverain Degré de la Puissance ne peut donc qu'être conçu, lié & combiné nécessairement avec le souverain Degré de l'Intelligence.

Quant

Quant à la Bienveillance, il n'est que trop vrai qu'elle desire plûtôt la Puissance qu'elle ne la suppose ; mais si la Puissance ne la suppose pas, elle ne l'exclud pas non plus, & c'est ce qui se peut dire de mieux à son honneur.

La Puissance, en général, ne suppose ni n'exclud la Bienveillance : mais une Puissance infinie, *non seulement ne l'exclud pas, elle la suppose en quelque sorte, par l'entremise de l'Intelligence ;* ou si elle ne la suppose pas, du moins est-il sûr qu'elle peut se combiner avec elle, aussi bien qu'avec l'Intelligence.

Résumons donc.

La Bienveillance, l'Intelligence & la Puissance existent.

La Bienveillance, l'Intelligence & la Puissance ont des Degrés, & se peuvent combiner entr'elles selon ces divers Degrés.

Donc *un souverain Degré de Bienveillance, d'Intelligence & de Puissance combinées entr'elles,* existe en quelque Etre dans l'Universalité des Etres.

J'appelle DIEU, *cet Etre en qui réside le souverain Degré, de la Bienveillance, de l'Intelligence & de la Puissance combinées entr'elles :*

Etre *simple*, puisqu'encore un coup il n'y a que l'Etre simple qui soit susceptible d'Intelligence & de Volonté ;

Etre *unique*, puisqu'il n'y a pas deux Etres indiscernables, & que d'ailleurs c'est ici le souverain Degré.

Donc *il y a un Dieu, un seul & unique Dieu.*

§. XVI.

De l'Unité de Dieu.

Je veux éclaircir davantage ce qui concerne l'*Unité* de Dieu, parce que cela mene à plusieurs Considérations fort importantes.

Etre unique, ai-je dit, *puisqu'il n'y a pas deux Etres indiscernables, & que d'ailleurs c'est ici le souverain Degré :* il faut nécessairement joindre ces deux Principes.

Tout

Tout ce qui est au souverain Degré *est unique*. Ce qui vient immédiatement après, *admet pluralité*; non pluralité d'Etres indiscernables, mais pluralité d'Etres égaux, pluralité d'Etres du même degré; & cette pluralité *augmente à mesure que l'on s'éloigne*.

Il n'y a qu'une seule Ligne souverainement droite entre deux Points. Il y en a plusieurs presque droites à une petite distance de celle-là; & un plus grand nombre de moins droites encore à une plus grande distance: bien entendu que les deux Points soyent pris en l'air; non sur un Plan.

Remarquons la même chose des Perpendiculaires, des Cercles, des Polygones réguliers, &c. Mais souvenons-nous que ces comparaisons sont délicates, & que l'illusion des idées abstraites y est à craindre. On doit les manier avec prudence.

Quoique persuadé qu'il n'y a pas deux Etres indiscernables, je n'assurerois donc pas qu'il ne puisse y avoir *des Etres* de même degré *égaux* par compensation.

Ce que j'assure bien positivement, c'est que cela ne se peut *du Degré suprême*.

Plusieurs Dénominations distinctes du souverain Etre; rien de plus intelligible.

Autant d'Etres parfaitement égaux, dont chacun a son caractere propre, *par quoi il est tel & non un autre*; unis d'ailleurs de la façon la plus étroite, & ne fesant ensemble qu'un même degré: cela se peut encore, pourvû que ce ne soit pas le suprême Degré.

Pourquoi deux, pourquoi trois de ce Degré-là, me dira-t-on, plûtôt que quatre, ou une infinité?

Je répons: pourquoi trois Dimensions de l'Etendue, & non pas quatre? pourquoi cinq Polyèdres réguliers, & non pas une infinité comme de Polygones? pourquoi deux Solutions à un Problème, trois à un autre, &c.?

Mais s'il s'agit du Degré suprême, ce qui s'y trouve ne peut qu'être unique.

Il eſt auſſi contradictoire *de ſuppoſer deux Individus du Degré ſuprème*, que de ſuppoſer deux Lignes droites entre deux Points, deux Perpendiculaires d'un même Point ſur une même Ligne, deux Cercles décrits d'un même centre & d'un même rayon.

Ou bien deux Individus A & B du Degré ſuprème ſeront tels, qu'il n'y ait rien dans A qui ne ſoit dans B de la même façon & au même degré, & rien dans B qui ne ſoit dans A de la même façon & au même degré; ce qui eſt auſſi abſurde que deux ſortes de Cercles, *la premiere & la ſeconde*, tout dans la premiere comme dans la ſeconde, tout dans la ſeconde comme dans la premiere.

Ou bien les Individus A & B du Degré ſuprème ſeront tels, qu'il y aura dans A quelque choſe qui ne ſoit pas dans B de la même façon & au même degré, & quelque choſe dans B qui ne ſoit pas dans A de la même façon & au même degré: auquel cas A & B ne ſeront *ni l'un ni l'autre du Degré ſuprème*; il leur manquera quelque choſe; aucun ne ſera le réſultat complet du ſouverain Degré de chaque Attribut.

Que ſi l'on va juſqu'à prétendre, que A & B, *quelque choſe de plus que de ſimples Dénominations d'un Etre*, ne ſont qu'un ſeul Etre; un ſeul même Etre lequel n'eſt pas pluſieurs Etres, mais qui pourtant eſt A + B; & que A & B ſont tels, que A n'eſt pas B & que B n'eſt pas A, mais que chacun eſt A + B: je ne puis rien dire de ce langage, ſi ce n'eſt que je ne l'entens pas.

Gardons-nous, ſi nous voulons ramener ceux qui ont le malheur de ne point reconnoître un Dieu, gardons-nous de joindre à l'idée de ce Dieu des idées qui la rendent inſoutenable!

Un Dieu qu'on puiſſe croire, auſſi bien qu'un Dieu qu'on puiſſe aimer: Principe fixe, dont il ne m'eſt pas plus poſſible de me départir, que du ſentiment de mon exiſtence!

§. XVII.

De l'Intervalle entre Dieu & les autres Etres.

Or maintenant comment faut-il concevoir *la Suite des Etres*, de nous jusqu'à Dieu, ou de Dieu jusqu'à nous ?

Y a-t-il un Degré qui *differe infiniment peu* du Degré suprême, un second Degré, puis un troisieme, un quatrieme, & ainsi toûjours en diminuant de perfection ?

Je distingue.

Il y a sans doute un Degré qui suit immédiatement le Degré suprême ; puis un autre que vient après celui-ci immédiatement ; & ainsi à l'infini.

Appellant le Degré suprême *premier Degré*, on en a un *second*, un *troisieme*, un *quatrieme*, & ainsi à l'infini.

Le premier Degré n'a qu'un Etre, qui est *Dieu*.

Le second Degré en peut avoir deux, ou trois, ou davantage, que sais-je ? *tous égaux*, *quoique discernables :*

Egaux, sans quoi ils ne seroient pas du même Degré, mais de Degrés différens ;

Discernables, sans quoi ce ne seroient pas plusieurs Etres, mais un seul Etre.

Le troisieme Degré renferme encore plus d'Individus ; & les derniers en renferment des infinités d'infinités, à l'infini.

Mais je suis très éloigné de croire, *que la dignité du second Degré, ne differe qu'infiniment peu de la dignité du premier*, & celle du troisieme infiniment peu de celle du second, & ainsi de suite.

Une comparaison fera entendre ma pensée sur ce sujet.

Dans la Série des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, &c. on sait que la seconde Puissance de 10, par exemple, differe plus de la seconde Puissance de 9 que celle-ci ne differe de celle de 8 ; ce qui est encore plus remarquable dans les troisiemes, quatriemes, cinquiemes, . . . centiemes, milliemes Puissances &c.

Je

Je crois de même que la dignité des Degrés d'Etres, ou leur perfection, ne differe pas seulement comme les Degrés, mais qu'elle décroît *à compter depuis le premier* dans une proportion inassignable.

L'excellence du Degré suprème surpasse donc infiniment celle du second; & l'excellence du second infiniment celle du troisieme, mais de façon pourtant *que la différence soit d'un moindre ordre de l'Infini.*

De cette sorte la dignité, la perfection, la prééminence de Dieu sur quelque autre Etre que ce soit, *même du Degré prochain*, est infinie, & de l'ordre le plus élevé de l'Infini.

A l'égard des Degrés inférieurs, leurs différences se rapprochent à la fin si fort, qu'elles ne sont plus qu'extrêmement petites.

Je me contente d'exposer ici cette Doctrine sans en donner les preuves, parce que ce Point n'est d'aucune conséquence pour le maintien de la Société, & que je ne le crois pas plus essentiel au bonheur de la vie à venir.

Que le Degré qui suit le Degré suprème n'en differe qu'infiniment peu, ou qu'il en differe infiniment; qu'à chaque Degré il n'y ait de même qu'au premier qu'un seul Etre, ou qu'il y en ait plusieurs: les fondemens de la *Morale* & de la *Religion* n'en demeurent pas moins inébranlables.

Il est toûjours vrai *qu'il y a une Bienveillance, une Intelligence, & une Puissance infinies*, qui s'intéressent à nous & veillent sur nous.

Seulement on pourroit dire, dans l'Hypothese des Degrés décroissans depuis le premier *par nuances imperceptibles*, que la Divinité composeroit un Sénat dont le nombre des Membres seroit infini.

Au lieu de trois Personnes égales en Dieu, il y en auroit une infinité de presqu'égales, qui, *vû l'excellence de leur Nature*, ne pouroient qu'être entr'elles dans la plus grande harmonie & le plus parfait accord.

Mais, de quelque façon que l'on l'entende, l'Univers n'en seroit assurément ni pis ni mieux.

 Un

Un seul Etre *en qui réside le souverain Degré de la Bienveillance, de l'Intelligence & de la Puissance*, suffit à tout.

Le reste, *dès que nous avons cet Azyle*, ne nous importe en quoi que ce soit.

Ne craignons point qu'aucun sentiment de Jalousie, ni entr'eux, ni à notre égard, effleure ces premiers Etres.

DIEU est Amour, Bonté, Tendresse: c'est son Essence ; & ce qui en approche infiniment, y participe de même.

Ce que nous pensons ou ne pensons point, nos opinions, comme nos hommages, n'intéressent *la Bienveillance*, qu'autant *que le tout peut contribuer solidement à notre bonheur.*

§. XVIII.

De l'Eternité propre de Dieu.

Je veux finir par dire un mot de l'Eternité *telle que je la conçois en Dieu.*

L'Opinion d'une *Eternité successive en Dieu* ne m'est point particuliere ; ç'a été celle de beaucoup de Philosophes & de Théologiens, même fort orthodoxes.

Mais voici ce qui m'est particulier, si je ne me trompe, & qui peut mériter quelque attention.

Qui le croiroit ? il est un sens, & un sens très raisonnable, à ce qu'il me semble, selon lequel, même dans l'Hypothese *de l'Existence éternelle & nécessaire de tous les Etres*, il n'y a cependant pas un seul Etre *qui soit coéternel à Dieu.*

Exprimons ceci encore avec plus de force.

Supposons que l'Existence de Dieu n'a pas un seul instant d'*antériorité* sur celle des Etres ;

Supposons que Dieu n'a pas existé un seul instant, sans que tous les Etres possibles existassent *avec lui :*

Je

Je dis qu'il n'en sera pas moins vrai, *que l'Existence de Dieu surpasse infiniment*, *& du plus haut degré de l'infini*, *celle de tous les Etres ensemble ;*

En sorte qu'au pied de la lettre, Dieu *a infiniment plus existé* que pas un d'eux.

Rien de plus facile que d'amener à l'évidence ce Paradoxe prétendu.

C'est qu'il y aura bien eû autant d'Instans dans l'Existence de Dieu que dans celle des Etres ; mais que chaque Instant de l'Existence de Dieu *aura eu une intensité infinie & infiniment infinie*, que les Instans correspondans des Etres sont fort éloignés d'avoir.

Il s'agit d'expliquer ce que j'entens par l'*Intensité* de l'Existence en chaque instant.

Plusieurs Etres A, B, C, D, &c. existent dans un même instant donné, ou coëxistent un instant.

A n'a point de sentiment ; B a un sentiment très foible ; C a un sentiment double ou deux sentimens ; D en a un triple ; &c.

Les *Intensités* de cet instant d'Existence pour ces Etres seront comme 0, 1, 2, 3, &c.

De même, si de deux Etres A & B, le premier A n'a qu'une idée distincte dans l'instant où le second B en a 100, les *Intensités* de leurs Existences pour ces Instans seront comme 1 à 100.

Puis donc qu'il y a un Etre qui est *Dieu*, lequel en chaque Instant de son Existence *a toutes les idées distinctes possibles*, jointes au sentiment de bonheur & de félicité *le plus vif qui soit possible*, l'Intensité d'un seul Instant d'Existence en lui *est infiniment infinie* à l'égard de toutes les Existences des Etres.

Donc *un seul Instant de Dieu est une Eternité*, non en *Succession*, mais en *Comprehension* ou en *Extension*.

Donc notre Eternité à nous *n'est que Néant ou Zero* en comparaison *d'un seul de ses Instans*.

 C'en

C'en eſt aſſez pour le préſent : je m'expliquerai autre part plus au long ſur ce ſujet, & ſerai voir, *comment*, *quoique tout ſoit éternel*, *tout ne fait encore en quelque ſorte*, *que commencer à exiſter*, *ſi ce n'eſt Dieu.*

Je montrerai, même *dans la Suite des Exiſtences ſucceſſives*, ce qu'on peut appeller *des Eternités*, & par conſéquent un ſens plus profond qu'on ne s'imagine dans cette Expreſſion commune *d'Eternités en Eternités.*

Enfin, ſur le fond-même de *l'Aſéité des Etres*, je me rapprocherai du Dogme de la *Création* beaucoup plus qu'on ne pourroit croire ; de ſorte qu'après avoir tant accordé à l'Athée pour le gagner, il ſe trouvera ramené inſenſiblement *aux Verités* qui l'effarouchoient le plus en commençant.

C'eſt le fruit que j'oſe attendre de mon travail, ſous la bénédiction de l'Etre *tout bon*, *tout ſage*, & *tout puiſſant* ; qui voit & juge mes Intentions !

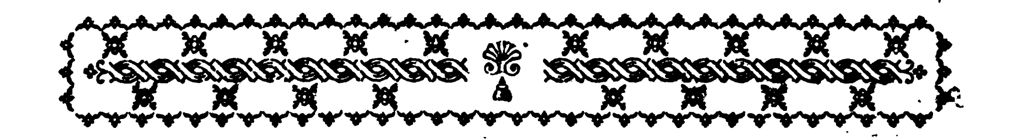


Mémoi-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* * *



ELOGE
DE
MONSIEUR DE SVEERTS. (*)

J'ay lieu de me féliciter de la réflexion que je fis, il y a un an, dans l'Eloge de M. *de Keith*. Je dis qu'il seroit à souhaiter que les Académiciens prissent assez de soin de leur mémoire, pour laisser par écrit quelques détails, qui aidassent à dresser leur Eloge. M. *de Sveerts*, qui m'écoutoit, & qui se sentoit atteint d'un mal dont la guérison n'étoit guères à espérer, fut frappé de cette idée ; & imitant M. *de Keith*, il a été encore plus loin, en ce que lui-même, le 27 de Juin, très peu de jours avant sa mort, il m'a envoyé un Mémoire, tel que je le pouvois desirer, en me mandant que c'étoit pour satisfaire à ce que j'avois exigé des Membres de l'Académie dans l'Assemblée du 27 de Janvier. Je n'ay donc qu'à suivre le fil historique tracé par le défunt en y ajoûtant ce qui peut en faire un Eloge ; tribut qui est incontestablement dû au mérite distingué de cet illustre Académicien.

La Famille *de Sveerts* est originaire du Brabant, & une des sept Familles Patriciennes qui bâtirent la Ville de *Bruxelles* avant l'an 900

(*) La place réservée pour les Lettres de M. *de Leibnitz*, qui doivent terminer ce Volume, oblige de restraindre la Classe de Belles-Lettres à ces Eloges, & au Discours qui les suit.

900 (*). L'Ayeul de M. *de Sveerts*, ayant quitté le ſervice d'Eſpagne, vint s'établir en Sileſie en 1653. Il eut pour fils *Leopold Ignace Sveerts*, Baron du St. Empire *de Reiſt*, qui epouſa *Anne Elizabeth*, Comteſſe *de Sternberg*, & mourut la laiſſant enceinte du fils dont nous regrettons la perte. Il nâquit en 1710. le 1 de Decembre, à *Petrowitz*, dans la Principauté de *Münſterberg*, & reçut au bâteme les noms d'*Erneſt Maximilien*.

Madame la Douairiere *de Sveerts* donna tous ſes ſoins à l'éducation de deux fils que ſon Epoux lui avoit laiſſé ; & ayant perdu l'ainé, elle redoubla ſes attentions en faveur de celui-ci que ſa qualité d'unique rendoit doublement précieux, Le jeune *Sveerts* fut deſtiné à l'Etat Civil, & fit ſes humanités au Collége des Jéſuites de *Glatz*, demeurant chez ſon Ayeul maternel, qui étoit alors Intendant de cette Comté. De là il ſe rendit à l'Univerſité de *Breslau*, où de ſon aveu, & à ſon grand regret, on lui fit perdre trois années à l'étude de la Philoſophie d'*Ariſtote*. Enfin on l'envoya en 1729. à *Saltzbourg*, pour y faire un Cours de Juriſprudence ſous des Profeſſeurs habiles. Les agrémens dont les jeunes gens de condition jouïſſent à la Cour du Prélat qui ſiège dans cette Ville, contribuerent beaucoup à former M. *de Sveerts*, & à le rendre, comme il l'a été d'une manière ſupérieure, propre au commerce du grand monde.

Aux études on voulut, ſuivant la coûtume, joindre les voyages, qu'on ſuppoſe utiles pour la connoiſſance des mœurs des Nations ; ce qui ſeroit plus vray, ſi l'âge des voyageurs étoit compatible avec des obſervations plus approfondies. Cependant l'eſprit du nôtre, ouvert de bonne heure, mais ſurtout un goût exquis dont la Nature l'avoit doué, & qui ne demandoit, pour ainſi dire, qu'à ſe former, lui firent tirer des fruits plus conſidérables de ſes voyages, que ceux qu'on en recueille ordinairement. Il les commença par l'Italie, où il fit un ſéjour de deux ans, qui le mit en état de s'arrêter aſſez longtems dans les prin-

(*). Voyez *les Délices des Païs-Bas*. Tom. I. pag. 70.

principales Villes, pour ne rien laisser échaper des chefs-d'œuvre de l'Art qu'elles renferment.

Lorsque *Don Carlos* débarqua à *Livourne*, pour aller prendre possession du Royaume de Naples, M. *de Sveerts* y étoit, & il eut une avanture qu'il a jugée assez singulière pour en donner le narré, que nous rapporterons ici dans ses propres termes. „ Nous nous étions
„ rendus, dit-il, sur le Port, mon Gouverneur & moy, pour voir ar-
„ river la Réale d'Espagne, une des plus belles & des plus grandes
„ Galères, que l'Infant d'Espagne montoit. Après qu'il eut mis pied
„ à terre, nous comptions prendre les devans, & voir l'entrée à nô-
„ tre aise; mais nous nous trouvâmes insensiblement envelopés dans
„ la foule à la porte de la ville; les Gardes du Grand-Duc arrivant
„ sur le pont, mirent l'épouvante parmi ceux qui avoient la même in-
„ tention que nous, & la presse devint si grande que je tombai en bas
„ du pont, dans un fossé qui avoit douze pieds de profondeur, &
„ trois pieds d'eau. Un moment après un des Gardes à cheval m'y
„ suivit; & ayant demandé comme un jeune étourdi à cet homme,
„ par quel chemin il étoit venu, il me répondit avec une gravité ad-
„ mirable; *Par le même que vous*. Quand le tumulte de l'entrée fut
„ passé, nous trouvâmes moyen de nous faire entendre, & l'on vint à
„ notre secours. „

Après avoir vû la France, la Hollande, & la plus grande partie de l'Allemagne, M. *de Sveerts* finit ses voyages en 1734. L'année suivante il fut revêtu de la charge de Conseiller de Sa Majesté Impériale à la Régence de *Breslau*. Peu après les Etats de Silesie l'aggregèrent dans leur Corps en qualité de Député de la Principauté de *Münsterberg*.

L'année 1737 fut celle de son mariage avec une Dame, dont le mérite n'étoit pas moins distingué que la naissance. C'étoit la Comtesse *Florentine de Schlegenberg*, fille du Comte *François Antoine de Schlegenberg*, Ministre d'Etat de S. M. Impériale, & d'*Antoinette*

 Com-

Comtesse *de Lichtenstein.* De cette union que la Parque auroit dû rendre plus durable, il est demeuré trois fils ; *Joseph Adam*, Chevalier de Malthe, & au service militaire du Roy ; *Philippe Jacques*, Chanoine de la Cathédrale & des Eglises Collégiales de *Breslau* & de *Glogau*, & *Guillaume Henri*, encore en bas âge.

M. *de Sveerts* fut chargé de diverses commissions par la Cour Impériale, pendant les années qu'il passa à son service. Il eut en particulier en 1738. & 1739. celle de rétablir la Navigation sur l'Oder, dans tout le cours de ce fleuve en Silesie, pour la commodité du Commerce.

L'année 1740. changea la face des affaires. Le Roi étant entré en Silésie pour revendiquer ses droits sur plusieurs Domaines de cette Province, la Cour de Vienne confia à M. *de Sveerts* une fonction assez délicate ; c'étoit celle de présenter à Sa Majesté la protestation contre les voyes de fait dont Elle se servoit. Ce fut à *Milettau*, dans la Principauté de *Glogau*, qu'il s'en acquitta le 19 de Decembre. Cette démarche épineuse n'eut aucun désagrément pour lui, le Roy l'ayant reçu avec beaucoup de bonté, & lui ayant permis de retourner à *Breslau.*

La Silésie ayant été réduite à l'obéissance de ce Monarque, lui prêta hommage en 1741. & M. *de Sveerts* déjà connu du Souverain, ayant paru dans cette occasion parmi les Députés des Princes, le Roi le distingua d'une maniere gracieuse, en le nommant son Chambellan, & en lui ordonnant de le suivre à Berlin. Il obéit sans delai, en se rendant dans cette Ville avec toute sa famille.

Les agrémens de l'esprit de M. *de Sverts*, & la délicatesse de son goût, ne furent point des qualités perduës à la Cour d'un Roi, qui n'a pas une supériorité moins décidée dans tout ce qui est du réssort de l'esprit & du goût, que dans ce grand art de régner, où l'on peut l'appeller le modèle des Rois. Un Courtisan spirituel, poli, éclairé ; est

eſt un homme eſtimable, utile, digne d'être récompenſé, tout comme ceux qui dans les grands Emplois conſacrent leurs talens, ou aux Champs de Mars ſignalent leur valeur pour le bien & la défenſe de l'Etat. Il eſt glorieux de ſervir aux plaiſirs d'un Maître tel que FRIDERIC, parce qu'il n'en prend aucun qui ne ſoit digne de lui; bien différent en cela, comme en tout, de ces Princes qui aviliſſent la majeſté de leur rang, par des récréations frivoles, ou même meſſéantes.

M. *de Sverts* ſe crut donc honoré, & le fut effectivement, lorsqu'en 1742. le Roy le chargea de la Direction des Spectacles, à laquelle il étoit très propre, & dont il s'acquitta parfaitement bien. Après la mort de M. *de Knobelsdorff*; en 1753. il eut l'Intendance générale de tous les Théatres.

Lorsqu'il ſe forma une Société des Sciences, qui a été l'avant-coureur du renouvellement de l'Académie, M. *de Sveerts* s'en trouva Membre né; & devint par là même bientôt Académicien Honoraire, lorsque cette Société réunie avec l'ancienne Société des Sciences forma l'Académie Royale.

Une des dernières occupations de ſa vie a été la direction du bâtiment de l'Egliſe Catholique, dont il avoit été chargé conjointement avec feu M. le Lieutenant-Général Comte *de Rothembourg*, qui par ſa mort le laiſſa ſeul Directeur. Les ſecours raſſemblés pour la conſtruction de cet Edifice n'ayant pas ſuffi pour l'achever ſuivant le deſſein magnifique que Sa Majeſté en avoit donné, M. *de Sveerts* demanda une commiſſion de la Chambre Royale des Comptes, pour examiner la Recette & la Dépenſe, & lui donner une décharge de ſon adminiſtration, qu'il obtint le 7 Fevrier 1754.

La carrière de ce digne Académicien n'étoit guères avancée, & cependant elle touchoit à ſa fin. Il avoit paru pendant longtems doué d'une excellente conſtitution; mais, ſoit qu'il y ait des

ſituations où l'on vit plus vite que dans d'autres, ſoit qu'il y eut quelque défaut caché dans ſon tempérament, ſa ſanté ſe dérangea conſidérablement quelques années avant ſa mort, les retours de convaleſcence furent toujours imparfaits, & l'étiſie s'étant enfin formellement manifeſtée, les remèdes employés pour la combattre ne ſervirent tout au plus qu'à diſputer un peu le terrain, jusqu'à ce que toutes les forces naturelles ayant été inſenſiblement conſumées, M. *de Sveerts* s'éteignit tranquillement le 4 de Juillet 1757.

La Cour, l'Académie, & tous ceux qui avoient l'avantage de le connoître, l'ont ſincerement regretté. Il avoit tout ce qu'il faut pour ſe faire aimer & conſidérer. A' un bel extérieur, à une phyſionomie des plus heureuſes, il joignoit les graces de la politeſſe, de la douceur, du caractère le plus liant. Sa converſation, pour être agréable, n'en étoit pas moins ſolide. Il parloit bien de tout, & très bien des matieres dont il avoit fait ſon principal objet. Des qualités plus réelles encore lui avoient acquis de véritables Amis, qui l'ont toujours regardé comme un homme auſſi eſtimable qu'aimable.



ELO-

ELOGE
DE
MONSIEUR PELLOUTIER.

SIMON PELLOUTIER, Pasteur de l'Eglise Françoise de Berlin, Conseiller du Consistoire Supérieur, Membre & Bibliothécaire de l'Académie Royale, nâquit à *Leipsig*, le 27. Octobre v. st. 1694. Son Pére, *Jean Pelloutier*, Négociant de cette Ville, étoit natif de *Lion*; & sa Mére, *Françoise Claparede*, étoit du Languedoc.

On reconnut de bonne heure que le jeune *Pelloutier* avoit des dispositions aux études, & on les cultiva. Il fit ses Humanités dans le College de *Halle*, & passa toutes ses Classes avec rapidité. La carriére des études académiques y succeda; & dès l'age de 18. ans il étoit assez formé, tant du côté des connoissances que de celui des mœurs, pour se trouver en état de remplir un poste de confiance dont il fut chargé; c'étoit celui de Gouverneur des Fils du Prince de *Montbeliard*. Il passa avec eux les années 1712. & 1713. à Geneve; & il profita de ce séjour pour faire son Cours de Théologie sous les célébres *Alphonse Turettin* & *Benedict Pictet*.

Avant la fin de 1713, il se rendit à Berlin pour entrer au nombre des Candidats destinés à obtenir les Eglises qui viennent à vaquer dans les Etats de Sa Majesté. Pendant le tems qui s'écoula jusqu'à son établissement, M. *Pelloutier* profita d'une occasion bien précieuse de puiser les connoissances les plus solides, & les plus convenables à sa destination, dans une source qui a été longtems ouverte pour le bien des Lettres & de l'Eglise. Je veux parler des instructions que M. *Len-*

Lenfant accordoit aux jeunes Théologiens. C'étoit un insigne avantage pour ceux qui ont sçu en profiter que celui d'être aux pieds de ce *Gamaliel.* Le bon sens le plus épuré, le savoir le plus étendu & le mieux digéré, une netteté d'esprit, une force de jugement, une délicatesse de critique, un style nerveux, une éloquence mâle, étoient autant de qualités qui se trouvoient au plus haut degré dans ce grand Homme, & qu'il se faisoit un plaisir de produire ou de déveloper dans ceux qui recouroient à ses directions. M. *Pelloutier* fut un des principaux Disciples de M. *Lenfant*, dont il surpassa même les espérances. Courant la même carrière avec des condisciples, que la Nature sembloit avoir traité avec quelque prédilection, il les atteignit, il les devança ; & dans la suite il les a laissés bien loin derrière lui, à force d'application. Ce trait dévelope d'avance son caractère & le principe de tous ses succés. Fortement attaché à tout ce dont il a fait son objet, M. *Pelloutier* a trouvé par cette voye des ressources, il a atteint une supériorité, qui lui ont d'autant plus fait d'honneur, que le mettant à l'abri de toute dissipation, elles ont rendu sa vie parfaitement conforme à son état.

L'Eglise de *Buchholtz*, située à un mille de *Berlin*, demanda M. *Pelloutier*, pour succeder à M. *de Beausobre*, qui la quittoit alors pour aller à *Hambourg*. M. *Lenfant* eut la joye de consacrer au service des Autels ce digne disciple, auquel il donna l'imposition des mains à *Buchholtz*, le 21 de Juillet 1715. Quatre années se passerent dans cette première Eglise d'une maniere très utile pour le jeune Pasteur. Aux portes de la Capitale il profita de tous les secours qu'elle pouvoit lui fournir pour continuer à se former ; & l'on conçoit bien que le principal de ces secours étoit toujours le même Oracle qui l'avoit jusqu'alors si bien guidé. Aussi fut-il bientôt compté parmi le petit nombre des sujets d'élite, au Ministère desquels les grandes Eglises ont une espece de droit.

Celle de *Magdebourg* se prévalut du sien, en lui déférant en 1719. une des places de l'Eglise Françoise de cette Ville. Il l'accepta, & y rem-

remplit une nouvelle carrière de six années. C'est alors que chargé du soin d'un Troupeau nombreux, & de fonctions beaucoup plus étenduës & plus pénibles, toute la capacité de M. *Pelloutier* pour la conduite des Eglises, cette grande activité, & cette assiduité infatigable, que nous avons vuës se soutenir en lui jusqu'à la fin, se développerent dans tout leur jour, & donnerent l'exemple aussi beau que rare d'un Pasteur entièrement dévoué à ses fonctions. Celui-ci exerçoit les siennes avec une ardeur, à laquelle le nom d'avidité ne conviendroit peut-être pas mal. Les dix années passées à *Buchholtz* & à *Magdebourg* procurerent encore un grand avantage à M. *Pelloutier*. Il y fit un amas de matériaux, une provision de Sermons, qui ont beaucoup contribué à la facilité & à l'exactitude avec lesquelles il n'y a eu pendant le reste de sa vie que de fortes indispositions qui l'ayent empêché de monter en Chaire toutes les fois que son tour l'y appelloit.

Un pareil Ecclésiastique est un trop grand trésor pour ne pas faire l'objet des desirs de plusieurs Eglises. Celle de *Leipsig* étoit d'autant plus dans le cas, que le voisinage de *Magdebourg* la mettoit à portée d'être exactement instruite de la haute estime que M. *Pelloutier* s'y étoit acquise. Elle crut donc qu'en lui ouvrant, si j'ose ainsi dire, le sein de sa mère, en le rappellant dans le lieu qui l'avoit vû naître, elle lui offriroit un attrait auquel il ne pourroit résister. Lorsqu'elle perdit M. *Dumont*, qui a fini ses jours à *Rotterdam*, elle fit de fortes instances à M. *Pelloutier* pour l'engager à lui accorder son Ministère. Mais il tenoit par des liens trop forts aux Eglises de nos contrées, desquelles il avoit reçu & reçevoit les marques d'affection les plus touchantes pour se résoudre à les quitter. Il se contenta donc de témoigner toute sa reconnoissance à l'Eglise de *Leipsig*, & de continuer sa tendresse à celle de *Magdebourg*, que la crainte de le perdre avoit vivement allarmée.

Cependant elle ne devoit pas le garder toujours, & la Capitale revendiquoit un homme si propre à lui faire honneur à toutes sortes d'é-

d'égards. M. *de Repey* mourut à la fin de 1724. & M. *Pelloutier* lui succeda en 1725. Cela lui procura la satisfaction de se rejoindre à M. *Lenfant*, & d'être son Collegue jusqu'en 1728. Ce que M. *Pelloutier* avoit fait à *Magdeburg*, il le fit à *Berlin*. Ce n'est pas sans dessein que je fais cette remarque. Il arrive souvent qu'on se propose un but, auquel on tend par des efforts soutenus, mais qu'après l'avoir atteint, les efforts cessent, & le relâchement leur succede. Ce n'étoit point là le caractère de notre digne Ecclesiastique. Il étoit né pour ses fonctions, il ne vivoit que pour elles; & cela est si vrai que sa dernière maladie, quelque fâcheuse qu'elle fut, n'a rien eu de véritablement accablant pour lui, que l'interruption qu'elle mettoit à l'exercice de son Ministère. Il remplissoit tous ses devoirs avec la même ardeur; il auroit voulu les multiplier, porter une partie du fardeau des autres, concourir à tout, embrasser tout. Cela lui avoit donné en peu de tems une routine des affaires qui le rendoit fécond en ouvertures, en ressources, en expédiens; rien ne l'embarrassoit: à peine étoit-il consulté sur les affaires les plus épineuses qu'il donnoit son avis, & offroit son entremise. On lui a vû porter ensuite dans les Lettres le même caractère; dans tous les genres auxquels il s'est appliqué, les routes les plus embarrassées s'ouvroient, les sentiers les plus raboteux s'applanissoient, sans qu'il semblât lui en coûter aucun effort. Il étoit rarement arrêté par aucune question; & cela lui donnoit un air d'universalité, qui est déplacé dans les hommes superficiels, mais qui étoit soutenu chez lui d'un fonds réel de connoissances peu communes.

Après avoir dit qu'il fut revêtu en 1738. de la dignité de Conseiller Ecclésiastique, considérons-le sous le point de vuë auquel se rapporte directement cet Eloge, comme un Savant très estimé dans la République des Lettres, comme un Académicien, des lumieres duquel nous avons joui avec beaucoup de fruit, & dont la perte mérite nos plus justes regrets.

Tel que nous venons de représenter M. *Pelloutier*, c'est à dire, au milieu des plus nombreuses occupations, & s'y livrant au point où

il

il le faisoit, il avoit du loisir; & il en a eu assez pour faire un ouvrage qui demandoit les plus grandes recherches, & qui lui a mérité un rang distingué parmi ce petit nombre de Savans d'une érudition consommée, dont notre Siecle est assez mal pourvû. Des heures véritablement dérobées lui servirent à lire les Auteurs originaux, que tant d'Ecrivains citent sans les connoître, à puiser dans les premières sources auxquelles si peu de gens de Lettres peuvent ou veulent recourir. M. *Pelloutier* m'a dit à moi-même, qu'il avoit lû l'après-soupé, à peu près comme on lit la Gazette, & en prenant cette récréation, qui, pour n'être comme tant d'autre chose, qu'un peu de fumée, est devenue un des besoins les plus communs, & souvent les plus pressans; qu'il avoit, dis-je, lû de cette maniere tous les Auteurs dont on trouve la liste à la tête de son premier Tome de l'*Histoire des Celtes*. Cependant cette même Histoire fait foi qu'il les avoit bien lûs. Quelle leçon pour ceux qui ne se contentent pas de perdre des momens que M. *Pelloutier* avoit plus de droit que personne de passer dans un désœuvrement, qu'on n'auroit pû regarder que comme le repos des fatigues de la journée, mais qui perdent les journées mêmes, & leur vie toute entière!

En faisant ces lectures, notre Savant vit en quelque sorte s'arranger sous ses yeux un tissu systèmatique d'Observations, dont la plûpart sont des découvertes sur l'origine des principales Nations, qui couvrent aujourd'hui la face de l'Europe. Il crut devoir prévenir le Public, & pressentir le jugement des Critiques, sur l'ouvrage qu'il méditoit. Il adressa pour cet effet à M. *de Beausobre* le Père une Lettre en date du 15 de May 1733. qui se trouve dans le Tome XXVIII. de la *Bibliotheque Germanique*. „ Curieux, dit-il, de savoir quels ont été nos „ Pères, ce que nous avons hérité de leurs vertus & de leurs défauts, „ cherchant d'ailleurs l'origine de plusieurs coûtumes, qui me paroissoient des restes de l'ancienne barbarie, & ne trouvant rien dans les „ Auteurs modernes qui me satisfît pleinement, j'ai eu soin, lorsque „ j'ai eu occasion de lire les Anciens, de rassembler & de mettre en „ ordre ce qu'ils rapportent sur le sujet des Celtes. J'avoüe que j'ai

 „ crû

„ crû cent fois qu'il seroit absolument impossible de faire usage des „ divers morceaux qui nous restent de l'ancienne Histoire de ces „ Peuples, ni d'en tirer quelque chose de vray & de certain. „ Après avoir ensuite rendu compte à son illustre Collégue de plusieurs remarques importantes, qui étoient autant d'echantillons de son ouvrage, il conclut en disant, qu'il y feroit voir que les Celtes n'étoient rien moins que barbares, dans le même sens que les Peuples sauvages de l'Amérique, puisqu'ils connoissoient l'excellence de l'homme, ses prérogatives, ses devoirs, & qu'il n'y avoit rien de plus sage que leur Gouvernement, & même leur Religion, si on la compare avec celle des autres Peuples Payens. A' quoi il ajoutoit que ce qu'il y avoit de plus déraisonnable, & qu'on dût regarder comme barbare dans leurs coûtumes, étoit précisément ce que les François, les Allemans, & les autres Peuples du Nord, ont jugé à propos de conserver.

Cette simple annonce réveilla l'attention des Savans, & fut fort goûtée des Connoisseurs. Un d'entre eux, ou du moins un Critique qui avoit trouvé le moyen de se rendre fort redoutable, l'Abbé *Des-Fontaines*, en parla d'une maniere avantageuse dans ses Feuilles périodiques. En général tous ceux que ces matieres pouvoient intéresser, attendirent impatiemment que l'Ouvrage parut. Sa publication fut retardée d'abord par les soins que l'Auteur voulut apporter à ne le laisser sortir de son Cabinet qu'après y avoir mis la derniere main, & ensuite par le désagrément qu'il eut d'avoir un Libraire qui le seconda tout à fait mal.

L'Histoire des Celtes, dont le premier Volume vit le jour en 1740. ne fut point imprimée avec cette élegance typographique, qu'on accorde à des productions fort inférieures, & qui ne laisse pas d'influer jusqu'à un certain point sur le succès de Livres. Des lenteurs infinies firent traîner le second Volume jusqu'en 1750. & il est à présumer qu'en dégoûtant M. *Pelloutier*, elles ont contribué à nous priver du reste de l'Ouvrage, qu'il vouloit pousser plus loin, jusqu'au tems où l'Histoire des Celtes commence à se partager en plusieurs branches, pour se renfermer ensuite, s'il avoit assez vécu, dans l'Histoire d'Al-

lemagne, où il étoit profondément versé. Mais les dernières années de sa vie ayant été fort traversées par les infirmités, il n'a pas été au delà de ces deux Volumes, qui ne laissent pas de former un tout complet, & fort préférable à ce qui avoit déjà paru sur ces matieres. Dans l'extrème multitude & l'immense variété des choses dont cette Histoire est remplie, il est impossible que tout ait le même degré de précision & d'exactitude. Aussi quelques Critiques l'ont relevé sur divers endroits, mais cela n'a faut aucun tort à l'Ouvrage, qui demeure en possession d'un caractère appliquable aujourd'hui à si peu de productions ; c'est celui d'être original, & plein de discussions approfondies. M. *Pelloutier* a répondu à ses Censeurs avec beaucoup d'honnêteté, avouant noblement les méprises qui pouvoient lui être échapées, & se justifiant solidement sur celles qu'ils lui imputoient à tort. Un peu avant sa mort il étoit aux prises avec le célebre M. *Schæpflin ;* & sa réponse ne sera pas perdue pour le Public : j'auray soin de l'insérer dans la *Bibliotheque Germanique*.

Ne finissons pas ce que nous avons à dire sur l'Ouvrage unique de M. *Pelloutier*, sans lui faire honneur de cette qualité d'unique, & sans reconnoitre qu'en s'y bornant & y rapportant toutes ses études en qualité d'Homme de Lettres, il a fait voir une sagesse peu commune. Rien ne seroit plus avantageux aux Sciences, que ce que chacun de ceux qui sont en état de s'y appliquer, prit ce parti. Ce seroit le moyen de défricher tant de terres inconnues, où l'on se contente ordinairement de faire de legères excursions, & de traiter à fonds tant de sujets qui ne sont communément qu'effleurés. On ne doit rien attendre de fini de la part de ces Auteurs, dont les ouvrages forment presque des Bibliothéques entières, & qui passent d'un sujet à l'autre comme s'ils étoient également propres à tous. Un Ecrivain, tout rempli de son sujet, & qui ne le perd jamais de vuë, en devient le maître, & le traite en maître. S'il y a quelque inconvénient, mais il n'est pas à comparer à celui d'une legèreté superficielle, c'est qu'en s'occupant trop d'un objet, on ne vienne à se faire quelques illusions sur son importance réelle, ou sur son étenduë, à le croire préférable

 à

à tous les autres, parce qu'on l'a préféré, à le voir partout, & par conséquent à courir les risques de le voir souvent où il n'est pas.

L'amas de connoissances précieuses que M. *Pelloutier* avoit fait sur toutes les antiquités des Nations, le mit en état de traiter avec succès une Question que l'Académie des Inscriptions & Belles-Lettres avoit proposée, & de remporter le Prix qu'elle ajugea en 1742. Il s'agissoit de déterminer : „ Quelles étoient les Nations Gauloises qui „ s'établirent dans l'Asie Mineure sous le nom de *Galates ?* En quel „ tems elles y passerent ? Quelle étoit l'étenduë du Pays qu'elles y „ occupoient ; leur mœurs, leur Langue, la forme de leur Gouver- „ nement ; & en quel tems ces Galates cesserent d'avoir des Chefs „ de leur Nation, & formerent un Etat indépendant. „ On trouve cette Dissertation couronnée par l'Académie à la fin du Tome II. de l'*Histoire des Celtes*. M. *Pelloutier* fut fort sensible à ce triomphe littéraire ; & il eut raison, la vie des Gens de Lettres étant trop stérile en agrémens, pour ne pas se réjouïr de ceux qui peuvent en embellir le cours.

L'espece de décadence où étoit tombée l'ancienne Société Royale l'avoit empêché dans les dernières années de faire des acquisitions, sans quoi elle n'auroit pas négligé celle de M. *Pelloutier*. Mais à la première aurore du retour des Sciences, qu'on vit luire dans cette Société particuliere, qui précéda le renouvellement de l'Académie, il fut un des premiers sur la Liste des Associés ; & bientôt après incorporé avec eux dans la nouvelle Académie. Il en a été un des Membres les plus assidus, les plus laborieux, les plus utiles. Les Mémoires qu'il a lûs dans diverses Assemblées, tant publiques que particulières, ont fait un des principaux ornemens de nos Recueils. M. le Président *de Maupertuis*, plein d'estime & de confiance pour lui, a profité de toutes les occasions où il pouvoit lui en donner des marques, & l'avoit en particulier chargé du Bibliothécariat, dont il s'acquittoit comme de tout ce qui lui étoit commis.

Nous aimions tous M. *Pelloutier*, nous nous intéressions à sa conservation ; & nous n'étions pas sans crainte sur son état, qui, depuis quel-

quelques années, étoit un dépérissement visible. Le courage & l'habitude d'agir l'ont soutenu jusqu'à la dernière extrèmité ; mais il n'étoit plus que l'ombre de ce qu'il avoit été. A' un assez grand embonpoint, avoit succedé cette maigreur, qu'on désigne par le nom de *marasme.* Une pituite facheuse l'avoit harcelé de bonne heure ; & des incommodités secrètes le minoient, malgré la force du tempérament, & les ressources qu'il cherchoit dans la diéte, dans l'exercice, & dans les remèdes, dont quelques uns paroissent lui avoir été nuisibles. Il falut donc céder à la force de maux anciens & compliqués ; & ce fut vers le milieu de l'Eté dernier qu'ils se changerent en une maladie formelle. Comme il en avoit déjà surmonté de très fortes, on crut qu'il en seroit de même de celle-ci ; mais ses progrès détruisirent bientôt les espérances dont on s'étoit flatté. M. *Pelloutier* vit approcher sa fin dans des sentimens dignes de la conduite exemplaire qu'il avoit toujours tenuë. Quoiqu'il souhaitât fort innocemment la continuation d'une vie, dont il faisoit un si bon usage, il n'en fut pas moins rempli de la résignation la plus parfaite aux volontés du Ciel ; & il en eut un double besoin pour soutenir de rudes combats qui précéderent sa délivrance. Quelques lueurs de soulagement ranimerent les espérances de sa famille & de son Troupeau ; on peut bien ajoûter celles de la Cour & de la Ville entière, qui faisoient des vœux unanimes pour lui ; mais ces lueurs s'éteignirent avec sa vie le 2 d'Octobre de l'année 1757.

Tout le monde l'a regretté, parce que tout le monde y a perdu. Il édifioit l'Eglise ; il servoit d'une maniere fidèle & utile dans tous les Corps dont il étoit Membre ; il donnoit des soins particuliers aux études des jeunes Théologiens & à l'instruction des Catéchumenes ; il étoit officieux & charitable ; il aimoit sa famille & en étoit plutôt adoré qu'aimé. Il avoit épousé en 1727. Mlle *Françoise Jassoy*, qui lui a survêcu, après 37 ans de l'union la plus douce, dont elle a conservé pour gages trois filles, & un fils, Docteur en Medecine, qui ayant hérité des excellentes qualités de son Père, a comblé la fin de sa vie de la plus vive satisfaction, & mérite de terminer son Eloge.

DIS-

DISCOURS

PRONONCÉ DANS L'ASSEMBLÉE PUBLIQUE DU 27. DE JANVIER MDCCLVII. PAR LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

MESSIEURS,

La Solemnité à laquelle ce jour répond, nous a déjà rassemblés plusieurs fois; & jamais les révolutions annuelles ne l'ont ramenée, sans exciter dans nos cœurs des sentimens & des vœux, aussi naturels en nous que le desir d'exister & celui d'être heureux. Néanmoins, comme cette Académie, par de très sages raisons, a exclus du nombre des objets auxquels elle s'applique, l'Eloquence & la Poësie, seules capables de célébrer les Héros, nous nous tenons ordinairement à l'égard du sujet qui nous rassemble dans un silence respectueux, mais qu'on peut appeller éloquent, puisque tout respire en nous l'allégresse dont nous pénétre la conservation si ardemment desirée du meilleur de tous les Maitres. Une fois seulement notre illustre Président a pris la parole: & en la prenant il l'a, pour ainsi dire, ôtée à tous ceux qui voudroient y penser après lui. Si cet excellent Discours, prononcé il y a dix ans, & inséré dans nos Mémoires, dont il sera toujours un des principaux ornemens, n'épuise pas une matiere qui demeurera vraiment inépuisable; il en réunit du moins les grandes idées, les incomparables traits, avec une si merveilleuse énergie, qu'il ne reste qu'à mettre au dessous: *Tableau d'Alexandre par Apelle.*

Mais

Mais quoi! MESSIEURS, les raiſons que je viens d'alléguer dans toute leur force, nous fermeroient-elles pour toujours la bouche? N'y a-t-il pas au contraire des occaſions où le plus leger ſoupçon d'indifférence & d'ingraditude devient une tache ineffaçable? N'y a-t-il pas des circonſtances qui mettent véritablement le cœur ſur les lèvres, qui ouvrent les bouches les plus timides, & qui, ſi elles ne ſçauroient inſpirer le langage des Dieux à ceux que la Nature n'en a pas doué, produiſent au moins le langage du ſentiment, qui n'eſt jamais ſans force & ſans mérite. Ouï, quand je fixe dans ce moment mes regards ſur ce Monarque, qui fait, depuis qu'il eſt ſur le Thrône, l'admiration de ſon Siècle & les délices de ſes ſujets; quand je me le repréſente occupé de tant de ſoins, exposé à tant de dangers, ſoutenant avec tant de courage & de prudence une entrepriſe qu'il n'a formée que pour détourner des coups dont nous aurions été accablés; quand je le vois enchaîner lorsqu'il lui plaît la Victoire à ſon char, prévenir tous les complots, diſſiper tous les obſtacles, ſe multiplier en quelque ſorte, & ſe reproduire partout où ſa préſence eſt néceſſaire, dicter ſans ceſſe des arrêts pleins de bonté & d'équité, faire des heureux partout où il ſe trouve, maintenir l'ordre, la tranquillité, la ſûreté, dans tous les lieux qui ont cédé à l'effort de ſes armes; l'admiration me transporporte, un juſte enthouſiaſme me ravit hors de moi-même. Mais, quand en même têms ſon bras levé pour frapper peut-être de plus grands coups encore, m'annonce que ſa Perſonne ſacrée eſt prête à rentrer dans l'horreur des combats; quand je penſe que des journées pareilles à celles que nos chants de triomphe ont célébrée, peuvent nous replonger dans de nouvelles allarmes; peu s'en faut qu'un nuage n'obſcurciſſe mes yeux, que ma voix ne s'éteigne, & que mon cœur, inondé il n'y a qu'un moment des torrens de la joye la plus vive, ne ſe reſſerre, & ne faſſe ſuccèder les ſanglots aux paroles.

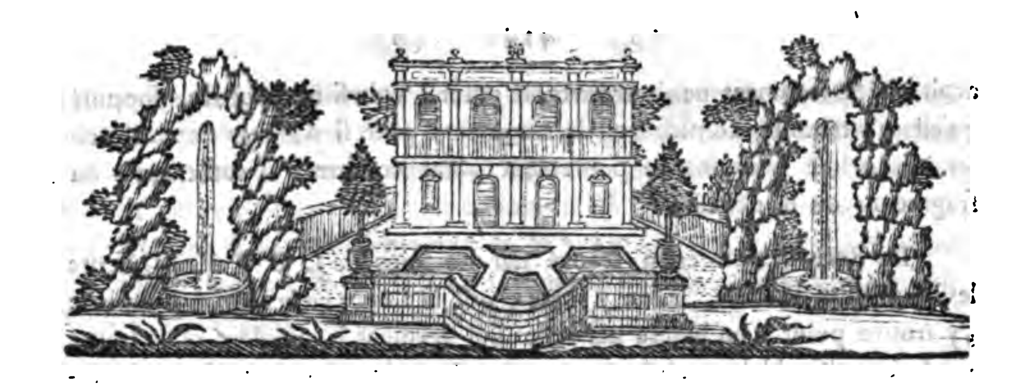
 Cepen-

Cependant, MESSIEURS, un pressentiment qui n'est point vain, me rassure. Tant de merveilles qui ont surpassé jusqu'ici notre attente, nous sont & doivent nous être un gage assuré de merveilles plus grandes encore. Tandis que FEDERIC, vengeur de ses justes droits, suivra cette route qu'il s'est frayée par une suite de prodiges, le même main invisible qui l'a protégé jusqu'ici détournera de dessus son auguste Tête des atteintes qui seroient mille fois plus mortelles pour nous que pour lui; il vaincra, il sera rendu à nos vœux. Vienne bientôt ce jour si ardemment desiré! & puisse-t-il affermir les fondemens du Trône Prussien, d'une maniere qui le mette à l'abri de toutes les épreuves de l'envie, à l'épreuve même de celles du Tems; afin que nos derniers Neveux soyent remplis pour le grand FEDERIC des mêmes sentimens d'amour & de reconnoissance, qui pénétrent nos cœurs, & dont je viens d'être, sinon l'habile, au moins le fidèle Interprête.



LET-

LETTRES
DE
M. DE LEIBNITZ
À
M. HERMAN.



Tout ce qui reste de M. de Leibnitz est précieux ; & l'Académie se fait une gloire & un devoir de le conserver dans ses fastes & d'en faire jouïr le public. Voicy un recueil de Lettres de ce grand homme que nous avons recouvré à l'occasion d'un fragment de Lettre cité par M. Kœnig. On avoit eu dessein de faire de ce recueil un autre usage ; mais la mort de M. Kœnig a fait cesser tout ce qu'il y avoit de polemique dans cette Dispute.

L'Académie avoit trouvé assez de preuves contre l'authenticité du fragment ; dans la maniere dont il avoit été cité ; dans les variations qu'on y observoit ; dans ce qu'on y parloit de la merveilleuse propriété des Courbes décrites par des forces centrales qui n'a été découverte par M. Euler que si long-tems après, & par des calculs qui n'étoient pas connus du tems de M. de Leibnitz ; enfin dans l'inconsistence de ce fragment avec la Théorie & la Doctrine de M. de Leibnitz.

Toutes ces preuves qu'on peut appeller preuves de Droit, étoient sans doute convainquantes. Ceux qui n'étoient pas assez instruits sur cette matiere pour en sentir toute la force, ne pouvoient se retrancher que sur la preuve de fait : désirer qu'on pût trouver le Recueil des Lettres mêmes que M. de Leibnitz avoit écrites à M. Herman : voir si la Lettre dont on

avoit cité le fragment ne s'y trouveroit point ? voir si cette Lettre, supposé qu'elle s'y trouvât, contiendroit le fragment ? voir si d'autres Lettres écrites à la même personne ne pourroient point confirmer l'authenticité du fragment ; ou la détruire ?

Le Recueil s'est enfin trouvé par les soins de L. L. E. E. Messieurs les Magistrats de Basle. L'on y verra ; que la Lettre citée par M. Kœnig ne s'y trouve point ; on jugera par celles qui devoient la précéder & la suivre s'il étoit vraisemblable qu'elle s'y trouvât ; Enfin, pour ce qui est en particulier du fragment cité, on verra si son existence a jamais été possible.

Nous sommes bien éloignés de vouloir icy remuer les cendres de M. Kœnig. Les réflexions qu'on trouvera dans quelques notes ne tombent point sur sa personne ; elles ne regardent qu'une piece dont ni lui ni personne que nous sachions n'a prétendu avoir vû l'original, & dont M. Kœnig lui-même n'a jamais voulu garantir l'authenticité.

Nous tenons ce Recueil de M. Herman, Négotiant à Basle en Suisse, Frere & héritier du Professeur Herman à qui les Lettres qu'il contient ont été adressées. Il atteste sous serment que de son sçû il ne s'en est rien distrait : & la copie d'après laquelle nous le publions a été légalisée avec toutes les formalités requises pour en constater l'authenticité.

Les pieces qui composent ce Recueil ont été trouvées en deux tems différens, les trois premieres en 1752, & le reste en 1753, après quoi les plus exactes perquisitions n'ont plus rien fait découvrir. Pour leur conserver leur forme originale, nous les publions dans l'ordre dans lequel nous les avons reçûes ; mais il suffira de quelques remarques, que nous allons faire, pour établir leur ordre naturel & pour orienter le Lecteur.

Ce Recueil a donc deux parties, dont la premiere contient trois pieces, la seconde vingt-six. Dans cette seconde partie, la Lettre N°. 25 est sans adresse ; mais on voit clairement par le contenu qu'elle a été écrite au célebre Jaques Bernoulli, autrefois Professeur en Mathematiques à Basle.

La

La ſeconde & la troiſième Lettre de la première partie du Recueil ſe rangent d'elles-mêmes ſelon l'ordre de leurs dattes ; la premiere de la même partie n'a point de datte ; mais il eſt manifeſte qu'elle trouve ſa place avant N°. 21 de la ſeconde partie, & comme il eſt évident par l'inſpection de la Lettre que le Copiſte a marqué de N°. 22, qu'elle a été écrite avant N°. 21, & même avant N°. 1 de la premiere partie, cette derniere doit ſuivre immédiatement N°. 22, & précéder N°. 21.

Pour éviter tout embarras, voicy l'ordre que les Lettres doivent garder dans cet eſpace du Recueil qui va depuis 1712 jusqu'à la fin.

N°. 22. de la ſeconde Partie.

N°. 1. de la premiere Partie.

N°. 21. de la ſeconde Partie.

N°. 11. } de la premiere Partie.
N°. 111. }

N°. 23. } de la ſeconde Partie.
N°. 24. }

Il faut encore remarquer que N°. 1 de la ſeconde partie eſt déplacé, & doit être transpoſé entre N°. 4 & N°. 5. l'erreur eſt venue de la confuſion du chifre 5, dont la courbure n'étoit pas aſſez ſenſible avec le chifre 1, ce qui a fait rapporter la datte à 1701 au lieu de 1705.

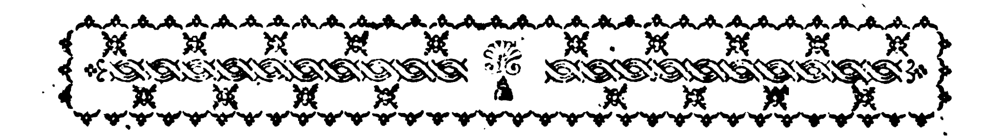
Enfin la derniere piece n'eſt que le *Poſt-Scriptum* de N°. 4 de la ſeconde Partie, comme le commencement de N°. 5 le fait voir, & comme le Copiſte l'a très bien obſervé. De ſorte qu'en décomptant cette piece & la Lettre à M. Bernoulli, il nous reſte vingt-ſept Lettres de Leibnitz à Herman, toutes écrites & ſignées de la main de Leibnitz, à l'exception de N°. 24, qui n'a que la ſignature de Leibnitz.

Voicy

Voicy donc un Recueil de Lettres, écrites depuis 1704 jusqu'à 1715, & qui finit à peu près un an avant la mort de Leibnitz. Il n'y a aucune raison de douter qu'il ne soit complet jusqu'en 1709. Toutes les Lettres tiennent les unes aux autres par des rapports marqués ; & il n'y a pas sujet d'y soupçonner la moindre lacune. Depuis 1709. nous y trouvons un vuide qui va jusqu'à 1712, car c'est vers la fin de cette année que N°. 22 paroit avoir été écrit. Nous laissons au Lecteur à juger si dans cet espace de tems la correspondance a été interrompue, ce qui ne seroit pas impossible.



PARS



PARS PRIMA.

No. I.

LEIBNITZII AD HERMANNUM EPISTOLA AUTOGRAPHA, A MAGISTRATU BASIL. AD REGEM MISSA, ET ACADEMIA CURANTE SUMMA FIDE DESCRIPTA.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime,

Novissimas meas cum inclusis ad Dn. Bourguetum acceperis; interea accepi ipse, quas 22 Decemb. anni superioris doctas & ingeniosas dedisti, quibus nunc respondeo.

Et primum observo mihi sollicitationes, & ipsa celeritatis incrementa momentanea esse idem. Ita non celeritates elementares, sed spatia infinities infinite parva celeritate elementari percursa erunt in ratione composita celeritatum elementarium, (seu sollicitationum) & elementorum temporis.

Quae de causa agente, actionisque extensione dicis, mihi non satis liquida videntur. In causa agente, ni fallor, spectanda est potentia; itaque non video, quid sit illud in causa agente, quod cum spatio conjungis, ut habeas potentiam; nec cur quaeras aliquid extra causam agentem, ad formandam potentiam. Opus est, distincta quadam notione & expositione erui notum effectum (nempe non violentum, a simplicioribus enim inchoandum est), quem ita accipio, ut separem a celeritate, qua praestatur; quanquam nemini vetare possim, ne vocabulum aliter accipiatur, pro eo, quo ego ipsam actionem aestimo; cum scilicet id, quod praestatur, conjungitur cum celeritate præstandi. Itaque intellecta mente mea nullam video rationem haerendi in eo, quod dixi esse a ut ev, id est ut compositum ex eo quod praestatur, & celeritate qua praestatur. Et si admittis, ut facis, esse e ut cl, id est effectus esse in ratione composita, tam corporum, quae promoventur; quam longitudinum, per quas promoventur; jam eo ipso admittis acceptionem effectus meam, quae praescinditur a celeritate. Nam manifestum est cl posse conjungi cum majore minoreve velocitate, & ita prodire clv vel ev, quod ego tum attribuo toti Actioni.

Atque ita ex ipso e ut cl, quod agnoscis actiones effectibus proportionales, tres meae compositiones rationum e ut cl, a ut ev, a ut pt, nil aliud sunt quam definitiones; nempe, esse ut cl, est apud me definitio effectus; &, esse ut ev, est apud me definitio actionis; & esse ut a:t est apud me definitio potentiae, seu a esse ut pt: nempe potentiam definio ex suo utique exercitio agnoscendam, per id quod exercendo ducitur in tempus, & ita producit actionem. Intelligo autem actionem, qua potentia agit quantum potest. Haec ubi satis meditatus fueris, fortasse reperies, non commodius has notiones distingui ac digeri posse, nec rationes inveniri magis determinatas. Non admitto causam agentem, quae mobili m, tempore dt dat celeritatem dc, esse ut mdc : dt; nec video quomodo hoc possit probari, nisi assumas ut definitionem; sed tunc non capio nec video, quomodo ex hac notione cum spatio conjuncta formes potentiam, & cur non alius pari jure

jure diceret causam agentem a *ut* mdc : dt, *vel aliud quiddam Agens hic. Deinde in simplicissimis Elementis, ut hic, non quaeritur, quid causa agens in alio producat, sed quid in se ipsa nempe causa. Hic ipse status mobilis seu potentia determinatur, si ejus magnitudinem & celeritatem attendas, nec de productione celeritatis sed productis ope celeritatis agitur.*

Quod si ad magis composita progredi, definitionemque hanc illis applicare velis, reperies nec tunc rem procedere, sed potentiam saepe determinari ex solo mc, *nec referre quantum sit tempus* dt. *Exempli causa corpus grave descendens ex aliqua altitudine producit aliquam celeritatem, nec refert quo tempore descendat: Tempus enim variabit, prout planum descensus erit plus vel minus inclinatum. In his ergo eundum est per gradus, incipiendo a simplicissimis, & multa cum circumspectione incedendum; alioquin quidvis ex quovis faciemus. In simplicissimis, velut hypothesi motus aequabilis & corporis non gravis, vel gravis in horizonte moti, frustra adhiberentur quantitates elementares.*

Actionis etiam extensio per spatium non est commoda nec capienda satis, nisi reddas momentaneam, alio quam ego sensu. Actio mihi jam in se involvit spatium seu longitudinem, actioque adeo non censenda est extendi. Extensio enim alicujus rei intelligitur, cum additur aliquid novum, per quod res extendi replicarique censetur. At potentia mihi per tempus extenditur, quia ipsa per se meo sensu tempus non involvit, sed est momentaneum quiddam, quod quovis momento replicatur, seu ducitur in tempus. Et ita prodit actio data: sic tu cum de actionis extensione loqueris, alio eam sensu accipere videris. Tuae definitiones plane abludunt a meis, & ita variavimus in terminis. Tu sumis effectum extensius quam ego, ut aequetur meae actioni: Actionem autem sumis restrictius quam ego, ut aequetur meae potentiae: ita frustra aequationem institueremus.

Dn. Bernoullius junior, cum reversus esset ex Anglia, Illustr. Ruzzinum *Ultrajecti adiit, qui postea Plenipotentiario Electorali Brunswicensi, cui commendaveram, dixit:*

Ce M. Bernoulli me paroit bien jeune pour être Professeur, & de plus la Profession n'est pas encore vacante.

Vereor ne prius noceat; posterius non nocebit: itaque mature tibi significare volui, ut obviam eat huic difficultati. Puto enim, si adsit doctrina & prudentia, vigorem aetatis potius commendationis loco haberi posse, & spero Juveni prudentiam non defore; nec semper de hominum prudentia & moribus ex primo aspectu brevique congressu judicari potest. Credo te ipsum, cum Patavium venisti, non multo aetate majorem fuisse. Dn. Professori Bernoullio rem mature significari e re erit. Ego interim Illustr. Plenipotentiario Brunswicensi scribam, scientiam non esse annis aestimandam, videboque, an aliquid Illustr. Ruzzino insinuari possit quod in rem sit.

Ignosce quaeso, quod Litterae istae tam male scriptae sunt, multa allevi inter relegendum, quo melius explicarem mentem meam, nec ob brevitatem temporis describere vacavit.

De seminibus Bombycum, quantum nuper, iterum petere audeo. Vidistine P. Sachiery Jesuitae apud Papienses Neostaticam, ex supposito concursu linearum directionis in centro terrae, & quid de illa tibi videtur? Ajunt hominem esse magni ingenii, & sunt fortasse Patavii, qui eum norint.

Vale & fave

Annus & locus desunt, sed scripta videtur anno 1713.

Deditissimo

G. G. L.

On voit par cette Lettre que Leibnitz parle icy pour la premiere fois à Herman de sa Théorie sur la Force, l'Effet, & l'Action: qu'en 1713 il lui enseigne les definitions & les premiers élémens d'une Doctrine dont, selon le fragment cité par M. Kœnig, il lui auroit en 1707 expliqué les profondeurs.



No.

No. II.

LEIBNITZII AD HERMANNUM EPISTOLA

D. 10. JANUAR. 1714. DATA;

BASILEÆ DESCRIPTA,

ET

AUCTORITATE PUBLICA

CONFIRMATA.

Vir Celeberrime!

Mirabar quod tam diu nihil a te intelligerem, & suspicor adhuc etiam ex Litteris Dn. Joh. Bernoulli & Dn. Bourguetti, aliquam ex tuis intercidisse. Nam Bourguettus responsum aliquod suum tibi credidisse significat. Ego tamen non nisi unum de Theodicea mea per te accepi.

Ex quo indicium de Dn. Venero fecisti, statim ex sententia tua Hanoveram scripsi.

Facile agnosco, iter & rerum domesticarum constitutionem mutationemque loci tibi meditationes Mathematicas aliquamdiu non permisisse; spero tamen rebus in tranquillo jam locatis rediturum te ad praeclaras illas curas. Et omnino doctrina de aestimanda altitudine locorum ex differentiis Barometri perfici meretur, adhibita etiam, si placet, hypothesi mea.

Scripsi Berolinum, hortatusque sum, ut cogitent de novo Miscellaneorum Tomo, in quem & ipse nonnulla conferam; nec dubito quin plurimum a te juvari hoc institutum possit.

Nosse velim, quis ille sit Monachus Benedictinus tibi olim competitor. Cum neminem habeam Venetiis, nec satis sciam an Litterae meae ad Dn. Abbatem Fardellam recte perferantur, obstringeres me non parum, si quem indicares, cui commendari possent.

Commercium Epistolicum Londini editum nondum vidi, remotus nunc a locis, ubi haberi potest. Itaque nec dum satis plene respondere possum. Quod superest reciproce tibi fausta & felicia omnia in hunc & sequentes annos precor. Vale. Dabam Viennae, 10 Januar. 1714.

deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.



No.



No. III.

LEIBNITZII AD HERMANNUM EPISTOLA D. 17. SEPTEMB. 1715. DATA, BASILEÆ DESCRIPTA, ET AUCTORTATE PUBLICA CONFIRMATA.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Spero silentio meo diuturniori veniam a te datum iri, lectis quae ad Egregium Virum Petrum Antonium Michelottum scribo, cui velim magis satisfacere posse. Sed quod ille a me petit, credo a te melius habebit, nam te video etiam Pitcarniana expendisse, & in mathesi ad physicam applicanda egregie versatum. Agnovi dudum praeclara a te expectanda esse, sed vicit expectationem meam Liber tuus. Phoronomicus, quem ad me misisti, externa specie elegantissimum, sed doctrina interiore multo adhuc elegantiorem. Itaque plurimas tibi gratias debeo, etiam quod nomen meum initio comparere voluisti; quanquam & intus aliquando honorifice mei memineris.

Non potui mihi temperare, quin percurrerem opus tuum, quanquam summa cum festinatione & ut Librum Historiarum vel Romaniseum legere solemus. Demonstrationes enim praesertim paulo longiores ex-

expendere nunc non licuit, quanquam nec opus putem. Elegantes sunt versus praefixi : sed quod dicunt

Neutonus hospes divitis Insulae
Hac primus ivit,

nescio an sine injuria tot aliorum dici possit.

Vim mortuam tecum dici sollicitationem §. 9. percommodum mihi visum est; si scilicet ab aliena impressione oriatur: generaliter erit conatus, quem impetui seu vi vivae oppono.

Inertia materiae, de qua loqueris §. 11. res est plane mira, & altissimae indaginis, & paucis adhuc intellecta. Mira ex ea consequuntur. Si in Materia nihil aliud consideretur quam extensio & Antitypia, nulla est ratio cur loco moventi resistat, seu in quiete perstare tendat, adeoque lucta sit inter agens & patiens, cum in eo statu sit indifferens, & minimus motus quieti praevaleat; sed si sit in motu, utique ratio est, cur in eo perstare tendat.

Nescio an argumentum probet §. 28. gravitatem agere in partes Corporis interiores, omnes. *Nam si partes a gravitate non affectae aequabiliter per massam distributae ponerentur, tamen situ mutato eadem maneret gravitas.*

Theorema meum de quo §. 49. non tantum est in Epistola ad Wallisium, sed & in Diario Parisino 7. Sept. 1693, ubi & addita est demonstratio : citavi & in Theodicaea, part. I. §. 22. Locum autem habet non tantum in sollicitationum, sed & in ipsorum motuum compositione, seu generaliter in compositione tendentiarum mortuarum vel vivarum.

Bene notasti §. 97. Lemma illud differentiarum esse fundamentum quadraturarum, sed (quod addi velim) earum quae oriuntur ex calculo nostro infinitesimali vel simili. Sunt tamen quadraturae, quae aliunde oriuntur v. g. quadratura Lunulae. Per hoc ipsum theorema ego meas methodos coepi, & adeo calculum meum dixi differentialem.

lem. *Ideò qui* fluxionem *dicunt*, *veram originem obscurant nec satis attendunt.*

Cum §. 115. *notas sollicitationes Centrales a Newtono Centripetas appellari*, *poteras addere sollicitationibus Centralibus etiam Centrifugas comprehendi posse*; & *ob id ipsum ego Centrales nominaveram*, *ut ambae eodem nomine comprehenderentur.*

Etsi in arbitrio Mathematici quodam modo sit, *quae nomina rebus imponantur*, *dummodo significatione constanter utatur*; *est tamen utile*, *ut Analogia quaedam servetur in* ὀνοματοθεσίᾳ. *Itaque cum momentum sollicitationis componas ex facto per sollicitationem in spatii elementum*, *quod tempusculo percurrit*, *videbatur convenire ut momentum celeritatis similiter esset factum ex celeritate in spatii elemenmentum*; *sed video te* §. 125 *vocare momentum celeritatis*, *quod fit ex ipsa in proprium suum elementum ducta.*

Quod ais §. 219 *posse a te apodictice demonstrari*, *vires esse aestimandas secundum altitudines ascensionum*; *id quale sit libenter discam. Ego non tantum ascensiones*, *sed* & *quodvis resistens vim absorbens adhibere soleo*; *verb. gr. loco ascensionis certae gravium quantitatis ad quandam altitudinem*, *potes adhibere tensionem Elastri ad datum gradum*, *vel etiam concitationem dati numeri globulorum in datam celeritatem in singulis aequalem*; *quae omnia possunt effici pari modo ante concursum* & *post concursum. Ut jam taceam meam rationem vires explicandi a priori ex ipsa earum definitione*, *quam tecum communicavi.*

Probe etiam notasti §. 218. *Corpora penitus inertia* forte *nulla dari*, *poterat dici* senza forse *corpora non nisi in speciem inertia esse*, & *sic appellari a te ea*, *quae vim intus absorbent. Putas nullum ab hac doctrina praestantiorum hujus aevi Geometrarum abhorrere videri. Sed videbis abhorrere Neutonum*, *qui quod naturam virium non perfecte percepisset*, *non ita pridem statuit vires in mundo paulatim decrescere* & *divina vi* (*revera Miraculo*) *reparari.*

Quod modum notandi attinet, interdum utilius ad intelligentiam adhiberi putem comma, quod omisisti v. g. §. 229. Cum scribis $(2mu - nu + 2nr.) : m + n$, *ego ad evitandum ne quis accipiat tanquam* $(2mu - nu + 2nr) : m, + n$ *ita scriberem* $(2mu - nu + 2nr) :, m + n$ *vel* $(2mu - nu + 2nr) : (m + n)$ *vel* $2mu - nu + 2nr, : (m + n)$; *vel quod est simplicissimum* $2mu - nu + 2nr ,:, m + n$; *si vero sensus fuisset* $(2mu - nu + 2nr) : m + n$; *scripsissem sic* $(2mu - nu + 2nr, : m) + n$. *Interim fateor in praesente casu non facile erraturum rei intelligentem.*

Ad §. 238. *observo, quod frumenti pollen non facit, praestare alabastri pulverem, qui super igne corpus fluidum prorsus imitatur, & continuitatem quandam acquisisse videtur bullis etiam formatis.*

Ad §. 241. *noto, aerem si ponatur non ire in infinitum, & servare gravitatem, utique supremam superficiem horizontalem habiturum, ut alia quae liquida vocas.*

Ad §. 287. *Vereor ut Boylius Antliam Gerikianam perfectiorem reddiderit.*

Qui fit quod §. 347. 348. *& sqq. non meministi observationum Scheuchzerianarum circa altitudinem montium. Sane comparando altitudines aliunde observatas, cum ductis ex Barometro, dijudicari poterit, quousque liceat uti hypothesi densitatum pressionibus proportionalium, & utrum satisfiat phaenomenis adjungendo meam, per quam hypothesis prior restringatur ad partem aëris comprimibilem. Sane si haec adjunctio satisfaceret, hypothesis prior simul confirmaretur. Libri tui secundi Capite* 10 *de fluminibus agis, quae materia cum magnae sit utilitatis, mereretur tractari amplius. Rogo ut aliquando examines controversiam inter Guilielminum & Papinum, cujus partes habentur in Actis Eruditorum. Novissimum scriptum Papini habetur in ejus libro in* 8vo *edito, novissimum Guilielmini in Miscellaneis Berolinensibus.*

Ad

Ad §. 651. noto me sententiam meam de causa soni explicuisse in Epistola ad Dn. Schelhammerum, quam ille libro suo de organo auditus adjecit. Ex ea res jam ad calculum revocari poterat.

Quaecunque hactenus notavi, minutiae videri possent, unum nunc adjiciam de quo ut te moneam, magis necessarium videtur. Ais initio Cap. 20. *Libri* 2: Ab omnibus qui de viribus Centralibus scripsere Geometris, harum virium Centralium, vel ut nos eas vocare solemus, solicitationum gravitatis centralium meta vel Centrum positione datum & immutabile considerari consuevit. . . . Nos vero rem generalissime pertractaturi solicitationum illarum Centrum in una eademque curva mutabile assumemus, ita quidem ut mobile in singulis curvae percurrendae punctis ad aliud atque aliud Centrum solicitationum urgeatur. *Ego cum non satis edita ab aliis in hoc genere expendere potuerim, tibi melius in iis versato facile credo; quanquam mirarer Neutonum hoc non attigisse, qui omnino debebat in explicando Lunae motu adhibere Centrum solicitationis mobile nempe tellurem. Sed quod subjicis, quantum judicare possum, haud videtur satisfacere:* Hoc modo, *inquis*, Centra omnia erunt in quadam linea curva, quam solicitationum gravitatis directiones contingunt. *Sed si quid judicio, hic est casus tantum specialis Centri mobilis, esto enim Centrum* C, *mobile* M, *& ponatur* C *ex* 1 C *transire in* 2 C; *dum mobile ex impetu prioribus in solicitationibus concepto transit ex* 1 M *in* 2 M, *utique directiones* 1 C 1 M, 2 C 2 M, *non est necesse concurrere in puncto* 2 C, *vel alio ei indefinite propinquo, quemadmodum tua assumtio postulat, sed possunt tales assumi motus, ut concurrant directiones ad distantiam quantumvis a* C. *Itaque ad rem generaliter tractandam majore molimine opus erit. Quod si hoc meum monitum non inutile judicas, fortasse ipse idem non male notabis in Actis Eruditorum vel alibi, ut aliorum animadversiones praevenias. Fortasse enim Angli (utcunque illis forte nimium faveris) quaerent quod reprehandant, ne quid de Parentio in Gallia, Antagonista tuo in Italia, aut similibus aliis dicam.*

De caetero ut praeclaris tuis successibus mirifice applaudo, ita nihil mihi erit gratius quam subinde tuo favore intelligere, tum quid ipse agas, tum quid alii in nostris studiis moliantur. Et majorem ostendes benevolentiam, si non semper expectes, dum responsio a me adeo distracto redeat. Dn. Abbati de St. Petro autori Consilii de pace publica stabilienda Villarsi Ducis cognato, qui librum suum per Dn. Varignonium miserat, respondi dudum, & ab ipso replicationem sum nactus, tibi ob librum ad me curatum gratias, ut par est, ago. Vale & fave. Dabam Hanoverae 17. *Septemb.* 1715.

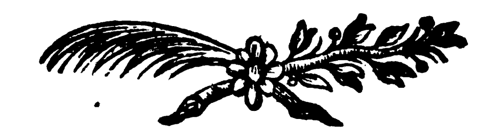
Deditissimus

GODOFR. GUIL. LEIBNITZIUS.

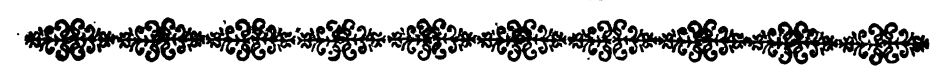
Daß vorstehende Abschrifft von seinem in Händen Hrn. Germann Hermanns sich befindlichen Original getreulich abgeschrieben, und deme Collationando von Wort zu Wort gleichlautend erfunden worden sey; bescheint mit Beydrückung des gewöhnlichen Cantzley-Insiegels, den 18ten Tag Meertzens 1752.

(L.S.)

Cantzley der Stadt Basel.



PARS



PARS SECUNDA.

EXEMPLA LITTERARUM
A
CEL. LEIBNITZIO
AD CEL. VIRUM
JOHANN. JAC. HERMANNUM,
IN ACADEMIA TANDEM BASILEENSI PHILOS. MOR. JURISQUE NAT. ET GENT. PROF. PUBLICUM,
SCRIPTARUM.

No. 1.
Sine inscriptione externa.

Hannoverae 26. Junii 1701.

Vir Clarissime, Fautor Honoratissime!

Ipse ad me scripsit Dn. Abbas Fardella, literas inter vos tarde commeare, id difficultati itinerum tribui debet turbulentis his temporibus, ex eaque mora id natum incommodi, quod Illustr. Marcellus, qui rebus Academiae Patavinae praeerat, apud quem non parum potest Fardella, abiit Magistratu. Spero tamen non ideo minus rem processuram, & mirum non est si residenti id negotii datum ut ad Dominos referat.

Videtur mihi determinatio limitum pars esse essentialis doctrinae de seriebus infinitis plene tradendae. Nam utique, nisi demonstretur seriem advergere quaesito, ita ut continuatione reddere quaeramus errorem minorem data quantitate, non possemus pronuntiare ipsam seriem to-

tam dare quaesitum. Hac autem demonstratione habitâ, via utique strata est ad determinandum limitem, seu ultimum Casum advergentiae, qui utique ultimus est Casus possibilitatis. Quoties talis est series aut in talem transformata, ut constet ex partibus $a - b + c - d + e - f$ *&c., ubi scilicet plus & minus alternant, sive quaevis harum partium* a b c *&c. quam quantitatem positivam significare suppono, sit simplex, sive rursus ex aliis partibus constet, tunc ad sciendum, utrum series advergat quaesito, tantum opus est videre, an ipsa membra* a, b, c, *&c., advergant nihilo seu fiant minores quantitate quavis data. Hoc Theorema olim demonstravi cum meam Quadraturam Arithmeticam in Gallia edere vellem. Nempe si series* $a - b + c - d + e - f$ *&c.* $= y$. *Et fiat*

$y = a$	*erit valor justo*	*major*	*ita tamen ut sit error minor quam*	b
$y = a - b$		*minor*		c
$y = a - b + c$		*major*		d
$y = a - b + c - d$		*minor*		e
&c.		*&c.*		

semper scilicet minor termino proximo quos habemus, itaque ubi transformaretur proposita series in aliam, in qua + & — in membris alternarent, tunc limes vel transformationis qui possibilitatem ejus restringeret, vel advergentiae ad nihilum in ipsis terminis foret limes possibilitatis seriei. In Radicibus aequationum limites aliunde, nempe ex ipsa aequatione nobis noti sunt, & possumus etiam transformare aequationes pro arbitrio, itaque in ipsis opinor facilius dabitur modus ex ipsa lege seriei limitem possibilitatis deducendi, & res deinde facilius promovebitur ad series, quarum origo ex aequatione aliqua ordinaria nobis non est explorata, sed sunt multae aliae viae perveniendi ad quaesitum, una alia commodior pro re nata. Sufficit in genere nos ob oculos id habere, ut demonstremus seriem revera advergere, & suspicor rem Dn.

Ber-

Bernoullio vestro expensam, qui in argumento serierum infinitarum plurimum studii posuit. Caeterum ad demonstrandam possibilitatem advergentiae necesse est, ut determinemus legem seu progressionem seriei, vel etiam ut determinemus terminum quemcunque progressionis. Exempli causa in serie $\frac{x}{1}+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}$ *&c. lex progressionis est, ut posito terminum esse* T, *sit* $T = X^n : n$, *neque vero nisi cognita lege seriei ad demonstrationem advergentiae potest perveniri.*

Quod de Arithmetica dyadica illustranda cogitas, gaudeo. Omnino sentio in ea latere non tantum perfectionem scientiae numerorum, ed etiam applicationis Numerorum ad Geometriam, ut scilicet determinatas quantitates sive irrationales sive etiam transcendentes quam optime in numeris serie scilicet bimalium, ut vulgo decimalium, exprimamus, definiamusque, quod in eo genere primarium est, legem progressionis. Putem autem post Algorithmum esse veniendum ad determinationem periodorum, quas habent Columnae seriei numerorum Arithmeticae progressionis & potentiarum ab iis quarumcunque, aut formularum inde conflatarum. Eumque in finem dedi demonstrationem, qua ostendo quaslibet talium serierum Columnas esse periodicas, ita ut priores notae constanter redeant post aliquod intervallum. Haec demonstratio simul viam aperit ad periodos has determinandas. Itaque communicare eam volui, tanquam potissimum profuturam. Ignosci autem peto lituris, nam ut rursus describeretur, nunc commode & statim fieri non potuit.

Si numerorum naturalium Columnae primae terminos quoslibet vocemus 10, *Columnae secundae quoslibet vocemus* 11, *tertiae terminos quoslibet* 12, *quartae* 13, *&c. periodus columnae terminorum* 10 *est* 010101, *seu breviter* 01, *Columnae ipsorum* 11 *est* 0011, *Columnae ipsorum* 12 *est* 00001111 *seu* 0414, *Columnae quartae seu pro* 13 *est* 0818, *&c. & generaliter Columnae* $(n-1)^{mae}$ *seu terminorum* 1n *est* $0.2^n.1.2^n$, *seu nullarum* $2.^n$ *& unitatum totidem. Hinc porro in-*

indago, quas periodos faciant 10.11, (*seu factum ex* 10 *in respondentem* 11) 10.12, & 10.13 &c. *Nempe* 10.11 *habet periodum* 02(01)1 (*seu nullarum duarum & deinde* 01 *semel*) & 10.12. *habet periodum* 04(01)2, (*seu nullarum* 4 & *deinde* 01 *bis seu* 0101 *ut tota periodus sit* 00000101) 10.13 *dat* 08(01)4 & *generaliter* 20 *in* 1n *dat periodum* $02^{n}(10)2^{n-1}$. *Et similiter* 11 *in* 1n *dat periodum* $02^{n}(0212)2^{n-2}$, & *generalissime* 1m *in* 1n *dat* $02^{n}(02^{m}1.2^{m})2^{n-m-1}$, *id est si terminus columnae, cujus periodus habet* 2^{m} *nullas & deinde* 2^{m} *unitates, multiplicetur in terminum respondentem columnae, cujus periodus est nullarum* 2^{n} & *unitatum totidem, posito* n *esse majorem quam* m, *periodus columnae productae erit primum nullarum* 2^{n}, *deinde repetet ipsam periodum columnae* 1m *tot vicibus quot in* 2^{n-m-1} *sunt unitates. Eodem modo pergi potest ad productum ex quibuscunque naturalium columnis tribus, quatuor &c. Regulaque condi generalis. Id jam prodest ad potentiarum periodos determinandas, nam numeri &c.* 13 | 12 | 11 | 10 *quadratum est*

*	12	*	11	*	10
&c. 10. 14	10. 13	10. 12	10. 11		
&c. 11. 12	11. 12				
&c.	&c.				

Haec in speciem perplexa aggredienti facillima comperientur.

In Margine ultimae paginae.

Insigni viro Dn. Bernoullio vestro proximis scribam, nunc saluta quaeso quam officiosissime & significa pecuniae refusionem, & quae ad transitum vectarum rerum pertinent, mox curatum iri, interea me multas gratias agere. Vale & me ama.

Tuus ex asse L.

No.

No. 2.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime,

Cum dudum magnifecerim praeclara studia tua, nunc & notitia personae delector, ex quo literas humanitatis & doctrinae plenas à te accepi. Cum Te commendavi Excellentissimis Viris Reformatoribus studii Universalis Patavini vel potius amico apud eos valido; feci quod Tua Eruditione ac virtute dignum putavi & conveniens officio meo. Judicavi etiam in publicum utile & tibi honorificum fore, si nova Analysis nostra Tuo ingenio ornata in Italiam introduceretur. Itaque cum Te excusasses religionis causa, dissimulavi responsum tuum apud Amicum Italum, dilato tempore, ut cogitandi Tibi spatium relinqueretur, praesertim cum expectandum videretur, quid Cl. Naudaeo nostro responsurus esses. Is ergo cum nuper à Te literas mecum communicaverit, quibus re amplius deliberata, sententiam, ut mihi quidem videtur, in melius mutasti; jam & amico illi significo, Te à conditione oblata non abhorrere. & Tibi suadeo, ut recta ad illum des literas; tum quod ita evitatur ingens circuitus, tum quod vestra interest amborum, quamprimum invicem nosci. Est ille V. Cl. Mich. Angelus Fardella Siculus, scriptis in re Mathematica & Philosophica elegantibus notus, cujus amicitia mihi conciliata Venetiis, ubi ille apud Nobilissimos Viros gratia & eruditionis fama florebat, ex eo tempore semper sum usus. Cathedram Meteorologicae professionis apud Patavinos tenet ipse; & licet juvenes generosos ex patriciis Venetis Mathesin theoreticam practicamque docuerit, maluit tamen hanc spartam Patavii deferri Viro erudito transalpino; amat enim nostros mirifice & officiis colit. Itaque habebis in eo amicum fidum & cujus consiliis niti possis. Literas quas ad eum destinabis ita inscribere licebit

All Illustr. Signor mio e Padrone Colendissimo
Il Signor Abbate Fardella Lettore publico
nello Studio di
Padoa.

Huic ergo potissimum ages gratias, & tanquam cum viro praeclaro & candido ages, ut par est. Nec dubito ejus opera quae ad stipendium & reliqua pertinent, rite confectum iri. De religione non est, cur in literis mentionem ullam facias. Nemo ignorabit quis cujasve sis, sed nemo curabit, si, ut credere de Te par est, prudenter agas, nec temere mentionem rei injicias, quae ad rem, cujus causa accersitus es, non facit. Satis ad amplificandam Dei gloriam verumque cultum propugnandum facies, si scientiis auctis admiranda Dei magis magisque detegantur, & apud Gentem, ubi inconsulta superstitio hactenus cum Copernico verum Mundi systema interioremque rerum notitiam proscripsit, aditus novus ad haec arcana postliminio aperiatur. Caeterum Venetiis scio reformatae Religionis exercitia frequentari, non publice quidem, non ita tamen ut rem publicam fallant. Duos alios viros egregios & mihi amicos Patavii reperies, medicos insignes & scriptis celebres, priorem etiam in re Mathematica praeclarum: Dominicum Gulielminum & Bernardum Ramazzinum. Hi vel in mei gratiam tibi favituri essent, quanquam (sat scio) tute per Te facile tales conciliare tibi possis. Gulielminus de Aquis decurrentibus librum egregium & practicum italica lingua edidit, quo in summa plurimum sum delectatus ob multam & curiosam observationem variorum accidentium in fluminum cursu, prudentemque considerationem incommodorum & remediorum, quae Bononiae publico nomine aquas curanti per multos annos sese obtulere, tametsi quaestiones quasdam θεωρητικωτέρως ad Analysin nostram ex parte pertinentes, examinare non vacarit. Elegans calculus tuus circa Radios Osculi perplacuit. Nec dubito quin novis indies inventis egregiis aucturus sis scientiam.

Viros doctos apud vos qui mihi favent à me saluta. Inprimis Cl. Battierium, tum vicinos vobis Fatium atque Ottium, quorum illum

no-

novam quandam seriem tetragonisticam ex mea eruisse V. Cl. Jac. Bernoullius ad me perscripsit, id qua ratione factum sit, forte ex Te discam. Vale & me ama. Dabam Berolini 24 Novemb. 1704.

Deditissimus

GODEFRIDUS GUILIELMUS LEIBNITZIUS.

In margine ultimae pagae.

Parisiis Fascis expectatur Basileam mittendus atque inde Augustam. Ei inerit Tabula aenea iconem continens Sereniss. Electoris Brunsuicensis. Scripsi ut ad Dn. Bernoullium dirigatur, & hunc rogo, ut inde Augustam curare velit, Sed dum vereor ne forte absit domo, rogo ut favere velis, & aliquam, si opus, rei curam gerere. Augustam deferri debet ad Dn. Schröck, Agent de Bronsuic.

No. 3.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir pl. Reverende & Celeberrime,
Fautor Honoratissime,

Literae tuae 21 Januarii datae heri demum ad me pervenere: nam tristissima morte Reginae Borussorum factum est, ut paulo diutius Berolini haeserim, quam destinaram. Plurimum me affecit nuntius hujus fati tam immaturi atque acerbi; nam princeps erat omnibus virtutibus decoribusque cumulata, & quae mihi mirifice favebat, ut quando in ejus aula versabar, vix unum mihi diem ab ea abesse liceret: colloquio ejus nihil suavius fingi poterat, aut magis conditum ingenii sale.

sale. Ita bono ingenti mihi imposterum carendum est, quod in omne reliquum vitae tempus jure quodam meo mihi spondebam, sed haec apud Te ἀπροσδιόνυσα mihi nescio quomodo excidere, quando cogitationem rei funestae renovat apparatus feralis corporis Berolinum transvehendi. Ut ad res tuas redeam, mirabar equidem nihil amplius à Cl. Fardella ad me perscribi, credebamque rem inter vos transigi. Nunc vero pene vereor ne quid ipsi acciderit, itaque proximo cursore non tantum ad ipsum mittam literas, sed etiam ad Dn. Zanovellum nostras res Venetiis agentem, cui Dn. Abbas Fardella non est ignotus, ut discam tandem, quo res sit loco. Si quid possum Cassellis per amicos, non deero quidem, interim inquiram, an id agatur, ut Dn. Papinus professione sese abdicet. Placet methodus quam excogitavit Dn. Facius, & tu quoque tuo marte detexisti, seriem propositam in aliam convertendi. Si tres termini aut plures in unum adderentur, & assumeretur semper pars tertia, vel alia adhuc minor, totidem aliae series prodirent. In expressione numerorum dyadica plura latent quam quis facile suspicetur. Quidam Pater Congregationis Oratorii Parisiis Algebram novam edet, cujus conspectus aliquis ad me fuit transmissus. In ea mentionem quoque faciet meae novae cogitationis characteristicae, cujus specimen aliquando dedi in Actis eruditorum, cum exposui extractionem universalem radicis ex aequatione per seriem, quod nescio an animadverteris, nempe pro literis a, b, c, d, *&c. non exprimentibus satis habitudinem ipsorum ex datis, exhibeo numeros eam exhibentes. Idque praeclari usus esse deprehendo ad Canones calculandos. Exempli gratia, si ex duabus aequationibus duarum incognitarum reperienda sit una unius incognitae, sic procedo in ipsis aequationibus generatim formandis, & quidem pro secundo gradu*

$$0 = 100 + 110x + 101y + 111xy + 120xx + 102yy$$
$$0 = 200 + 210x + 201y + 211xy + 220xx + 202yy$$

ubi numeri, velut 111, 211, *&c. significant prima nota sua* (1 *vel* 2) *utrum ex prima an secunda aequatione sint sumti; duabus vero seqq. notis exprimitur quomodo se habeant* x *&* y *in termino, cujus sunt*

coef-

coefficientes, *sic* 111, *vel* 211, *coefficiens est termini* x^1y^1, *vel* xy, *sed* 120, *coefficiens est termini* x^2y^0, *seu* xx, *&* *ita porro.* *Hoc modo jam calculando prodeunt semper Canones quam maxime regulares & harmoniam quam continent prodentes.* *Optandum esset incipiendo a simplicibus, hoc modo constitui progressionem Canonum pro tollendis incognitis.* *Ita magno calculi labore imposterum levaremur, nec contemnendi usus theoremata acquireremus.* *Sed de his & similibus alias plura.* *Nunc vale & me ama.* *Dabam Hanoverae* 10 *Martii* 1705.

Insignem Virum Dn. Bernoullium vestrum imo nostrum à me saluta. Optarem vel ipse vel alius varia ludendi genera Mathematicè tractaret.

deditissimus
G. G. LEIBNITIUS.



No. 4.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Gaudeo rem Patavinam eo loco esse, ut spes sit omnia rite & ex animi tui sententia constitutum iri. *Id ex Dni Bernoullii vestri aut potius nostri literis non ita pridem Basilea ad me datis, intellexi.* *Interea meas quoque tibi redditas puto, quas scripseram cum nondum scirem Cl. Fardellam tibi respondisse.* *Caeterum rogo ut mature mihi indices, quandonam in Italiam sis abiturus, ut antequam id fiat, deliberare possim, quae forte e re esse queant.* *Si vacat, rogo ut cogites de quadam Analytica inquisitione, quam & Dn. Jacobo Bernoullio acuminis insignis viro commendavi.* *Scis omnium aequationum radices posse exprimi rationaliter per seriem infinitam.* *Idque etiam in*

eo schediasmate, quo Dn. Facio in Actis Eruditorum respondi, generali Canone praestare docui. Sed quid fiet, si aequatio habeat omnes radices impossibiles; & praeterea quomodo diversae ejusdem Aequationis radices in serie illa à se invicem distinguentur? Hoc nondum quisquam satis exposuit. Vellem autem inprimis explicari caput illud de impossibilitate quantitatis ex valore ejus rationali per seriem infinitam expresso agnoscenda, & quidem ex ipsa serie, independenter ab aequatione, ex qua deducta est. Interdum enim ignoratur haec aequatio, interdum nulla plane datur, cum quantitas est transcendens. Et quidem in casu impossibilitatis necesse est seriem non esse advergentem, *seu si pars ejus semper major atque major sumatur, necesse est differentiam a quaesita quantitate non fieri minorem quantitate data; sed hoc praevidere ex constructione seriei, & cum series illa ex generali sui aequatiouis gradu deducta est, velut ex* $xx + bx + ac = 0$ *invenire ex ipsa serie, seu ex defectu advergentiae, limites seu quandonam incipiat aut desinat impossibilitas, id inquisitione dignum puto. Quodsi id ex seriebus eruere possumus, quae ex aequationibus sunt deductae, facilius etiam deinde idem praestabimus in seriebus itidem generalibus, sed valorem quantitatis transcendentis exprimentibus. De caetero me ad priores refero. Vale & me ama. Dabam Hanoverae 7 April 1705.*

P. S. Si quid me velis, literas curare poteris Augustam & commendare.

à Monsieur
Monsieur Schröck, Agent
de S. A. E. de Bronsuic
à
Augsbourg.

deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.

No.

No. 5.

Sine inſcriptione.

Aliae.

Vir Clariſſime, Fautor Honoratiſſime!

Spero redditum iri nuperas meas, nec minus quas nunc ſcribo. Adjeceram illis demonſtrationem profuturam ad intelligendam periodorum in ſeriebus Numerorum Arithmeticae progreſſionis utcunque replicatae neceſſitatem rationemque. Voco autem progreſſionem Arithmeticam replicatam, omnes ſummas aut ſummarum ſummas utcunque replicatas Arithmeticae progreſſionis, atque adeo omnes Arithmeticorum potentiae ejusdem gradus, aut ex his conflatae formulae, ſunt termini progreſſionis Arithmeticae replicatae. De Geometrica tranſcribo, quae Amicus ingenioſus ad me ſcripſit, cui volupe fuit nonnihil in haec inſpicere, me invitante.

In progreſſionibus, *inquit*, Geometricis duplis *noſtra ARITHMETICA vulgari ſeu DECADICA expreſſis notae primae columnae redeunt eaedem poſt quartam quamque, in ſecunda columna poſt vigeſimam quamque, in tertia poſt centeſimam quamque, in quarta poſt quingenteſimam quamque, Numeris ordinalibus ſemper in quintupla progreſſione creſcentibus.*

In progreſſionibus Geometricis tripla, octupla, *& aliis quibusdam, ut credi par eſt, eadem lex obſervatur. Notandum tamen, ſi* octuplam, *à numero 5 incipias, nullas meras prodire pro prima Columna, ſed in ſecunda easdem notas redire poſt quartam quamque, in tertia poſt vigeſimam quamque, & ita porro ut ante.*

In proportione quadrupla *eaedem notae redeunt in prima columna poſt alteram quamque, in ſecunda poſt decimam quamque, in tertia poſt vigeſimam quamque &c.*

In

In quintupla, *à quocunque numero incipias* 5 *aut* 0 *in prima columna reperies. In secunda columna semper eadem nota* 2 *aut* 7 *aut* 0. *Sed in tertia columna redeunt notae post alteram quamque, in quarta columna post notam quartam quamque, in quinta columna post notam octavam quamque, & ita porro semper notas duplicando.*

In proportione sextupla *una eademque nota est in prima columna, in secunda redeunt notae post quintam quamque, in tertia post* 25*tam* *quamque, in quarta post* 125*tam* *quamque, & ita porro.*

In septuplae *prima columna eaedem notae redeunt post quartam quamque, in secunda columna etiam post quartam quamque. Caeterae columnae legem pristinam servant, nempe ut in tertia notae redeant post* 20*mam* *quamque, in quarta post* 100*mam* *quamque &c.*

In Noncuplae *prima columna sunt binae tantum notae, in secunda eaedem redeunt post* 10*mam* *quamque, in tertia post* 50*mam* *quamque &c.* Decupla *cognita est. In* Undecuplae *prima columna non nisi una est nota, in secunda redeunt notae post* 10*mam* *quamque, in tertia post* 50*mam* *quamque &c.*

Si pro nostra Arithmetica decadica aliam verbi gratia HEPTADICAM sequeremur, in progressionis duplae *prima columna notae redibunt post tertiam quamque, in secunda post* 21*mam* *quamque, in tertia post* 147*mam* *quamque &c.*

In OCTOADICÀ progressionis duplae *singularis quaedam lex est. In* tripla *si a* 3 *incipias, notae primae columnae redeunt post secundam seu alteram quamque, in secunda post notam decimam sextam quamque, in tertia post* 128*mam* *quamque &c.*

In Arithmetica ENNEADICA pro dupla *progressione in Columna prima notae redeunt post sextam quamque, in secunda post notam* 54*tam* *quamque, in* 3*tia* *post notam* 486*tam* *quamque &c. Pro progressione* tripla (*quae est aliquota noncuplae lex revolutionis accedit ei,*

ei, quae est in dupla secundum Arithmeticam Octoadicam. *Si* quadruplam *à* 3 *incipias, solae notae* 3 *erunt in prima Columna, sed in secunda notae redibunt post nonam quamque, in tertia post* 81*mam quamque.*

In Arithmedica HENDECADICA, *sive incipias per* 1, *sive per* 3, *in prima columna notae redeunt post* 10*mam quamque; in secunda post* 110*mam quamque, in tertia post* 1210*mam quamque, &c. Tandem in Arithmetica* pentadecadica *pro progressione* dupla, *si incipias ab* 1, *notae in columna prima redeunt post quartam quamque, in* 2*da post* 60*mam quamque, in* 3*tia post* 900*mam quamque, &c. Ex his speciminibus intelligi potest, quantus hic campus novae numerorum scientiae sit apertus, quae non in simplici consistat speculatione, sed insignia compendia maximasque praebeat utilitates, non tantum in numerorum rationalium seriebus, summis, terminis longe remotis quam facillime licet inveniendis, sed etiam in irrationalium imo transcendentium valoribus ad leges revocandis. Et quamquam in quocunque Arithmeticae genere aliquid tale locum habeat, ipsaque comparatio diversarum Arithmeticarum majorem lucem foenerari debeat; necesse est tamen* DYADICAM *utilitate eminere, ubi ob binas tantum notas plerumque omnia simpliciora & legis patientiora esse oportet. Caeterum quia de Algorithmo quatuor, quas vocant, specierum cogitasti, ibique omnis fere difficultas ad additionem redit, transcribam tibi modum quem pro additione adhibeo meum, quo simul errores melius excluduntur, & facilitati revisionique consulitur.*

HGFEDCBA

H G F E D C B A

1 0 1 1 1
1 1 1 1
1 0 1 1 1
1 0 1 1 0
1 1 1 1 1
1 0 1 1

1 0 0 0 0 0 0 1

1 1 1
1 0 1 1 1
1 0 1 0
1 1 1 0 1
1 1 1 1 1
0 1 1 1
1 0 0 1 0
1 1 0 1 1
1 1 0 1 0
1 0 0 0 1
1 0 0 0
1 0 1 0 1
1 1 0 1 1
1 1 1 1
1 0 1 1
1 1 1 1 0
1 1 1 0 1
1 0 1 1

1 0 1 0 1 1 0 1 1

1, 2, 3, &c. significat summam praecedentium unitatum esse $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$ &c. &c.

processus Additionis dyadicae hic est:

In columna M, ut *k*, *in unum addo Unitates maximum conficientes Numerum progressionis Geometricae duplae, quem columna dare potest, qui in* A *est* 4, *cujus a* 2 *potentiae Exponens cum sit* 2, *ideo novissimae quatuor unitatum ascribo* 2. *Inde rursus colligo maximum numerum progressionis geometricae duplae, quem dare solum potest reliquum columnae, sed cum hoc loco det nullum, superstitque* 1, *ideo scribere oportet* 1. *sub columna. Numerus autem* 2 *transfertur in columnam à praesente secundam*, (*si esset numerus* 3, *transferretur in tertiam*, & *ita porro*) & *ibi signatur punctum in loco secundo columnae abhinc secundae* C (*si esset* 3, *signaretur punctum in loco tertio columnae abhinc tertiae* D) *intelligo autem primum, secundum vel tertium locum de intervallis inter notas sumtis ab imo ascendendo. Puncta autem in columna, ubi signantur, significant unitates.* In columna B

NB. Ibi ad marginem.

Ductus hic appinxi ad ostendendam connexionem inter puncta & eos ex quibus oriuntur numeros collectionum exponentes, ut ratio processus appareat; in praxi autem his ductibus opus non est.

E unitati quartae rursus ascribo 2, *ob rationem praecedentem, & abhinc unitati secundae ascribo* ' *loco* 1, *ut ambiguitas evitetur, nec unitas collectitia cum unitate columnae confundatur; cumque nil restet, sub columna* B *scribo* 0; *& ob* 2 *signo punctum in columnae post praesentem secundae* D *loco secundo. Et ob* 1 *seu unitatem signo punctum in loco primo columnae à praesenti* B *primae* C. *Similiter* in Columna C *unitati quartae ascribo* 2, *& secundae ab hac ascribo* 1, *& quia nil restat ideo sub columna* C *scribo* 2, *& ob* 2 *signo in secundo loco columnae à* C *secundae* E, *& ob* 1 *signo punctum in primo loco columnae à* C *primae* d, *& ita porro. Cum ergo examen seu revisionem institno (nam hac methodo puncta punctorumque sedes cum numeris conferendo semper valentes ab intuente examinari potest ex integro vel per partes) primum confero quod sub columna scriptum est, cum eo quod in columna superest post numerorum collectitiorum exponentes ascriptos. Deinde percurro puncta notata infimo seu primo loco, & video, an cuique respondeat* 1 *in columna proxime praecedente, mox percurro puncta notata secundo (tertio) loco, & video, an cuivis respondeat* 2 *in columna secunda retro* (3 *in columna tertia retro, &c. Vale, Dabam Hanoverae* 2 *Julii* 1705.

Deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.

In margine secundae paginae.

P.S. Quod ad series infinitas (de quibus in praecedentibus nostris literis) attinet, non id suadeo, ut magnopere sis solicitus de seriei valore finito inveniendo, quando id licet (hoc enim nunc fuerit nimium è re publica Mathematica petere) sed tantum ut constituatur modus agnoscendi, an valor per seriem sit possibilis seu advergens, & quis sit limes possibilitatis, idque ex ipsa serie, origine scilicet ejus ignorata vel dissimulata? id enim essentiale est ad constitutionem seriei infinitae, quae finitae quantitati aequari debet, ut certi simus ac demonstrare possimus ex lege seriei advergentiam ei inesse, seu satis longe procedendo errorem fieri minorem dato.

No. 6.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir plurimum Reverende & Doctissime,
Fautor Honoratissime,

Ex nuntio de obitu Insignis Viri & semper memorandi Dn. Jacobi Bernoullii plurimum doloris accepi, tum ob ingens profundioris doctrinae detrimentum, tum quod me privatum videam amico eximio, & adjutore magno communium studiorum. Honoratissimae dominae viduae, fratribusque defuncti spectatissimis rogo, ut gratias agas meo nomine, quod me acerbi casus certiorem reddentes affectum suum testari, meique se affectus certos ostendere voluere. Societati scientiarum Regiae, quae Berolini est, significavi & vestram & nostram jacturam. Non dubito magno omnium sensu acceptum iri: nam acumen Viri quod pauci aequabunt, nemo ignorat harum literarum intelligens. Ipsius certe opera potissimum effectum est, ut meae meditationes circa interiorem Geometriam ampliorem usum acciperent, latiusque spargerentur, quod ille praestitit non tantum fratrem ingeniosissimum excitando sed & propria pulcherrima inventa conferendo. Quorum ne quid pereat nostrum monere est, curare cognatorum, & tuum quoque Vir eximie & amicitiae & viciniae jure, spero ultima voluntate defuncti aliquid de affectis laboribus schedisque constitutum esse; sin minus possent inferri publico loco, veluti Bibliothecae patriae aut Tabulario Societatis. Vitam etiam dilineari cum elogio velim, quod egregius Vir Otto Menkenius libenter Actis suis inseret. De Dn. Joh. Bernoullio diu est quod nihil intelligo. Eum nunc puto apud vos agere, aut certe non diu abfuturum. Itaque speciatim à me salutari, & dolorem meum significari peto. Vidi quae in Actis dixit de mea ratione construendi problematis,

tis, quod proposuerat Curvarum datae aequalium. Illud miror suspicatum, nescio quas, mirificas calculi difficultates: credo quod exequi declinassem, quod etiam in levissimis facio, adeo nunc alia urgent. Venit in mentem suadere haeredibus tuo interventu, ut congerantur omnes defuncti schedae Mathematicae, addo & philosophicae, & ut speciatim omnium, quae in Actis diariisque dedit, Analyses colligantur, *ut aliquandò edi possint. Interdum cùm non omnibus harum rerum peritis obviae videbuntur. Calculum etiam nuperum de curvis tertii gradus, ex quibus jam* 33 *descripserat, asservari è re putem. Spero intelligere quae sive in dyadicis sive in aliis ipse pro insigni acumine tuo subinde agis, & optem imprimis progressionis Geometricae periodos exhiberi in columnis. Male me habet (& si fortunae tuae faveam) quod discessu tuo exigua mihi spes relinquatur videndi tui, neque enim credo ante Italicum iter excurres in Germaniam hactenus tibi praeteritam. Ex Cl. Fardellae litteris constantem in ipso conatum deprehendo conficiendi negotium tuum, nec spem abesse, mutatisque licet personis priora consilia superesse. Quod superest vale & me ama. Dabam Hanoverae* 21 *Sept.* 1705.

Deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.

No. 7.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir pl. Reverende & Celeberrime,
Fautor Honoratissime,

Lipsiam misi quae beneficio tuo accepi pertinentia ad vitam inclyti Viri Jacobi Bernoullii. Fluebat mihi olim venula quaedam poetica,

tica, cujus & specimina habentur, sed nunc exaruit, itaque disticho quaeso ut contenti sitis, quo ita celebravi memoriam Amici.

Infinita TIBI terris lux fulsit in ipsis,
BERNOULLI, & quisquam TE
superesse neget?

GODEFRIDUS GUILIELMUS
LEIBNITZIUS.

Datum Hanoverae
24 Decemb. 1705.

Decemb. 1705.

Expecto avide decretum animi tui intelligere in negotio Patavino, cui non unam ob causam faveo.

No. 8.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Diu est quod de Negotio tuo nihil intellexi. Epigrammation in memoriam Bernoullianam Lipsienses Actorum Collectores brevi compendio vitae à vobis transmisso adjecere, ita non peribit, si modo tanti est. Nescio an tibi significaverim V. Cl. Dominicum Guilielminum ad me dedisse literas, quibus significat inter alia, se sententiam de TE rogatum, communicato etiam scripto tuo, quo nostra contra Batavum objectorem defendis; se vero merito tibi favere, & per gratum sibi fore si advoceris. Respondi ipsi multa alia interim à TE esse praestita ad scientiae augmentum, quae etiam extent in Actis; interim fortasse proderit Dn. Abbatem Fardellam ex TE intelligere, quod de Domino Guilielmino scripsi. Ex Gallia mihi scriptum est Dn. Sauri-

num

num cum Rollio de Calculo nostro litigantem typis edi curasse tuum judicium, simulque V. Cl. Joh. Bernoullii & meum, sed jubente Dn. Abbate Bignonio supprimere coactum exemplaria; Bignonio aegre ferente, quod hoc factum esset lite pendente, & judicio jam constituto; quamquam non novum sit etiam post litem in Tribunalibus contestatam edi scripta à litigantibus.

Quis Monachus ille Benedictinus, qui de cathedra Mathematica tecum certare audet, nescio; an forte quidam est, qui se ni fallor Grandium vocat, & quaedam circa Calculum differentialem attentavit utcunque, mihi si bene memini per Cl. Magliabechium transmissa, sed nihil hac de re affirmare possum. Curva datae æqualis effici potest modis infinitis per cujusvis formae speculum, imo & per vitrum figurae datae, adeoque catacaustice; sed Ellipsis & Hyperbola hanc praebent commmoditatem, quod tibi nullo opus est Calculo ad definiendam speculi positionem, magnitudinem aut speciem infimam, ut differentia inter fila evanescat. Eleganter notavit Dn. Bernoullius aliquando Ellipsin abire in circulum, seu duo foci coeunt in unum, hoc nempe intelligo fieri si curva in se redeat. Doctissimus Jac. Bernoullius paulo ante obitum inquisierat in Curvas tertii Gradus, quas Newtonus etiam determinare aggressus est, idque fecit libro Newtoni nondum inspecto, putabat plures prodituras curvas quam dedit Newtonus, & jam ultra 30 determinaverat, quas multum adhuc a numeri medietate abesse putabat. Vellem haec aliaque multa egregii viri meditata non interire, & haeredes vel tibi vel alteri committere, ut ex schedis ejus utiliora excerperentur in publicos usus. Mereretur prosecutionem quod de curva per data puncta transeunte scripsisti. Quod superest, vale & fave. Dabam Hanoverae 15 April 1706.

Sine subscriptione.



No.



No. 9.

Aliae.

A Monsieur, Monsieur Hermann, Mathematicien celebre.
franco Augsbourg. Bâle.

Vir pl. Reverende & Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Gaudeo non mediocriter Patavinae professionis negotium tandem esse confectum. Idem mihi significat Dn. Abbas Fardella, vir doctrina non minus quam virtute excellens, & qui plurimum in ea re laboravit, utilitatis publicae causa. Ei nunc gratias ago, & plurimum me quoque debere profiteor: ipsi enim uni acceptum ferendum est, non tantum quod proposita res est, sed etiam quod confecta tot difficultatibus superatis, quas facile animo complecti licet. Nescio an religiosus, ut vocant, Tibi aemulus, non sit P. Guido Grandius, cujus nuper aliquid prodiit in nostro etiam calculo tentatum, sed ita ut non longe progressum appareat. Multum spero Italiam tibi debituram, sed Patavium in primis; quanquam satis agnoscam per longum satis tempus tibi non vacaturum admodum incumbere subtilitatibus: Professores enim saepe captui juvenum se accommodare eaque magis docere oportet, quae prosunt discentibus, quam quae splendent inter profectos. Caeterum uti tibi gratulor honorem & emolumentum, ita propemodum doleo longius TE recedere, quam ut aliquando TE videre sperem, sed meam voluptatem commodo tuo, imo publico, posthabendam putavi. Spero autem communicatione crebra absentiae damnum levatum iri; nam facilis inter nos esse potest literarum commutatio per Dn. Zanovellum Agentem in rebus Serenissimi Electoris apud Venetorum Serenissimam Rempublicam. Non dubito quin subinde aliquid elegans & profuturum medita-

ditatus sis; id à TE discere gratum erit. Nobilissimo Battierio rogo ut meo nomine gratias agas, quod tam honorifice nostri meminit in S. oratione de vita insignis viri Jacobi Bernoullii; ibidem ait ipsummet defunctum constituisse, quid de schedis suis fieri vellet. Quale id sit, fac quaeso ut sciam, simulque indica si placet, an non impetrari possint in publicos usus. Aliquoties cogitavi, posse Elementa quaedam hujus Analysis confici, meliora quam habentur hactenus, & in eum fere modum, quo ad Cartesii Geometriam factum est; egregia specimina excellentium virorum adjici; ibi locus foret Analysibus, quarum fructum ipse Bernoullius p. m. inseruit Actis, analysi non raro suppressa; aliaque id genus accedere possent, de quibus nondum quidquam dedit, veluti de ducenda minima linea in quibusdam superficiebus, de Curvarum gradus tertii determinatione. Cogita quaeso hac de re, & si quid ante abitum perficere potes, tenta, tum ut honori defuncti tum etiam ut profectui scientiae velificemur. Interea vale & me ama. Dabam Hanoverae 21 Maji 1706.

deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.

No. 10.

Aliae.

Vir plurimum Reverende & Clarissime,

Valde cupio nosse an vocatio dudum promissa tandem ad TE pervenerit, aut quo res sit loco. Nec minus desidero subinde particeps fieri Meditationum tuarum; etsi enim sim per alia distractissimus, & toto tempore, quo apud nos Legatio Anglica fuerit, vix cogitare potuerim de rebus ad studia pertinentibus, aveo tamen discere beneficio amicorum quid geratur, & à TE praesertim à quo plurima expecto egregia. Dn. Bernoullius mihi adolescentem alterius fratris filium in no-

ſtris ſtudiis laudat. Ita haereditaria haec familiae laus erit. Ait etiam à TE errorem quendam Hiraei & examen ad acta Lipſienſia miſſum; quod ſi Analyſin tuae ſolutionis non addidiſti, peto ut eam mecum communices. Rogavi etiam ut me paulo diſtinctius de poſthumis Dn. Jac. Bernoullii doceres; id ſi vacat iterum peto. Vellem vel ſervari loco tuto, vel edi quae id utcunque merentur, uti certe merebuntur pleraque. Quin prodeſſet etiam Analyſes eorum quae in Actis & alibi edidit conſervari; virorum enim egregiorum ipſas inquiſitiones non interire intereſt. Ex diſſertationibus Academicis, quas typis edidit, vidi nonnullas apud Dn. Naudaeum Berolini, ſed habeo plane nullas. Dn. Jac. Bernoullius p. m. paulo ante obitum ad me ſcripſerat, coepiſſe ſe indagare Lineas tertii Gradus, ſeu quae proximae ſunt Conicis, & jam computaſſe ultra 30, adhuc autem ſupereſſe multo plures. Eam inquiſitionem non perire vellem. Quod ſupereſt vale & me ama, & fac ſubinde rerum tuarum fiam certior. Dabam Hanoverae 15. Jul. 1706.

deditiſſimus

G. G. L.

A Monſieur, Monſieur Herman, Candidat en Théologie & Mathématicien celebre

Bâle.



No. 11.

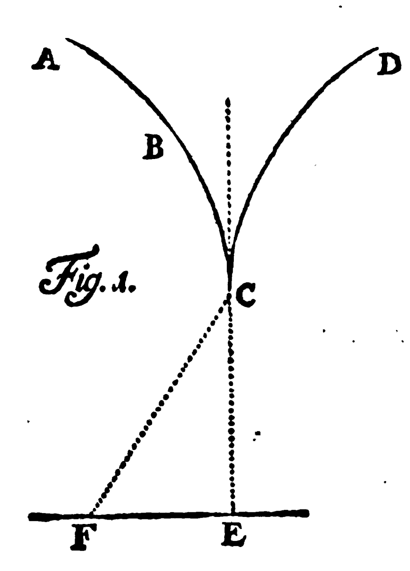
Sine inſcriptione.

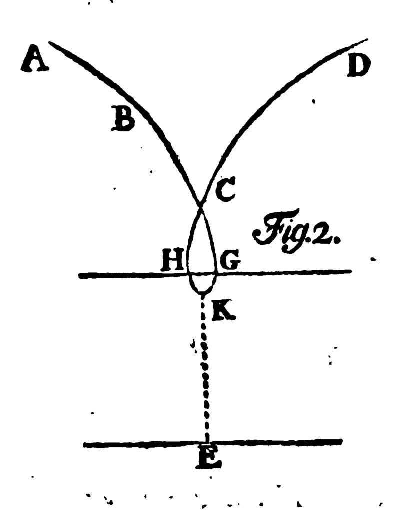
Aliae.

Vir pl. Reverende & Celeberrime,
Amice Honoratiſſime!

Mire placet tua deductio novae & promtioris appropinquationis ex ſerie, quae arcus valorem per tangentes exhibet, quam à me primum inventam, credo, non ignoras. Nuper amicus ad me ſcripſit & dubi-

dubitavit, an nostra Methodus de maximis & minimis applicari possit ad puncta regressus, quale in figura *adjecta. Nam ibi tangens proprie est* CE, *non recta parallela axi. Interim idem ait methodum Cartesii & Huddenii in hoc casu locum habere. Respondi, Methodum Huddenii non esse nisi casum particularem methodi nostrae, cum scilicet non nisi una est variabilis, & nulla irrationalis variabilem comprehendens, & eadem demonstratione niti, qua nostram. Caeterum Methodum nostram omnino hic quoque locum habere, nam si linea* ABCD *revera una est (non duae prorsus diversae se tangentes in* C) *concipi potest tanquam in* figura 2. *ubi saccum quendam regressu format, ubi manifeste locum habet Methodus nostra in puncto* K. *Sed saccus ille in punctum evanescens dat casum* figurae 1. *Haec etsi non vacaverit experiri in exemplis, vera tamen esse non dubito. Gratias ago, quod significas quae Dn. Fardella de me scripsit. Spero Dn. Bernoullium nostrum optime valere, & meas Literas accepisse. Vereor ne Suecorum in Saxoniam irruptio res Lipsienses omnes & inter eas Acta Eruditorum turbet. Nuper illic misi paucula Davidi Gregorio reponenda, qui in suis Astronomiae Elementis oppugnavit meam motuum coelestium explicationem, sed vi ejus non bene intellecta. Fortasse non respondissem, nisi eadem opera emendandum*





dum aliquid in meis succurrisset; quamquam emendatio non tam ad rem quam modum enuntiandum pertineat, quem reddo rotundiorem. Gregorius contra vortices paratragoediatur, sed ego ostendo talem vorticum motum concipi posse, & ex meis consequi, qui motum solidi in liquido sic moto non turbet, imo qui potius ex conspiratione utriusque necessario oriatur. Flamsteadius in eo jam est, ut 30 annorum observationes edat sumtu Admiralitatis Anglicanae. Vellem possent etiam edi observationes Cl. Kirchii, qui Astronomus est Regiae Societatis Berolinensis, quas etiam à 30 & amplius annis instituit. Vereor ne rerum Europaearum mutatio ingens noceat Academiae Regiae Parisinae. Nuper hic fuit Dn. Gundelsheim, Medicus Regis Borussiae, qui cum Tournefortio plantarum causa in oriente fuit, omnes Archipelagi insulas & totum dextrum maris Euxini littus lustravit. Ait observationes ipsorum edi debere. Anglus doctus huc attulit elegantem librum Domini Guglielmini de Salibus, qui valde probabiliter tuetur, sales non transformari, quod mihi utique vel ex Leewenhoekii observationibus rationi consentaneum visum est, cum figurae maneant in summa illa exiguitate, quam microscopia ostendunt. Illud tamen cum ipso affirmare non ausim, ad atomos usque insecabiles persistere, ac ne a natura quidem transmutari posse. Vale & me ama. Dabam Hanoverae 17 Sept. 1706.

deditissimus

G. G. LEIBNITIUS.

No. 12.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Clarissime, Fautor Honoratissime!

Neque mihi ab aliquot mensibus doctissimus Fardella respondit, ut propemodum verear, ne quid ei acciderit adversi, itaque ejus rei gratia ad Amicum Venetum scripsi. Marpurgensis professionis causa obiter

ter (in tui gratiam) ex celeberrimo Papino olim quaesivi, an ea vacaret; respondit negando. Credo salarium ejus accipere absentem licet. Itaque ne aegre fiat egregio Viro, ante omnia discendum erit, an voluntas sit Serenissimo Landgravio vel ipsi vel novo professori supplemento prospiciendi de suo. Scis non facile augeri fundos Academiarum, Principes tamen extra ordinem succurrere non raro. Itaque cauto opus erit, recteque facies, si sententiam aulae ante omnia per amicum explores.

Intelligo etiam in Anglia quendam de paralogismo admonuisse Gregorium, cum Cassinianas ovales habere putavit angulos ad unum focum proportionales areis ad alterum focum. Mihi vix amplius his exerceri fas est. Itaque gratum facies, si indices sedem erroris; putem modum hanc quae id praestat curvam describendi inveniri posse: sed res tanti non est, quoniam si haberetur, non prodesset, neque enim id curat natura in liberis motibus, ut circuli describantur, in quibus anguli sunt ut tempora, quod nos ob compendium calculi vellemus.

Nescio an tibi aliquando significaverim, quantopere optarem ab aliquo demonstrari Regulam ab Harrioto olim inventam (unde videtur descripsisse Cartesius) quod signorum mutationes in aequationibus nonnisi radices reales habentibus sint tot quod radices verae, & signorum consecutiones tot quot radices falsae. Harriotus eam inauctione veram comperit, Cartesius rationem ejus nullam assignavit, nec quisquam post ipsum. Is non mediocris est analyticae scientiae defectus: si haec demonstrari posset propositio: aequatione multiplicata per veram (falsam) radicem, unitate augeri numerum mutationum (consecutionum) in signis, qui prius erat; *etiam propositum Theorema demonstratum foret.*

Dn. Bernoullium nostrum morbo laborare ignorabam, rogo ut ei à me vicem voti reddas, & cum omnia fausta, tum inprimis prosperam valetudinem meo nomine à Deo apprecere, plurimum enim reipublicae interesse censeo ut nobis conservetur. Idem tibi precor, Vir clarissime, ut quam diutissime publicae rei prosis, nam & à TE praeclara quaeque nobis polliceor.

Nuper Dn. Naudaeus mihi retulit commercium, quod tecum colebat, nescio qua de causa silentio tuo cessasse. Mihi semper visum est diversum sentire duos incolumi amicitia posse. Est in eo viro laudabile studium & veritatis & pietatis. Plerique solemus θέσεις φυλάττειν, quas juvenes accepimus, & hanc veniam petimusque damusque vicissim. Apologiam nostram contra ea, quae Bernardus nuper suo apud Batavos Gallico diario inseruerat, qualem ego probante Dn. Bernoullio summiseram, jam ut intelligo, illic legitur, nam nondum vidi. Commentarios Academiae Regiae scientiarum Parisinae ad annum 1704. *pertinentes vidi; sequentes nondum, scilicet rarius nobis innotescit quae Gallia & Italia praestant, eaque in parte vestra melior conditio est, eoque magis obstrictus ero, si qua hujusmodi subinde edocebis. Video Dn. Parent Academiae illius socium multa solere dare in illis commentariis, quae subinde mihi dubitatione carere non videntur ut La Hiriana. Ejus Elementa mechanica aliquando attentius examinare voluerat Dn. Bernoullius, an hoc facere vacaverit nescio. Vale & nos ama. Dabam Berolini* 18 *Januar.* 1707.

Deditissimus

G. G. LEIBNITIUS.



No. 13.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Scriptum tuum elegans de Stationibus Planetarum Dn. Naudaeus mecum communicavit; inseretur Commentariis nostris, quorum specimen hoc anno prodibit ut spero. Interea non sine laetitiae sensu literas tuas accepi, quibus rem Patavinam confectam narras: eo nomine & tibi & Venetis gratulor. Scripserat ad me Cl. Fardella ante septi-

timanas aliquot rem conclusioni vicinam esse atque affectam; nunc confectam gaudeo. Quod in literis tuis de projectionibus Ellipsium scribis, id in postscripti modum adjici poterit priori schediasmati tuo. Aliqua fortasse nostris in Actis extantia Cl. Manfredus demonstrabit; an omnia, dubito; interim fatendum est inventa demonstrare plerumque plus laboris requirere quam ingenii, praesertim cum demonstrationes non peculiari quadam arte commendantur. Doce quaeso quis Dn. Stancarius Bononia ad te scribens. Differentialem calculum scis a me non aliter distingui à summatorio, quam multiplicationem à divisione, cum alter sit regressus alterius. Fatendum ergo est Calculum in quo differentiolis seu infinitesimalibus utimur, adhuc esse imperfectum quemadmodum & . . . . . Eximium Virum Dn. Bernoullium nostrum rogo a me salutes. Interea rem ex sententia gere & me ama. Dabam Berolini 26 Maji 1707.

Deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.

P. S. Has literas scripseram Berolini, sed distractus expedire intermiseram, nunc reversus domum inter schedia mea repertas absolvo, Tibique negotium Patavinum confectum gratulor. Nam rem in Senatu potentissimae Reipublicae conclusam ex voto, Eximius Abbas noster mihi significavit. Ejus certe indefessae diligentiae optatus rei exitus debetur. Ego Deum precor, ut tibi eam evocationem faustam & felicem & in publicum fructuosam esse jubeat. Dabam Hanoverae 16 Junii 1707. Ingeniosissimi Bernoullii nostri tussis me male habet & in metum conjicit. Rogo ut eum officiosissime à me salutes, horterisque ad valetudinis curam. Si tussis ab acredine humorum orta est, aquosa & diluentia opponenda censerem. Nullas unquam a Dn. Iselio literas vidi.



No.

No. 14.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime,

Fautor & Amice Honoratissime!

Cum proximo cursore vix domum reversus ad Te scriberem, nondum tuas binas acceperam, quae apud amicum interim cum aliis quibusdam ad me destinatis hic latuerant; priores datae sunt 19 *Martii, posteriores decimo octavo Maji die. De rebus Marpurgensibus nihil dico, Patavina confecta, unde saltem major fama & plausus. Cl. Fardellam diu ex gravi mobo decubuisse, interim didiceris; & rerum Academicarum curas distulerant graviores, quibus potentissimae Reipublicae Senatus premebatur. Suaserim, ut non magnopere formam evocationis tuae cures; sufficit decretum in Senatu factum, & a Secretario missum; sed dependebit res ab exemplis aliorum in Academiam Patavinam evocatorum; nam si aliis missae sunt litterae Evocatoriae Excellentissimorum Reformatorum, nec tibi credo negabuntur.*

Gratissimum est, quod nonnihil considerasti Parentianas meditationes, quae vereor ne sint plenae paralogismis, id enim suspicor ex illa gloriolam captandi aviditate, quam praefatione Elementorum suorum prodit. Itaque, si quando tibi attentius in haec Elementa inspicere vacabit, judicium tuum intelligere gaudebo. Dn. Lagny & alii Galli, Varignonio excepto, per ambages adhuc quaerunt, quae tibi nobisque sunt explorata. Tua de stationibus planetariis meditatio nostris Miscellaneis inseretur, una cum additione ex literis ad me tuis. Ea res occasionem mihi dedit curandi, ut te quoque Societas nostra potiatur.

Ope-

Operae pretium est Harrioti theorema demonstrari, nam multa inde egregia colligi poterunt. Exempli causa sit quaecunque formula habens meras radices reales falsas $10x^n + 11x^{n-1} + 12x^{n-2}$ *&c.* *& multiplicetur per* $20x - 21$, *prodibit*

$$10.20x^{n+1} + \begin{matrix}11.20\\-10.21\end{matrix}x^n + \begin{matrix}12.20\\-11.21\end{matrix}x^{n-1} + \begin{matrix}13.20\\-12.21\end{matrix}x^{n-2} + \begin{matrix}14.20\\-13.21\end{matrix}x^{n-3} + \begin{matrix}15.20\\-14.21\end{matrix}x^{n-4} + \begin{matrix}16.20\\-15.21\end{matrix}x^{n-5} \text{ \&c.}$$

Cum ergo primus terminus producti sit affirmativus, & ultimus negativus, & per theorema Harrioti nonnisi una mutatio signorum in producto esse possit; sequitur uno ex terminis producti existente affirmativo, & uno ex iisdem existente negativo, omnes sequentes esse negativos. Hinc quantitates $\frac{11}{10}$ $\frac{12}{11}$ $\frac{13}{12}$ $\frac{14}{13}$ $\frac{15}{14}$ $\frac{16}{15}$ *&c. eam inter se habitudinem habebunt, ut si una velut* $\frac{14}{13}$ *sit major quam* $\frac{21}{20}$, *etiam praecedentes velut* $\frac{13}{12}$ *sint majores vel saltem non minores quam* $\frac{21}{20}$. *Ergo* $\frac{13}{12}$ *non potest esse minor quam* $\frac{14}{13}$; *Et cum eaedem quantitates similiter eam inter se habitudinem habeant, ut si unus velut* $\frac{14}{13}$ *sit minor quam* $\frac{21}{20}$, *etiam sequentes velut* $\frac{15}{14}$ *sint minores vel saltem non majores quam* $\frac{21}{20}$. *Ergo* $\frac{15}{14}$ *non potest esse major quam* $\frac{14}{13}$. *Et generaliter fractio prior non potest esse minor fractione posteriore, jam si radices formulae* $x^n + 11x^{n+1} +$ *&c.* (*posito* $10 = 1$) *ponatur esse* $x + a, x + b, x + c, x + d,$ *&c.*

 pa-

ptetyfore 11 = a + b + c, *&c.* & 12 = ab + ac + *&c.* & 13 = abc + *&c.* & 15 = abcd + *&c.* & *ita porro. Unde nascetur generale theorema: fractionem ortam ex summa combinationum divisa per summam combinationum proxime inferiorum, non posse esse minorem fractione alia similiter facta ex combinationibus altioribus; Nempe fractio ex summa binionum divisa per summam unionum non poterit esse minor quam fractio ex summa ternionum divisa per summam binionum, & ita porro. Hinc etiam productum ex summa unionum in summam ternionum non potest esse majus quadrato ex summa binionum, & ita similiter in aliis. Ita elegantia circa combinationes ex Harrioti theoremate supposito derivabuntur. Quodsi aliunde talia de combinationibus deriventur, hinc demonstrari poterit theorema Harrioti, sed non sine ambitu: praestaret tamen aliquam ejus demonstrationem haberi quam nullam, qua non sine magno scientiae defectu hactenus caremus. Insigni viro, Domino Abbati Fardellae, literis recta in Italiam missis respondi, praesentes an te reperturae adhuc sint Basileae, non satis scio. Iter felix faustumque precor, nec dubito quin pro tua prudentia evitaturus sis, quicquid hominibus invidis, & in Te curiose inspecturis, occasionem criminandi dare possit circa ea, quae Italos Helvetiosque tuos dissociant. Vale & me ama. Dabam Hanoverae 24 Junii 1707.*

deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.

In margine secundae paginae.

Dn. Naudaeus suspectum habet amici tui libellum, quod in eo dissimulentur, quae vestros à remotioribus quibusdam distinguunt.

No.

No. 15.

Aliae.

A Monsieur, Monsieur Hermann, Professeur désigné à Padoue

recommandé à M. L'Agent Schröck, à Augsbourg.

pmt. à Bâle.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Scribit ad me eximius D. Fardella noster, negotium tuum esse confectum, nisi quod a te ipso difficultas mota est circa formam invitationis; negat autem unquam factam etiam aliis egregiis viris aliunde vocatis, ut ante adventum Ducale diploma cum publico sigillo daretur, factum tamen in tui gratiam illud singulare, ut exemplum decreti senatus a Cancellario Ducali signatum ad te mitteretur. Quae cum ita sint, suaserim ut nullam amplius moram in Te esse maturata profectione ostendas. Equidem dum te ad discessum hortor, commodis ipse meis obloquor; quo magis enim a nobis removebere, eo minus potero praeclaris tuis meditationibus juvari & erudiri. Ego tamen publicam & tuam utilitatem meae praefero, quanquam sperem non ideo minus frui interdum literis tuis & meditationibus; quas etiam urgebis haud dubie intentius, ubi res in tranquillo collocatas habebis. Si quid interim vel tuum tibi ingenium vel aliorum commercium lectiove suggessit, fac quaeso ut etiam ad me inde aliquid perveniat; & meritissimum Dn. Bernoullium nostram a me saluta, quem nuperas meas tecum recepisse non dubito.

In tuo schediasmate de stationibus planetarum exprimendo, alicubi notatio mutabitur, soleo ego observare ut proportiones exprimam per modum aequationum & fractionum hoc modo a : b = l : m *seu*

$\frac{a}{b} = \frac{l}{m}$, *neque alia peculiari notatione opus est veluti* a. b : : l. m. *Nonnulla etiam alia hujusmodi inposterum observabuntur in Miscellaneis Berolinensibus uniformitatis causa. Multiplicationem etiam non soleo exprimere crucibus, sed simplici adscriptione, velut* $\overline{a+b}, \overline{l+m}$, *vel etiam* $(a+b)(l+m)$, *idque idem est mihi quod* $\overline{a+b} \times \overline{l+m}$; *Commata autem vel parentheses pro vinculis adhibere soleo; parum quidem in his momenti, praestat tamen commodissima eligi & constanter servari.*

Diu est, quod non intellexi, quid Galli agant in re analytica aut alioqui in mathematica. Bello gravissimo nonnihil refrigescere has de studiis curas, facile crediderim; Et tamen novam Societatem Regiam Monspelii conditam intellexi. Quod superest, iter faustum felixque precor. Dabam Hanoverae 21 Julii 1707.

Haec verba patris sui Gymnasiarchae p. m. manu adscripta esse asfirmavit Cl. Jac. Hermanni frater mpr.

Accepi has epistolas 4. Augusti 1707. Responsionem nullam remisi, tu eam adornabis & mittes.

deditissimus

G. G. LEIBNITIUS.

C'est icy que devroit se trouver la Lettre citée par M. Kœnig du 16 Octobre 1707. Elle ne s'y trouve point: Elle n'a ni la liaison ni le rapport qu'elle devroit avoir avec celle qui la devoit précéder, ni avec celle qui la devoit suivre, ni avec aucune des autres de ce recueil: en un mot, on ne sauroit faire, pour la maintenir, de supposition qui ne fût pleine d'inconséquences. Au milieu d'un long commerce de Lettres toutes Latines & toutes Mathématiques, on verroit Leibnitz tout à coup changer de Langue & de Texte, écrire une Lettre françoise pleine de Métaphysique à un Allemand avec lequel il n'a jamais parlé de Métaphysique; lui prédire l'étonnante propriété des Polypes; lui révéler des découvertes dont il n'a jamais dit un mot à Bernoulli, avec qui il étoit bien dans un autre commerce d'intimité & de sublimité, le Principe de la moindre quantité d'Action; des Merveilles de la Physique céleste qu'il auroit mieux aimé cacher à son ami & au public que de jouir de la gloire qu'en a tirée M. Euler lorsqu'il les a découvertes quarante ans après par des routes qui n'étoient ni frayées ni connues du tems de Leibnitz.

No.

No. 16.

Aliae.

A Monsieur, Monsieur Hermann, Professeur célebre à Padoue.

Vir Celeberrime, Amice Honoratissime!

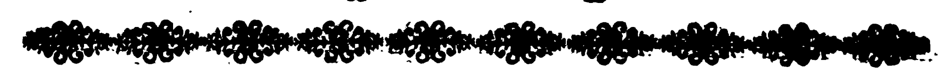
Valde gaudeo res tuas omnes ex sententia procedere, & doctrinam tuam sane insignem aestimatores reperisse. Ipse Illustrissimus Abbas Fardella & sibi & mihi plurimum gratulatur, quod commendatio nostra tam bene cessit. Ubi defunctus eris curis & laboribus, quae ingressum novae professionis comitantur, non dubito quin magis magisque.

Quam Dn. Manfredus tibi misit constructionem aequationis differentialis $aady = bqdx + pydx$, *etiam mihi, credo & Dnn. Bernoulliis non ignota fuit; & memini aliquando de ea cum Dn. Marchione Hospitalio per literas agere. Pluribus etiam diversis modis ad eam perveni, in meis quibusdam memorialibus schedis rem sic concepi: proponatur* $dy : dx = z + vy$, *posito* z & v *dari utcunque ex* x. *Flat log.* $w = \int v dx$ & *erit* $y = w \int (dx.z : w)$: *sed haec nunc diligentius introspicere non vacat. Haec amplius extendi magnae utilitatis foret.*

Pervenit ad me ex Anglia nova Algebra ex veteribus Newtoni praelectionibus concinnata; sunt in ea non tantum utilia exempla, sed & praecepta quaedam peringeniosa, velut ad investigandos divisores, etsi enim praxi nonnihil sint perplexa, ingenium tamen indicant. Quod superest vale & me ama. Dabam Hanoverae 16 *Decemb.* 1707.

deditissimus

G G L.



No. 17.

Aliae.

A Monsieur, Monsieur Hermann, Professeur
en Mathematique à Padoue
chez M. L'Abbé Fardella.

Vir Celeberrime,
Fautor & Amice Honoratissime!

Nuperrime per brevitatem temporis respondere non licuit. Nunc gratias ago, quod communicasti, quae tibi cum R. P. Horatio Burgundo acta, cujus non inelegans meditatio a te perfici meruit.

Utile erit, si Newtoni regulam divisorum examines. Reperi inter veteres meas schedas aliam rationem quae ad praxin videtur commodior. Aequatione praeparata (sublatis scilicet ex aequatione irrationalibus & fractionibus) constat, si radicem rationalem habeat, velut $x + r$, *fore* r *unum ex divisoribus ultimi termini aequationis datae. Et apud Schotenium jam habetur, ut ex pluribus divisoribus ultimi termini eligas qui succedere possit, posse augeri vel minui radicem pro* x *(verb. gr.) ponendo* $x = y - n$, *si jam . . . aequatio fuisset* $10 + 11x + 12xx + 13x^3 + 14x^4 + x^5$, *si placet, fieret ultimus terminus novae* $10 + 11n + 12nn + 13n^3 + 14n^4 + n^5$, *cujus divisorum is, qui succedere debet. Sit* (r) *porro radix novae aequationis, erit* $y - n + r$, *ergo* $(r) = - n + r$ *seu* $r - (r) = n$. *Itaque seligendi sunt ex divisoribus illi* r & (r), *quorum differentia numerus assumtus* n, *qui cum variari possit, facile determinabuntur divisores succedentes. Atque haec quidem jam habentur. Sed mihi occasionem dedere longius procedendi. Esto formula aequationem dividens secundi gradus, velut* $xx + qx + r$, *patet rursus* r *fore unum*

unum ex divisoribus ultimi termini aequationis datae. Faciendo ergo x = y — n, *debet rursus* (r) *esse unus ex divisoribus ultimi termini novi* + 10 — 11n + 12nn — 13n^3 + 14n^4 — n^5, *sed eundem valorem substituendo in divisore formulam dividente, formula dividens novam aequationem fiet*

yy — 2ny + nn + qy — qn + r *ergo* nn — qn + r = (r)

seu (r) — r, : n = n — q

Unde patet (r) & r *qui succedere possint eos esse, quorum differentia vel summa divisibilis per* n, & *proinde cum* n, *pro arbitrio variari possit, facile discerni, & hoc cujuscunque gradus sit formula dividens. Hinc vero invento* r & (r) *succedentibus facile habebitur* q, *nam erit* q = n — [(r) — r, : n]. *Eodem modo si divisor sit* x^3 + pxx + qx + r, *facile habebitur* r, q, p, *si possibiles sunt: nam* r & (r) *seligentur ita ut* (r) — r *sit divisibilis per* n, *sed* q, p, *habebuntur ex aequatione* n^3 — pnn + qn — r = (r), *quia* n *variantibus utcunque manent* p & q, & *ita tot semper haberi possunt aequationes, quot quaesitae. Quod si inventis valoribus res non succedit, impossibilis erit talis divisor rationalis; plerumque autem impossibilitas ex solis* r & (r), *variando* (r) *cum* n, *detegetur. Interim Newtoniana quoque methodus evolvi merebitur. Elementa Geometriae multas ob causas aliter adhuc quam in Euclide extant, demonstrari mererentur. Quod superest vale & me ama. Dabam Hanoverae* 11 *May* 1708.

Deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.



No.



No. 18.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Solutio tua Newtoniani problematis (problema enim merito appelles methodum, cujus demonstratio non apponitur) optima est & in substantia non differt à Bernoulliana. Scribit mihi Dn. Joh. Bernoullius se quoque dedisse & tibi communicasse solutionem problematis de statione planetarum; desideratque ut a Te petam, quia ipse exemplar non servaverit. Quod ad aequationum vel formularum divisiones attinet, prosecutus nonnihil sum methodum a Newtoniana diversam, quae adhibet divisiones divisorum ultimi termini per numerum loco x *suppositum veluti* h. *Et reperio, si aequatio data transformetur in aliam, cujus omnes radices sint falsae, uno quasi tenore per residuos continuatae cujusdam divisiones, omnes exhiberi coefficientes formulae dividentis, si qua talis datur. Sed haec methodus supponit numerorum divisores haberi, etiam paullo majorum. Hoc supposito res omnis ad magnam facilitatem reducta est, dicique potest, saltem problema algebraicum transmutatum esse in arithmeticum. Methodum ejusque computationem ex scheda adjecta videbis, de qua judicium tuum mihi gratum erit.*

Suspicor amici Veneti machinam multiplicandi & dividendi non multum differre à Morlandiana & Grilletiana, quas in Anglia & Gallia vidi olim, ubi multiplicationes nihil aliud sunt quam rhabdologia, additiones autem, quas rhabdologia praescribit, fiunt in adjecta machina Pascaliana, ita ut totum sit Combinatio inventi Neperiani & Pascaliani: sed mea toto coelo diversa est, nihilque rhabdologiae simile supponit. Quod superest vale & fave. Dabam Hanoverae 6 Sept. 1708.

deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.

No.



No. 19.

Aliae.

A Monsieur, Monsieur Hermann, Professeur en Mathematiques à Padoue.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Gaudeo diplomata recte esse reddita. Diuturna mea domo absentia fecit, ut literae mihi tardius redderentur, atque ita nec in tempore respondere possem. Autumni partem in thermis, hyemis partem Berolini egi, & satis nunc divino munere valeo, domumque confirmata valetudine reversus sum; Tibi autem plurimum debeo, quod de ea sollicitus fuisti. Id inter alia Berolini egi, ut quaedam ex scripturis ad Societatem missis selecta Miscellanea prodirent, quod hoc anno futurum spero. Inserentur & Tua de planetarum stationibus, omissis tamen projectionibus. Nondum intellexi judicium tuum de mea methodo inveniendi divisores aequationum vel formularum. Certum est rem hoc modo satis commode reduci ad divisores numerorum inveniendos. Et tamen excogitavi adhuc aliquid, cujus ope spero etiam hac necessitate methodum pro maxima parte liberari posse. Sed multa alia habeo multo majoris momenti, si absolvere vacaret. Deest in his oris amicus aliquis, cum quo de talibus colloqui atque agere possim. Ita nemo est, qui ad haec excitet, multa quae inde distrahant, nullus est longe lateque Hermannus. Cum vobis diplomata misi, feci quod officii mei esse putavi, & ad promovendum scopum Societatis scientiarum facere credidi. Parentius ille, in cujus inquisitiones animadvertisti, audaculum se passim ostendit in aliis refutandis, & ambitiosulum in inventis sibi ascribendis, quae dudum prostant, tanquam ea suo marte obtinuisset: inquisitiones illas (Recherches) *nondum vidi, sed amici de ea ad me perscripsere. Ajunt & mea eum vellicare, sed hoc parum curo.*

Quod

Quod vim centrifugam attinet, rogo ut inspicias, quae Octobri Actorum anni 1706. inserui p. 446. seqq. ut meas ipse locutiones emendarem, comparesque cum iis quae Hugenius & Parentius habent, & deinde sententiam tuam ad me perscribas. Ego non in re lapsus eram, sed tantum in locutione; quid Hugenio aut Parentio contigerit, re considerata & cum meis collata deprehendes. Dici aliquomodo potest vim centrifugam locum habere etiam, cum circularis motus non consideratur. Pro centro enim punctum quodcunque assumi potest, & concipi quantum continuato mobilis motu per tangentem curvae ab illo centro recedatur, & quantum mobile retrahendum sit ad curvam, in quo vis centrifuga consistit. Quod superest vale & fave. Dabam Hanoverae 21 *Martii* 1709.

deditissimus

G. G. LEIBNITZIUS.

No. 20.

Aliae.

A Monsieur, Monsieur Hermann, Professeur Celebre à Padoue.

Vir Celeberrime,

Non dubito quin literas meas ante complures septimanas acceperis, quibus & tuis respondebam, & circa vim centrifugam, de qua Parentius aliquid contra Hugenium movit, aliqua annotabam, rogans ut inspiceres quae Octobri Actorum Lipsiensium anni 1706. *inserui p.* 446. *sqq.*, *& mihi judicium tuum haud gravatim perscriberes. Id ergo etiamnum a favore tuo expecto, scriboque vel ideo saltem, ut an priora mea ad Te pervenerint, discam. Non dubito etiam quin expenderis modum meum, quo inventio divisoris rationalis aequationis reducitur ad divisores numerorum, ita ut hac facile data nihil futurum sit facilius quam sine multa tentatione invenire divisorem aequa-*

tio-

tionis. Verum enim vero quia inventio ipsa divisorum numeri dati problema est nondum commode solutum, ideo iisdem, quae jeci, fundamentis insistens viam video divisores aequationum commode inveniendi, non suppositis numerorum divisoribus; sed ad hoc exequendum adhuc otiolo opus foret. Puto impressionem Miscellaneorum Berolinensium jam coeptam esse, & spero hoc anno tempestive absolutum iri. Quod superest vale & me ama. Dabam Hanoverae 16 *May* 1709.

deditissimus

G. G. LEIBNITIUS.

No. 21.

Aliae.

A Monsieur, Monsieur Hermann, Professeur en Mathematique à Padoa.

Vir Celeberrime, Fautor & Amice Honoratissime!

Non dubito quin literas meas acceperis non unas, priores cum additis ad Dn. Bourguetum, alias quibus annotavi nonnihil ad dynamica a te communicata. Avide tuas expectavi, tum ut scirem quando iter ingressurus esses, tum quo esset loco quaestio de successore. Significaveram Illustrissimo Ruzzino, Dn. Nic. Bernoullium admodum juvenem visum. Abiit ille in Galliam. Mallem prius se Ruzzino per amicos talium judices magis probasset, & rei hydragogicae practicae in Batavis operam dedisset. Spero tamen nihilo minus ei favitum iri, nam de se spem nobis non mediocrem excitavit. Si favere potes missu seminis bombycum, quantum anno praecedente fuit, res maturanda esset ob appetentes calores, ne pereat, ut superiore anno mea serius petentis culpa acciderat. Posset recta per cursorem publicum Hannoveram destinari. Ego, ut par est, satisfaciam. Quamprimum hinc discedere paro, neque amplius à Te hic literas spero. Vale. Dabam Viennae 24 *Martii* 1713.

deditissimus

G. G. LEIBNITIUS.

No. 22.

Aliae.

Epistola proxime sequens ante praecedentem scripta videtur.

A Monsieur Hermann, Professeur célebre
à Padoa.

Vir Celeberrime,

Dn. Bernoullium juvenem reducem in Batavos spero ad Illust. Ruzzinum adisse. Gaudeo mea principia dynamica tibi non displicuisse: quem dedicationis honorem mihi destinas, magis muneri meo quam merito tribuo. Rogo ut, ubi vacaverit, Hypothesis de Gravitate Aëris partem non elasticam admistam habentis meminisse velis. Semen bombycum nuper aestate nimis provecta venit mea culpa, qui non maturius petieram; unde in itinere periit. Itaque ausim tantundem hac vice petere, sed ea lege, ut utriusque pretium indices. Gratissimum erit schema tui operis. Dn. Bourgueto inclusas mitti peto. Nunc id agitur, ut meae Theodicaeae Tentamina latine germaniceque edantur, fortasse & anglice. Credo qui Italice tentaret, omissis ponendis vel in margine refarcitis, quae illic non probantur, Censores adversos non esset habiturus. Quod superest, vale & fave

deditissimus

G. G. LEIBNITIUS.

Carent mentione loci & temporis.

P. S. Gaudeo etiam Illust. Abbatem Contium in methodos nostras penetrasse, nec philosophemata mea spernere.

No.

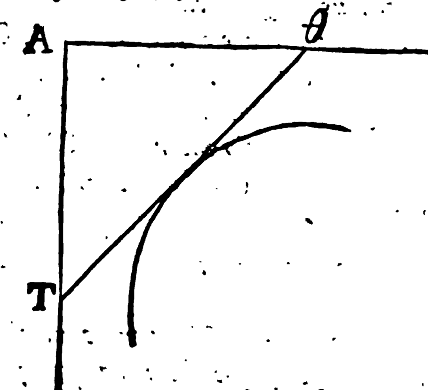
No. 23.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Tertias a me literas miraberis praesertim post primarum moram, sed secundas scripsi in mei gratiam opem à Te petens in disquisitiuncula quadam; hanc scribo in gratiam amicorum, id est Bernoulliorum nostrorum. Adiit nunc Venetias illustrissimus Comes Schulemburgius amicus meus a multis annis & patronus singularis, quem Serenissima Respublica copiis suis terrestribus praeficere cogitat. Is cum sit vir magnae autoritatis & prudentiae, credidi sermonibus obiter apud Nobiles Venetos in autoritate positos, & negotium Bernoullianum tractantes ab eo jactis, plurimum momenti ad rem conficiendam afferri posse. Itaque in eundem sensum Dn. Michelotto scribo quas inclusas vides literas, aliasque ad Comitem Schulemburgium includo, scilicet ipse Dn. Michelottus, si potest commode, reddat, & colloquio habito, consilium cum eo capiat. Scripsissem recta ad Dn. Michelottum, nec tibi negotium facessivissem, si certa ad eum scribendi ratio in promtu fuisset, neque enim satis scio, Venetiis an Patavii degat. Sed spero Te pro humanitate tua & cum Bernoulliis amicitia, haud aegre hoc ipsis officium esse praestaturum. Unum adjicio; in nupera Epistola curvam quaesivi, posito tangentem interceptam inter latera anguli recti esse rectam constantem, ita curva determinata est. Putem tamen haud magno negotio problema solvi posse generale, posito tangentem TΘ *inter latera anguli interceptam datam esse per relationem*



nem ad ipsam AT, *vel datam esse relationem inter* AT & AΘ; *itaque rogo, ut problema tam generaliter conceptum solvere malis, cujus casus erit curva prior. Quod superest vale & fave. Dabam Hanoverae* 14 *Novemb.* 1715.

deditissimus

GODEFRIDUS GUILIELMUS LEIBNITZIUS.

No. 24.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime, Fautor & Amice Honoratissime!

Multas ago gratias, quod me labore solvendi problematis Geometrici tua opera sublevasti. Agnosco non esse ex valde difficilibus, & sane si prolixo labore indigere credidissem, non fuissem ausus eum in Te transferre. Mihi vero nunc quod alias aut aliis facile pro difficili est. Interea video Te non studiose tantum sed & ingeniose in ea re versatum, data constructione generali elegante. Ita plus dedisti quam petebam; ego enim calculo contentus fuissem exhibente relationem generalem, ita ut AY *haberetur generaliter ex* AΘ & ΘT, & *similiter* YV *ex* AΘ & ΘT: *idque si vacat adhuc à Te petere ausim. Ita enim si deinde in speciali casu habeatur relatio inter* AΘ & ΘT, *ut supponitur, poterit haberi etiam relatio inter* AY & AΘ. *Itemque inter* YV & AΘ *ac proinde tandem (sublata* AΘ) *inter* AY & YV, *quae ad extremum desideratur. Sane ingrediuntur calculum generalem etiam* d.AΘ & d.ΘT, *sed hae quantitates in applicatione speciali evanescent.*

Amici tui, Poëtae, ut apparet eleganter docti, versus minime reprehendo; sed morem Germanorum agnosco, qui (contra quam de Grae-

Graecis ait Tacitus) tantum aliena mirantur. Si ex data linea, quam centrum gravitationis mobile describit, datoque uno situ puncti mobilis gravis, impetuque ejus & directione in eo situ, tua quam dedisti methodo definire potes lineam projectionis, quam ita punctum grave describit, saltem ope quadraturarum; rem profecto egregiam praestitisti, & quam si bene memini Dn. Varignonius negabat sibi esse in promtu. Mihi non licet nunc profundius ingredi in discussionem eorum, quae optima voluntate ad praeclarum Tuum opus admonui. Unum tantum, quia facilius est, nunc attingo; nempe quaestionem, utrum gravitas in omnes corporis partes agat, seu an omnes corporis gravis partes sint graves? Hoc ego verum esse non puto, si quis per partes corporis intelligat quicquid ejus volumine continetur. Nec potest esse verum, nisi quis cum novis quibusdam Anglis putet dari vacuum, & gravitatem non oriri ex principiis mechanicis, sed qualitate occulta; quas duas hypotheses prorsus falsas esse puto. Sentio igitur corpora gravia esse pervia fluido gravifico, idque ipsum non esse grave; nec proinde quicquid in corporis volumine includitur, a gravitate affici. Tua thesis est: gravitas agit in partes corporis etiam interiores omnes. Hoc ita probas: si mutato situ non potest mutari gravitas, sequitur quod gravitas agat in partes interiores omnes. Sed verum est prius (per hypothesin praemissam experimentis scilicet comprobatam) ergo & posterius. Probanda est propositio hypothetica: sed hoc quomodo praestes non apparet: nam Tuum argumentum videtur solum dirigi in eos, qui gravitatem referrent ad exteriores partes tantum, non vero in eos, qui referrent etiam ad interiores at non omnes. Itaque mihi probatio Tua videtur in formam concludentem redigi non posse. Hactenus respondi ad argumentum tuum. Ego vero, ex abundanti, contrario argumento seu instantia vim consequentiae Tuae infringere aggressus sum, exhibendo structuram corporis, quae satisfaciat experimento, seu mutato situ non mutet gravitatem, etsi gravitas in omnes corporis partes non agat. Hoc efficio ponendo scilicet partes non graves esse per massam aequaliter distributas. Respondes, ex eo ipso sequi corporum pondera esse massis proportio-

tionalia. Recte; sed tu aliquid amplius probare voluisti, nempe quamlibet corporis gravis partem esse gravem. Objicis, concipi non posse, corpus cujus partes in quovis situ sint gravitatis ictibus aeque perviae (ad sensum scilicet); sed rationem cur hoc concipi nequeat non addis. Ego vero rem sic puto concipi posse. Finge corpus totum constare ex retibus vel clathris sibi superimpositis aequabiliter contextis, id quomodocunque vertas aequabiliter eidem liquido eodem fere modo *pervium erit; & quidem* eodem PRORSUS modo ad sensum, *si modo rete sit contextum ex filis valde tenuibus (uti revera de corporibus nostris dicendum est). Ita enim discrimen ex mutato situ insensibile erit; cum in sola superficie non intus discrimen oriri possit, superficiales autem partes (quando magna est texturae tenuitas, corpus vero ipsum comparatione filorum valde crassum) rationem sensibilem non habeant ad totum. Itaque ut ingenue dicam quod sentio, videtur hic aliquid esse mutandum. Caeterum hac propositione quam ego nec probatam nec veram puto, in tuo opere ni fallor non indiges. Cl. Michelotto alias, quae licebit respondebo. Interea vale & fave. Dabam Hanoverae 3 Decemb. 1715.*

Subscripsit *deditissimus*

GODEFRIDUS GUILIELMUS
LEIBNITIUS.

No. 25.

Sine inscriptione.

Aliae.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Libenter intellexi ex Tuis, negotium Patavinae Professionis à me propositae spem successus ostendere Clarissimo Hermanno nostro, & Dn. Abbatem Fardellam, virum doctissimum & humanissimum literas eam

eam ob rem cum ipso commutare. Fuscem Parisinum puto adhuc Basileam venturum, sed quaedam transmissionem distulere. Itaque si adveniet, utemur favore tuo. Pro nihilo computo, quae ex scriptis meis habere Te ais, Artem combinatoriam & Hypothesin physicam; pene enim puerilia sunt, in prima adolescentia confecta, cum prior prodierit in lucem anno 1666. posterior puto anno 1670. Quae ab eo tempore edidi extra diaria, sunt diversi plane argumenti a Philosophia & Mathesi. Pensionarii Wittii scriptum nondum satis quaerere licuit inter chartas, non dubito tamen, quin sim tandem reperturus, ubi vacaverit. Sed vix aliquid in eo novum Tibi occurret, cum fundamentis iisdem ubique insistat, quibus cum alii viri docti jam erant usi, tum Paschalius in Triangulo Arithmetico, & Hugenius in diss. de Alea, nempe ut medium Arithmeticum inter aeque incerta sumatur; quo fundamento etiam rustici utuntur, cum praediorum pretia aestimant, & rerum fiscalium curatores, cum reditus praefecturarum Principis medios constituunt, quando se offert conductor.

Non possum non duo submirari in literis Tuis. Primum est, quod methodum quandam Tuam pro certi generis quadraturis involucro quodam tectam memoras, velut exploraturus, an eodem pervenire possim. Sed, etsi id mihi admodum difficile foret, putabam tamen, ea aetate iisque occupationibus frui me posse jure emeriti, cui, quae vobis occurrerent, candide ac sine aemulatione communicari possent. Quia tamen aliter Tibi visum nunc fuit, non potui mihi temperare, quin recurrerem ad veteres schedas. Revera enim id, de quo agitur, satis facile & ejus est naturae, ut vix potuerit non exercere inquisitionem meam ante multos annos. Nec mirari debes, quod nondum edidi olim reperta. Sane Quadraturam Arithmeticam & Analysin infinitesimalem ex praecepto Horatii in nonum & amplius annum pressi, & quadraturarum rationalium methodum, nuper demum editam, habui jam in Gallia, id est ante annos triginta; & tamen nonnisi biennium est, quod in lucem produxi, ac tum demum ostendi etiam usum

usum imaginariarum; quem jam olim Hugenio etiam in Gallia a me communicatum literis ejus docere possum. Et jam tum reppereram circuli aream per logarithmos imaginarios exprimi. Habeo adhuc methodum pro Radicibus rationalibus altiorum aequationum, aliaque multa; quae elaborare non vacavit, quae colligam aliquando attingamque saltem, ne pereant. Sunt enim nonnulla, quae non facile occurrant. Sed quadraturas Figurae, cujus ordinata est aequalis ♀ $\sqrt[e]{☽}$ *posito* e *esse numerum, &* ♀, ☽ *esse formulas, in quibus una indeterminata* x *non occurrat nisi rationaliter integre, ita ut vel absolute praestetur quadratura, vel reducatur ad simpliciores, quando id licet, plane difficultate caret, cum tantum formulam assumere liceat, qualis* ♀ $\sqrt[e]{☽}$ + $\int$ ♃ $\sqrt[e]{☽}$ dx. *(posito* ♃ *esse formulam simpliciorem, quantum satis est, quam* ♀.*) ejusque differentiationem comparare cum data summanda, nam in comparando nulla plane occurrit difficultas. Ubi notandum posse formulam* ♃ *sufficientem assumi variis modis, & non tantum posse eam intelligi gradus, cujus exponens sit binario inferior exponente gradus ipsius* ☽, *quemadmodum innuis; sed gradus cujuscunque non excedentis gradum ipsius* ♀; *numeri vero terminorum binario deficientis à numero terminorum ipsius formulae* ☽. *Terminos autem computo etiam intermedios, qui vacant & in* ☽ *etiam postremos.*

Interim fateor, ex ipsis ♃ *assumibilibus eam fore simplicissimam formulam, in qua gradus quoque binario deficit a gradu ipsius* ☽, *tunc nimirum, cum termini ab* x *non habent exponentes nisi affirmativos. Sed si occurrant negativi, res secus habet, interim numerus terminorum semper erit binario minor. Caeterum methodum meam pro eo, de quo agitur, & canonem in tabulae modum in adjecta scheda sum complexus, gratumque erit, si examines an Tuo consentiat, quo securiores simus, in calculo non esse erratum; gratiusque adhuc, si absolvas calculum & legem progressus prodeuntem explicatione literarum valoris assignati. Quia enim id non vacavit facere, ea fuit,*

credo,

credo, caussa, quod tot annis neglectae jacuere schedae meae huc pertinentes cum tot aliis, more meo, qui methodis contentus soleo parum curare, quae video esse in potestate. In adjecta charta monui etiam analysin Quadraturariam hinc haberi (accedente nuper à me editorum auxilio) etsi ordinata esset $\frac{♀\sqrt{☽}}{♂}$. *Habeo & alias cogitationes, quibus haec longius promoveri possunt.*

Alterum est, quod submiror celere adeo judicium Tuum de iis, quae circa dyadica scripsi. Dixeram Tibi in omnium potestatum dyadice expressarum utcunque altarum columnis quibuscunque esse periodos; idque potui dicere non temere, quia certa demonstratione comperi. Tu, re vix inspecta, negas, & in ipso quadrato putas quartam & sequentes columnas periodis carere; sed si paulo fuisses in meis considerandis attentior, contrarium ipsis oculis deprehendisses. Nam quarta periodus perpetuo utique recurrens est 10100000 | 10100000 *&c. Et quinta periodus est* 1101010110000000. *Et tale quid etiam in sequentibus columnis locum habet. Equidem non dantur hic periodorum periodi, sed quin certa lege procedant, quae a nobis possit deprehendi, & utiliter quaeratur, non dubito; itemque sentio de progressu notarum ad Ludolphinae expressionis modum in dyadicis exhibitarum. Non semper serierum Leges, & si ad centum & ultra terminos perducas, sunt oculis obviae, aut nuda inductione facile deprehenduntur, sed tamen ex fonte analytico hauriri possunt. Porro, etsi satis sciam, etiam decadicas & alias quascunque progressiones habere periodos quasdam aut procedendi Leges, (licet quodammodo per saltum, quoniam in iis quidam pro arbitrio assumuntur characteres, quod in dyadicis non fit, ubi omnis notatio redit ad prima elementa* 0 *&* 1) *hoc, inquam, etsi non ignorem, id tamen discrimen intercedere deprehendo, quod in dyadicis incomparabiliter major est facilitas pro legibus progressionum deprehendendis. Interim velim aliquando pergi à dyadicis ad triadica, tetradica, & ita porro, donec haec ipsa comparatio dederit*

rit

rit legem pergendi; sed hoc tum demum tentare operae pretium erit, cum in dyadicis egregios progressus fecerimus, veluti cum periodos in columnis potentiarum ad Leges reduxerimus. Idque ideo ad transcendentes quoque maximi momenti est, quia series infinitae per potentias ipsius X *optimae quidem sunt ad valores generales, v. gr. logarithmum quemcunque, arcum circuli quemcunque; sed pro determinatis quantitatibus, e. g. logarithmo binarii, arcu quadrantis &c. series tales non sunt optimae. Et licet in indefinitis satis habuerimus ipsam incognitam* X, *ejusque potestates occurrere rationaliter, integre seu extra vincula & denominatores; in ipsis determinatis tamen id non est satis, quoniam praeterea effici potest, ut ipsi numeri occurrant, nonnisi rationaliter integre. Idque ipsum fit dyadica vel alia hujusmodi expressione ad Ludolphinae modum, ex quibus dyadica via utique generatim loquendo, simplicissima est, & hae series vel ideo aliis praeferendae sunt, quia sunt unicae & invariabiles. Etsi alio sensu, quam quem memoras, dixerim circa locorum doctrinam mihi non esse satisfactum; gaudeo tamen, quod Tuo modo acceperis, eaque occasione in lineas altiores inquisiveris. Newtonius suae enumerationis linearum tertii gradus, quas* 72 *facit, demonstrationem non addidit, credo ut aliorum quoque ingeniis exercendi se materiam relinqueret, nisi forte studio brevitatis & longi sermonis impatientia a se impetrare non potuit, ut progressum inventionis describeret. Tuae interim* 33 *curvae pro lapide Lydio inservient, quanquam tibi non usque adeo difficile futurum putem, ubi animum applicueris, certum designare numerum curvis hujus gradus; praesertim si consideremus quandonam una eademque linea aequationibus localibus diversae prorsus formae exprimi possit. Optassem Newtonum non tantum ordinatas, centra, diametros & asymtotos, sed & focos in consilium adhibuisse; sed cum hanc disquisitionem aliis reliquerit, hortatus sum Dn. de Tschirnhaus, qui huic doctrinae focorum dudum incubuit, ut supplere studeat hunc defectum.*

Caete-

Caeterum imperfectio doctrinae de locis vulgo praestantis, quam ego in mente habebam, cum ad Te scriberem, etiam ad loca plana & solida pertinet, quae veteres multa excogitavere, licet nonnisi paucas curvas contineant, ut viam aperirent ad constructiones geometricas commodas. Horum locorum quaedam nobis conservavit Pappus, quaedam posteriores addidere; sed cum demonstrationes dedere locorum a veteribus enumeratorum, non satisfecere toti negotio; neque enim fontem inventionis aperuere, qua veteres pervenere ad has suas enumerationes, multoque minus dedere modum supplendi. Et omnino tota doctrina de constructionibus Geometricis commodis eruendis ad morem veterum nondum satis exculta est. Fateor ea careri posse ad usum, nosque numeris incognitas quantitates potius in praxi quam linearum ductu determinare; sed pertinet tamen artis construendi promotio ad elegantiam, & hunc usum habet saltem, ut ars inveniendi promoveatur. Itaque molitus aliquando sum novam Characteristicam situs, differentem à nostra analysi hactenus cognita, quae proprie est characteristica magnitudinis, quae tamen situs characteristice & ipsa quodam sui generis calculo constaret. Sed facilius est talia invenire quam elaborare. Illud ingenio, hoc tempore & labore constat.

Antequam hinc abeam, Tibi, si placet, ac Cl. Hermanno commendabo inquisitionem quandam circa series infinitas, quae nondum, quod sciam, habetur, & tamen ad earum sufficientem cognitionem est necessaria; video enim te peculiari studio in seriebus infinitis versari nec minore successu. Scis cujuslibet aequationis radicem facile exhiberi posse per seriem infinitam, modumque id praestandi generali canone a me datum aliquando in Actis, quando Dn. Fatio respondi, statimque ibi valorem radicis prodire, si omnes coefficientes terminorum aequationis, in quibus est y, *sunt aequales nihilo, manente sola indeterminata* x. *Verum cum extractio talis pertineat etiam ad eas aequationes, quae sunt impossibiles, deberet id ex ipso valore radicis per seriem infinitam expresso posse internosci; nempe tunc necesse est,*

ut series, si per partes sumatur, continueque producatur, quaesito non advergat, seu non ita accedat, ut ostendi possit differentiam tandem fieri minorem quavis data. Cum vero id non semper facile ex serie appareat, opus est indicia constitui, ex quibus colligatur, utrum nempe series sit advergens vel non? indicia, inquam, eruta ex ipsa serie, non ex aequatione, unde est deducta series, praesertim cum interdum ignoretur haec aequatio, & saepe series significet quantitatem transcendentem, quae ex nulla hujusmodi aequatione deducta est. Sed ubi rem in seriebus aequationum radices exprimentibus constituerimus, facilius idem & in caeteris efficiemus.

Cl. Dominum Hermannum rogo ut a me salutes, literas nuper ad me datas recte ipsi redditas puto. Si quis imposterum vel Tu vel ille ad me voletis, commendate, quaeso; literas Dn. Schrökio Agenti Electorali Brunsuicensi apud Augustanos. Et hac via etiam fasciculi minores ad me curari possunt, non expectatis semper nundinis. Eademque ratione Wittianam schedam a me accipies, ubi primum eruere licuerit.

Haec Epistola caret & subscriptione & adjectione loci & diei; & quamvis neque ad Cl. Hermannum neque eadem qua ceterae manu scripta videatur, subjuncta tamen his est, quod correctiones & additiones Leibnitiana manu factas continet, & ad Cel. Hermannum quoque pertinet.

Manifesto autem est scripta ad Jacobum Bernoullium.



No.

No. 26.

Sine inscriptione.

Postscriptum, qua pleraeque omnes literae, manu exaratum, & fortasse olim superiori 4ta adjunctum.

P. S.

Ante multos annos excogitavi Arithmeticae genus novum, tanquam ipsius Analyseos transcendentis instrumentum inexpectatum. Publicavi nondum, quod usus ejus reapse ostendere non vacarit. Volui tamen, ut nescius ne esses. Binariam voco hanc Arithmeticam vel dyadicam imitatione decadicae, nam ut alii progressione Denaria, ita ego dupla utor; eaque ratione non aliis egeo notis, quam 0 *&* 1, *ut in tabula adjecta vides, quae utcunque continuari potest. Ex hac scribendi ratione statim constat, quod alicubi per ambages demonstravit Schotenius, & norunt Examinatores Monetarum paucis ponderibus progressionis geometricae duplae multa ponderari posse. Caeterum usus hujus scribendi rationis non esse debet in populari computo, sed Numerorum arcanis eruendis. Habet enim id praeclarum haec expressio, quod, cum sit simplicissima, statim miras exhibet connexiones, dum series omnes numericae ordinatim procedunt. Vides numerorum naturalem seriem periodis constare scriptu facillimis, primaeque Columnae periodum esse* 01, 01, 01, *&c. secundae* 0011, 0011, *&c. tertiae* 00001111, 00001111, *&c. atque ita porro. Demonstravi autem, quod momenti est maximi, seriem numerorum triangulorum, quadratorum, cubicorum, biquadraticorum, surde solidorum, &c.; & ut verbo dicam, potentiae cujuscunque quantumvis altae, similiter periodum*

0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15
10000	16

dum habere in una quaque Columna seu finitum intervallum, quo decurso redeunt notae priores. Dantur & in aliis praeter dyadicam progressionibus haec intervalla, sed propter multiplicitatem notarum non facile erui possunt, & longius differuntur; hic in summa simplicitate notarum, quae non aliae quam 0 & 1, *facillimus aditus patet. Vellem vacaret eruere cujusque potentiae periodos. Fortasse succurrerent amici tui meique. Et ne putes rem esse exigui momenti, considerandum est pro seriebus infinitis generalibus, ubi scilicet indeterminata inest, & pro determinatis, sed per fractos, qualis est mea tetragonistica* $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ *&c. superesse series in integris investigandas tanquam ultimum, quod in quantitatibus transcendentibus determinatis per Numeros exprimendis quaeri potest. Ita si haberemus qua ratione continuari in infinitum posset series Ludolphina pro circulo, nihil amplius in Numeris rationalibus pro circuli magnitudine, quaerendum superest. Quod autem difficile erit, dum notis utemur decadicis, id facilius (opinor) obtinebimus per dyadicas, ubi non aliae erunt notae quam* 0 & 1. *Et viam eo perveniendi commodissimam video, ubi constituta erunt, prout par est, novae hujus scientiae Numerica Elementa, quae cum ita sint, nolim suadere, ut tempus teras Ludolphinis calculis extendendis, ubi nec magna laus ingenii, nec artis inveniendi augmentum apparet. Unum adhuc adjicio, cum crebris objectionibus virorum doctorum pulsatus fuerim, qui nostra infinite parva; abjectionemque eorum pro nullis concoquere non possunt, convincendis illis subinde methodum meam hanc esse, ut tantum postulem, casum quo quantitas aliqua sit* 0, *in generali calculo comprehendi, ubi ubi est quantacunque aut quantulacunque. Hoc uno enim admisso (quod est postulatum quo vulgares etiam Analystae sunt usi) necesse est incidi in calculi nostri leges. Caeterum revera ita sentio, quantitates infinitas & infinite parvas non magis reales esse quam sunt radices imaginariae; nec minus tamen quam has usum in Analysi praestare. Caeterum pro ipsis facile substitui utcunque magnas aut utcunque parvas, ut scilicet error minor sit quovis dato.*

Caret & subscriptione & mentione loci & temporis.

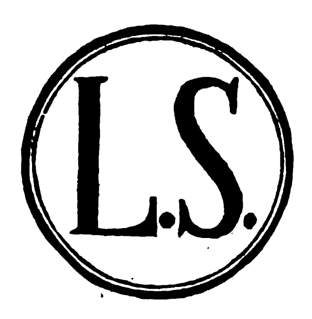
Quae

Quae hactenus leguntur Exempla Litterarum numero ad viginti sex; ea omnia ex Litteris authenticis a summo olim viro Godofredo Guilielmo Leibnitio ad V. Cel. Jo. Jacobum Hermannum, in Academia tandem Basileensi Phil. mor. Jque Nat. & Gent. Profess. publ. datis (& a Dn. Germano Hermanno mercatore ac cive Basileensi hujus Fratre mihi exhibitis,) mea Notarii subscripti manu fideliter sunt descripta; excepta epistola longiore seu penultima, ad nescio quem sed a Leibnitio tamen manu aliena exarata, ut ex correctionibus & additionibus ipsius manu ibidem subinde factis adparet. Et has quidem omnes epistolas authenticas una eademque manu scriptas & subscriptas reperi, exceptis duabus, nimirum antepenultima, quae a Leibnitio solum subscripta, & modo dicta penultima, quae non tantum subscriptione locique & temporis mentione, ut quaedam aliae, caret, sed etiam inscriptione, ut illarum complures, quemadmodum suo loco supra notaui. Eaque cuncta superiora exempla authenticis suis ad verbum, immo vel ad calami errores, exacte respondere, collatione invicem sedulo instituta, deprehendi; nisi quod, quae in margine & inter lineas ipse frequenter scripsit Auctor, ea in his exemplis, facilioris lectionis caussa, dedita opera serie continua descripsi, omissis etiam lituris, quae in authenticis frequentes occurrunt, lectorem valde impedientes. In cujus rei fidem hisce subscripsi, meumque tabellionatus consuetum sigillum apposui Basileae die vigesima secunda Junii anni millesimi septingentesimi quinquagesimi tertii.

(L. S.) REINHARDUS BRUCKNERUS,
Jur. Utr. Lic. & Notarius
imperialis.



Nos Conſul atque Senatus Reipublicae Baſilienſis atteſtamur hiſce ſupraſcriptum civem noſtrum Reinhardum Brucknerum J. V. Lic. eſſe Notarium Imperialem publicum, cujus ſcriptis atque Inſtrumentis tam in jure quam extra illud plena fides adhibenda eſt; In quorum fidem praeſentes litteras ſigillo minori Civitatis noſtrae muniri juſſimus. Die 22. Junii 1753.



TABLE

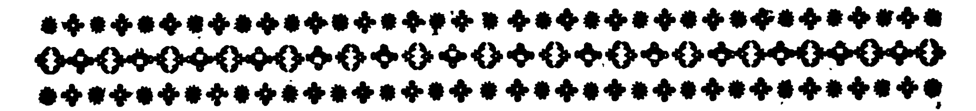


TABLE.

CLASSE de Philosophie Expérimentale.

CLASSE
de Mathématique.

CLASSE
de Philosophie Spéculative.

CLASSE
de Belles-Lettres.

Dis-


Berlin
imprimé
chez
Jean Godof.
Michaelis.


UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 03865 9317



